



PERSISTÊNCIA E ASSIMETRIA NA VOLATILIDADE DOS RETORNOS DO IBOVESPA: APLICAÇÃO DOS MODELOS ARCH

CARLOS ALBERTO GONÇALVES DA SILVA* E THIAGO GONÇALVES DA SILVA**

Resumo: O presente estudo examina o processo de volatilidade de retornos do Ibovespa, utilizando modelos heterocedásticos, compreendendo o período entre 03 de janeiro de 2005 e 29 de dezembro de 2011. Os resultados empíricos mostraram reações de persistência e assimetria na volatilidade, ou seja, os choques negativos e positivos têm impactos diferenciados sobre a volatilidade dos retornos de acordo com os modelos EGARCH (1,1) e TARCH (2,1). Contudo, o modelo heterocedástico que mais se adequou aos dados foi o TARCH (2,1) com distribuição normal, do ponto de vista da realização de previsões.

Palavras-chave: volatilidade; modelos heterocedásticos; índice Bovespa.

Asymetry and persistence in the volatility of returns process of the Bovespa index: application of ARCH models

Abstract: This study examines the volatility of returns process of the Bovespa index, by using heteroskedasticity models, from the period between January 3, 2005 to December 29, 2011. The empirical results showed persistence and asymmetry in the volatility, i.e., the positive and negative shocks have different impacts on the volatility of returns according to EGARCH (1,1) and TARCH (2,1) models. However, the model that best adapted heteroskedasticity data was the TARCH (2,1) with normal distribution, from the standpoint of performing predictions.

Key-words: volatility; heteroskedasticity models; Bovespa index.

* Professor Adjunto do Centro de Educação Tecnológica do Rio de Janeiro. Doutor em Engenharia de Produção (COPPE-UFRJ) e Pós-Doutor em Economia Aplicada (Universidade Federal Fluminense).

** Graduando do Departamento de Estatística pela Universidade Federal Fluminense. Graduando em Economia pela Universidade Cândido Mendes.

1 INTRODUÇÃO

Engle (1982) propôs o primeiro modelo a tratar da variância condicional em séries financeiras denominado de ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), ou seja, que a variância condicionada se ajuste a um modelo autorregressivo sobre o quadrado dos erros. Bollerslev (1986)

estendeu o trabalho de Engle (1982) e desenvolveu o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) que incorpora a própria variância condicional, observada no passado, ao modelo ARCH. O modelo GARCH, apesar de captar os agrupamentos de volatilidade, não detecta a assimetria de sua distribuição. Assim sendo, foram

desenvolvidos modelos que incorporam problemas de assimetria. Um dos primeiros modelos assimétricos foi o EGARCH (Exponential GARCH), proposto por Nelson (1991). Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e Zakoian (1994) desenvolveram o modelo GJR-GARCH e TARARCH (Threshold ARCH), respectivamente.

Nos últimos anos foram realizados vários estudos empíricos aplicados a séries financeiras. Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) mostraram que a influência exercida por eventos negativos sobre a volatilidade é superior à dos eventos positivos no mercado americano.

Mota e Fernandes (2004) compararam modelos da família GARCH com estimadores alternativos baseados em cotações de abertura, fechamento, máximo e mínimo. Os resultados indicaram que os estimadores alternativos são precisos quanto aos modelos do tipo GARCH.

Morais e Portugal (1999) apresentaram modelos da família GARCH que captam diferentes efeitos observados em séries financeiras, tais como a aglomeração da variância, o efeito “leverage” e a persistência na volatilidade. Neste estudo é comparada a estimativa da volatilidade do índice Bovespa obtida por processos determinísticos e estocásticos, abrangendo três períodos conturbados: a crise do México, a crise asiática e a moratória russa. Os resultados do estudo mostraram que ambos os processos conseguem prever a volatilidade.

Costa e Ceretta (1999) examinaram a influência de eventos sobre a volatilidade nos mercados de ações da América Latina, utilizando o modelo GJR-GARCH (1,1)-M. O estudo utiliza índices diários dos mercados de ações e abrange um período compreendido entre janeiro de 1995 e dezembro de 1998. Os resultados obtidos sugerem que a influência dos eventos negativos é superior à dos eventos positivos na maioria dos países analisados.

Em relação à aplicação de séries financeiras, vários autores brasileiros e internacionais desenvolveram trabalhos utilizando os modelos condicionalmente heterocedásticos. Podem-se citar Duarte, Pinheiro e

Heil (1996), Bustamante e Fernandes (1995), Issler (1999), Baidya e Costa (1999), Barcinski et al. (1997), Engle e Bollerslev (1986), Bollerslev, Ray e Kenneth (1992) e Silva (2009).

O objetivo principal deste artigo é detectar a persistência e assimetria da volatilidade da série dos retornos diários do Ibovespa obtida por meio dos modelos da família ARCH (GARCH, EGARCH E TARARCH). Também é investigada a sazonalidade no comportamento das variações das séries de pontos na sua volatilidade, com a inclusão de variáveis *dummy*.

A pesquisa foi realizada utilizando-se a série dos retornos diários do Ibovespa compreendendo o período de 03 de janeiro de 2005 a 29 de dezembro de 2011.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

2.1 TESTES DE DICKEY-FULLER AUMENTADO (ADF) E PHILLIPS E PERRON

Para testar a estacionariedade das séries, será utilizado neste trabalho o teste ADF (Dickey – Fuller Aumentado) (1979), no sentido de verificar a existência ou não de raízes unitárias nas séries temporais. O teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) consiste na estimação da seguinte equação por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO):

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta t + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

onde ΔY_t é o operador de diferenças ($Y_t - Y_{t-1}$), α é uma constante, βt é a componente de tendência do modelo, γ é o coeficiente que permite testar a estacionariedade (se $\gamma=0$, Y tem uma raiz unitária), p é o número de termos defasados a incluir no modelo e ε_t é o termo de erro aleatório ou perturbação estocástica.

O teste Phillips e Perron (PP) (1998) também é usado para investigar a presença de raiz unitária da série. O que difere entre os testes é o fato de que o teste Phillips-Perron garante que os resíduos são não correlacionados e possuem variância constante. Ao contrário do teste Dickey-Fuller Aumentado, o teste de Phillips-Perron não inclui termos de diferenças

defasadas, mas pode também incluir termos de tendência e um intercepto.

2.2 TESTE DE NORMALIDADE DA SÉRIE: JARQUE-BERA (JB)

O teste de normalidade Jarque-Bera (JB) é baseado nas diferenças entre os coeficientes de assimetria e curtose da série e o da lei normal, servindo para testar a hipótese nula de que a amostra foi extraída de uma distribuição normal. Para a realização deste teste, calculam-se, primeiramente a assimetria e a curtose dos resíduos e utiliza-se a estatística de teste:

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(C - 3)^2}{24} \right],$$

onde JB é o teste Jarque-Bera, S é o coeficiente de assimetria das observações, C é o coeficiente de curtose das observações e n é o número de observações. Sob a hipótese nula de normalidade, a estatística JB segue a distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade. Se o valor de JB for muito baixo, a hipótese nula de normalidade da distribuição dos erros aleatórios não pode ser rejeitada. Se o valor de JB for muito alto, rejeita-se a hipótese de que os resíduos ou erros aleatórios se comportam como uma distribuição normal. Se o valor p da estatística qui-quadrado calculada for suficientemente baixo, pode-se rejeitar a hipótese de que os resíduos têm distribuição normal. Se o valor p for alto, aceita-se a hipótese de normalidade.

2.3 MODELOS CONDICIONALMENTE HETEROCE-DÁSTICOS

No trabalho de Engle (1982) é proposto o primeiro modelo a tratar da variância condicional em séries financeiras. Nestes modelos denominados ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), a variância da série ε no instante t condicionada pelo passado (volatilidade) depende de $\varepsilon^2_{t-1}, \dots, \varepsilon^2_{t-p}$ da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

onde σ_t^2 é a variância condicional de ε_t dado o

passado, α_0 é uma constante e α_i é o coeficiente de reação associado a ε^2_{t-i} , $i = 1, \dots, p$.

A proposição original, elaborada por Engle (1982), mereceu extensos debates e diversos aperfeiçoamentos ao longo dos anos. Bollerslev (1986) terá constatado que muitas aplicações de modelos ARCH a séries reais conduzem a valores para p muito elevados exigindo, assim, muitas restrições aos parâmetros do modelo para garantir a positividade das variâncias. Já Bourbonnais e Terraza (2008) mostram que um processo ARCH só é justificado até a ordem $p = 3$, superior a 3 usam-se os modelos GARCH, que apresentam melhores resultados.

O modelo GARCH proposto por Bollerslev (1986) é uma generalização do modelo ARCH. Neste, a volatilidade no instante t , σ_t^2 , depende dos p valores mais recentes da série (concretamente através de $\varepsilon^2_{t-1}, \dots, \varepsilon^2_{t-p}$) dos q valores mais recentes da própria volatilidade $\sigma^2_{t-1}, \dots, \sigma^2_{t-q}$.

O modelo GARCH (p, q) pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + v_t$$

onde β_j é o coeficiente de persistência da volatilidade associado a σ^2_{t-j} , $j = 1, \dots, q$ e v_t é um ruído branco $[N(0, 1)]$.

A fim de garantir que a variância condicional não seja negativa, bem como a estacionariedade do processo, tem-se que:

$$\alpha_0; \alpha_i \geq 0, \text{ para } i = 1, \dots, p;$$

$$\beta_j \geq 0, \text{ para } j = 1, \dots, q$$

$$\text{e } \sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1.$$

O modelo GARCH (p, q) incorpora corretamente diversas características observadas nas séries históricas financeiras, tais como a leptocúrtica e o agrupamento de volatilidade, mas não capta o efeito de alavancagem, pois a variância condicional é função apenas das magnitudes das inovações e não dos seus sinais

(Brooks, 2002). Assim, surgiram outros modelos com a capacidade de captar a assimetria, tais como os modelos EGARCH e TARCH.

O modelo EGARCH (Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), proposto por Nelson (1991), consiste em captar os impactos assimétricos nas séries de dados, não tendo que se exigir a positividade dos coeficientes.

A variância condicional do modelo EGARCH é dada por:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha + \beta_j (\ln \sigma_{t-j}^2) + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{\sigma_{t-i}^2}} \right| + \gamma (\varepsilon_{t-i} / \sqrt{\sigma_{t-i}^2}) + v_t$$

onde γ é o coeficiente que capta o efeito assimetria da volatilidade do termo de defasagem i .

Se $\gamma = 0$, indica ausência de assimetria na volatilidade. Se $\gamma \neq 0$, indica um impacto diferenciado de choques negativos e positivos na volatilidade. Se $\gamma < 0$, indica presença do “efeito alavancagem”. O coeficiente β_j indica a persistência de choques na volatilidade.

Um modelo mais simples, para a captação do efeito alavancagem, onde choques positivos e negativos no mercado geram impactos diferentes sobre a volatilidade nas séries financeiras, foi apresentado por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e por Zakoian (1994), denominado TARCH (*Threshold ARCH*). Neste modelo, a variância condicional é dada por:

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \gamma_i d_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2 + v_t$$

onde γ_i mede o efeito assimetria, d_{t-i} é uma variável dummy e ε_{t-i}^2 é o termo de erro no tempo $t-i$, com i a denotar a defasagem.

Neste modelo, a variável dummy d_{t-i} assume o valor igual a 1, se $\varepsilon_{t-i}^2 < 0$ (más notícias no mercado), e o valor igual a 0 se $\varepsilon_{t-i}^2 > 0$ (boas notícias no mercado). Neste modelo, a volatilidade tende a aumentar com as “más notícias” e a diminuir com as “boas notícias”. Assim sendo, as notícias positivas no mercado têm o impacto α_i enquanto as notícias negativas têm o impacto $\alpha_i + \gamma_i$. Se $\gamma_i > 0$, as

notícias negativas têm um efeito menor do que as notícias positivas. Esse é o conhecido efeito “leverage”. O choque da notícia no instante $t - i$ é assimétrico se $\gamma_i \neq 0$ e simétrico se $\gamma_i = 0$.

O primeiro passo na construção de modelos da família ARCH é identificar o padrão do modelo ARMA (p, q), utilizando-se a metodologia de Box e Jenkins. Por conseguinte, depois de identificado e estimado o modelo, realiza-se o teste ARCH por meio do método multiplicador de Lagrange (LM), proposto por ENGLE (1982) nos resíduos do modelo ARMA ajustados para a média condicional dos retornos, com a finalidade de verificar a presença de heterocedasticidade condicional.

3 RESULTADOS EMPÍRICOS

Neste estudo foram utilizados dados referentes às cotações diárias do Ibovespa, na Bolsa de Valores de São Paulo, no período de 03/01/2005 a 29/12/2011, num total de 1824 observações. Os dados foram coletados junto ao site Yahoo/finanças.

As figuras 1 e 2 mostram o comportamento das séries de cotações (pontos) e retornos diários do Ibovespa no período considerado. Os retornos diários foram calculados através da fórmula: $r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$. Sendo que P_t representa a cotação no dia t e P_{t-1} a cotação no dia anterior ($t-1$).

A crise econômica de 2008-2009 iniciada no mercado imobiliário dos Estados Unidos refletiu-se em vários setores da economia brasileira, afetando o crescimento do Ibovespa.

No Brasil, os anos que antecederam à crise de 2008-2009 foram positivos para as empresas, com aumento de ativos e queda no endividamento. O Ibovespa em 20 de maio de 2008 atingiu o recorde da década, quando ultrapassou os 70.000 pontos. No segundo semestre deste mesmo ano, a Bolsa de Valores de São Paulo apresentou grandes variações em seu índice, devido aos efeitos da economia americana. Nos anos de 2009 e 2010 o Ibovespa conseguiu recuperar o nível que havia atingido antes da crise do mercado imobiliário americano (chegando aproximadamente aos 70.000 pontos), mas com o

novo momento de instabilidade na economia europeia e norte-americana, o Ibovespa apresenta tendência negativa, conforme pode ser visto na figura 1.

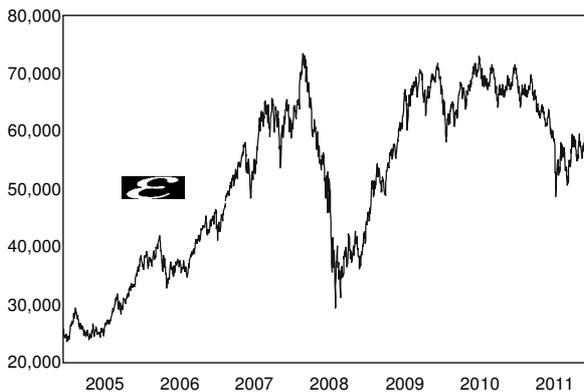
Algumas estatísticas descritivas básicas são apresentadas na Tabela 1. Observa-se que os retornos diários no período analisado apresentam uma distribuição leptocúrtica devido ao excesso de curtose (8,883037) em relação à distribuição normal (3,0). A estatística de Jarque-Bera indicou a rejeição da normalidade da distribuição da série, com $p\text{-valor}=0$ não contém raízes unitárias, conforme se observa na Tabela 2.

Os testes Dickey-Fuller Aumentado (ADF) e

Phillips-Perron (PP), com constante e com tendência, confirmaram que a série de retornos diários do Ibovespa é estacionária e não contém raízes unitárias, conforme se observa na Tabela 2.

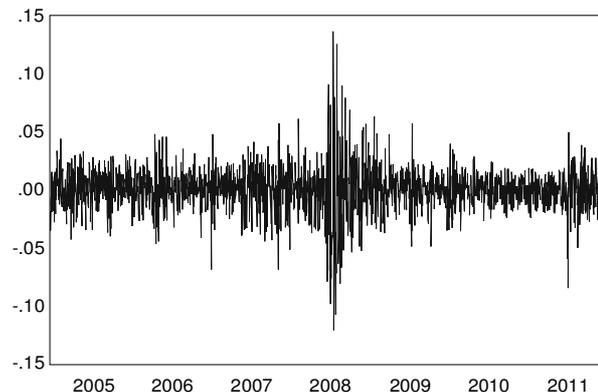
Antes de estimar os modelos GARCH, foi necessário realizar o teste ARCH para verificar se havia ou não presença de heterocedasticidade nos resíduos dos retornos, efetuou-se o teste LM (multiplicador de Lagrange) proposto por Engle (1982). Os valores do teste estão apresentados na Tabela 3. Observa-se que o teste mostra evidências contra a hipótese nula de não haver heterocedasticidade condicional nos resíduos dos retornos do Ibovespa.

Figura 1 - Série de pontos diários do Ibovespa



Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 2 - Série de retornos diários do Ibovespa



Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 1 – Sumário estatístico dos retornos

Estatísticas	Valores	Estatísticas	Valores
Média	0,000454	Assimetria	0,062880
Mediana	0,001338	Curtose	8,883037
Máximo	0,136766	Jarque-Bera	2631.571
Mínimo	-0,120961	p-valor JB	0,000000
Desvio Padrão	0,019183	Observações	1824

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 2 – Teste de estacionariedade para a série dos retornos do Ibovespa

Variável	Dickey-Fuller (ADF)	Phillips-Perron (PP)	Valor Crítico (5%)
Ibovespa	- 43,2881	- 43,7310	-3,4123

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 3 – Teste ARCH

Lag	F stat	Prob	LM
5	18,529	0,0000	89,577

Fonte: Elaborada pelos autores.

Após a confirmação da estacionariedade, procedeu-se a escolha dos modelos ARMA para a estimação da volatilidade. Dentre os modelos analisados foi escolhido o modelo ARMA (1,1), com base nos critérios de informação de Akaike e Schwartz. Verificou-se ainda a presença de heterocedasticidade na variância.

Foi modelada uma série de modelos de

persistência e assimetria (família ARCH), no sentido de observar a dinâmica da volatilidade do retorno dos índices da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa). Assim sendo, foram calibrados doze modelos todos com ruído branco. Na Tabela 4 constam os modelos selecionados com base nos valores AIC (Critério de Informação de Akaike) e SBC (Critério de Schwartz Bayesiano).

Tabela 4 – Modelos Selecionados

Modelos	AIC	SBC
GARCH (1,1)	- 5,2842	- 5,2635
EGARCH (1,1)	- 5,3096	- 5,2848
TARCH (2,1)	- 5,3243	- 5,2954

Fonte: Elaborada pelos autores.

O passo seguinte foi estimar os parâmetros dos modelos para a série de retornos diários do Ibovespa. Os resultados obtidos para os modelos ARMA (1,1)-GARCH (1,1), ARMA (1,1)-

EGARCH (1,1) e ARMA (1,1)-TARCH (2,1) encontram-se apresentados na Tabela 5. O software utilizado para estimar a regressão dos dados e dos modelos foi Eviews 7.0.

Tabela 5 – Resultados da estimação dos modelos (continua)

Especificação	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	TARCH (2,1)
Média Condicional	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)	ARMA (1,1)
AR (1)	-0,8144 (0,0000)	0,9762 (0,0000)	-0,8377 (0,0000)
MA (1)	0,7839 (0,0000)	-0,9594 (0,0000)	0,8174 (0,0000)

Tabela 5 – Resultados da estimação dos modelos (conclusão)

Especificação	GARCH (1,1)	EGARCH (1,1)	TARCH (2,1)
Variância Condicional			
α_0	0,0000063 (0,0000)	-0,31735 (0,0000)	-0,000014 (0,0000)
ε_{t-1}^2	0,1016 (0,0000)	-	-0,00205 (0,0000)
ε_{t-2}^2	-	-	0,06220 (0,0000)
σ_{t-1}^2	0,8817 (0,0000)	-	0,89580 (0,0000)
$d_{t-1} \cdot \varepsilon_{t-1}^2$	-	-	0,12940 (0,0000)
$\varepsilon_{t-1} / \sqrt{\sigma_{t-1}}$	-	-0,08880 (0,0000)	-
$\varepsilon_{t-1} / \sqrt{\sigma_{t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}$	-	0,10380 (0,0000)	-
$\ln(\sigma_{t-1}^2)$	-	0,97010 (0,0000)	-

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os números entre parênteses são os valores de probabilidade (*p-valor*), calculados ao nível de significância de 5%.

Observa-se no modelo GARCH (1,1), que os coeficientes estimados são estatisticamente significativos ao nível de 5%. A soma dos coeficientes α_1 e β_1 representados respectivamente por ε_{t-1}^2 e σ_{t-1}^2 foi igual a 0,9833, indicando que um choque na série dos retornos do Ibovespa terá efeito por muito tempo na volatilidade destes retornos. O coeficiente de persistência da volatilidade do termo σ_{t-1}^2 igual a 0,8817, confirma que os choques da volatilidade nos retornos serão lentamente enfraquecidos.

No modelo EGARCH (1,1) verifica-se a presença da assimetria da volatilidade dos retornos, ou seja, choques de “boas” ou “más” notícias causam efeitos na volatilidade desses retornos. Isso pode ser verificado pelo parâmetro (γ_1) associado

ao termo $\varepsilon_{t-1} / \sqrt{\sigma_{t-1}}$ que capta a assimetria de volatilidade (-0,0888), indicando que choques positivos na volatilidade não possuem o mesmo efeito que os choques negativos, ou seja, presença da assimetria da volatilidade nos retornos do Ibovespa. O efeito alavancagem pode ser observado numa série histórica, quando o coeficiente de assimetria da volatilidade (γ_1) do modelo EGARCH for menor que zero. Portanto, o coeficiente se mostrou menor que zero, indicando a presença do efeito alavancagem.

Já no modelo TARCH (1,1), o coeficiente (γ_1) do termo $d_{t-1} \cdot \varepsilon_{t-1}^2$ mostrou-se estatisticamente significativo ao nível de 5%, ou seja, choques positivos e negativos têm impactos diferenciados sobre a volatilidade e retornos do Ibovespa. Assim sendo, indica a presença de informação assimétrica.

Para verificar as medidas de avaliação de desempenho da capacidade preditiva dos modelos,

utilizaram-se os critérios de Akaike e Schwartz. Os resultados obtidos encontram-se apresentados na Tabela 4. Assim sendo, o melhor modelo para a previsão da volatilidade do Ibovespa foi o TARCh (2,1).

4 CONCLUSÕES

Neste artigo realizou-se uma análise empírica da volatilidade dos retornos do Ibovespa, utilizando os modelos ARMA (1,1)-GARCH (1,1), ARMA (1,1)-EGARCH (1,1) e ARMA (1,1)-TARCh (2,1).

Os modelos utilizados apresentam fortes avanços metodológicos no tratamento dos preços das ações, servindo como ferramentas importantes de gerenciamento de risco pelos investidores.

Os resultados empíricos mostraram reações de persistência e assimetria na volatilidade, ou seja, os choques negativos e positivos têm impactos diferenciados sobre a volatilidade dos retornos, o que pode ser comprovado pelos modelos EGARCH (1,1) e TARCh (2,1).

Deve-se ressaltar que mudanças na política governamental geram choques negativos e positivos que causarão impactos significativos nos preços futuros das ações, repercutindo, então, por longos períodos.

Com base nos critérios Akaike e Schwartz, o modelo escolhido para a previsão da volatilidade foi o TARCh (2,1). A persistência e assimetria sugeridas pelos resultados obtidos servem como ferramentas importantes de gerenciamento de risco pelos investidores.

NOTAS E REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAIDYA, T. K. N.; COSTA, P. H. S. Modelagem de séries financeiras brasileiras: previsão de preços de alguns ativos. *Revista da Sobrapo*, 1999.

BARCINSKI, A.; ALMEIDA, B. C. D.; GARCIA, M. G. P.; SILVEIRA, M. A. C. Estimação da volatilidade do retorno das ações brasileiras – Um método alternativo à família GARCH. *Revista BM&F*, v. 116, p. 21-39, 1997.

BOLLERSLEV, T., RAY, Y. C.; KENNETH, F. K. ARCH modeling in finance: a review of the theory and empirical evidence. *Journal of Econometrics*, v. 52, p. 5-59, 1992.

BOLLERSLEV, T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986.

BOURBONNAIS, R.; TERRAZA, M. *Analyse des séries temporelles: Applications à l'économie et à la gestion*. Dunod, Paris, 2008.

BROOKS, C. *Introductory econometrics for finance*. Cambridge University, UK, 2002.

BUSTAMANTE, M.; FERNANDES, M. Um Procedimento para análise da persistência na volatilidade. *Anais do XVII Encontro Brasileiro de Econometria*, p. 203-223, 1995.

COSTA Jr. N. C. A.; CERRETA, P. S. Influência de eventos positivos e negativos sobre a volatilidade dos mercados na América Latina. *Caderno de Pesquisa em Administração – USP*, v. 1, n. 10, 1999.

DICKEY, D.A.; FULLER, W. A distribution of the estimators for autoregressive time series with unit root. *Journal of the American Statistical Association*, v. 74, p. 427-431, 1979.

DUARTE, J.A.M.; PINHEIRO, M.A.; HEIL, T.B.B. Estimação da Volatilidade de Ativos e Índices Brasileiros. *Resenha BM&F*, v. 111, p. 16-28, 1996.

ENGLE, R. F. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with estimates of the variances of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987-1007, 1982.

ENGLE, R. F.; BOLLERSLEV, T. Modelling the persistence of conditional variances. *Econometric Review*, v. 5, p. 1-50, 1986.

GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess returns on stocks. *Journal of Finance*, v. 48, p. 1779-1801, 1993.

ISSLER, J. V. Estimating and Forecasting the Volatility of Brazilian Finance Series Using ARCH Models. *Revista de Econometria*, v. 19, n. 1, p. 5-56, 1999.

JARQUE, C.; BERA, A. A test for normality of observations and regression residuals. *International Statistical Review*, v. 55, p. 163-172, 1987.

MORAIS, I. A. C.; PORTUGAL, M. S. Modelagem e previsão de volatilidade determinística e estocástica para a série do Ibovespa. *Estudos Econômicos*, v. 29, n. 3, p. 303-34, 1999.

MOTA, B.; FERNANDES, M. Desempenho de estimadores de volatilidade na Bolsa de Valores de São Paulo. *Revista Brasileira de Economia*, v. 58, n. 3, p. 429-448, 2004.

NELSON, D.B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, v. 59, p. 347-370, 1991.

PHILLIPS, P.C.B.; PERRON, P. Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, v. 75, n. 3, p. 335-346, 1988.

SILVA, C. A. G. *A Volatilidade do retorno da ação da CSN: Uso dos modelos heterocedásticos*. In: XXIX Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Salvador – Bahia, 2009.

ZAKOIAN, J.M. Threshold Heteroskedascity Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 18, p. 931-955, 1994.