Fundo DI versus CDB:
o efeito do "come-cotas"

CLOVIS DE FARO* E GERSON LACHTERMACHER**

Resumo: Na história econômica do Brasil tem sido frequente a adoção de sistemáticas tributárias não observadas em outros países. No caso específico do artigo, é feita uma análise comparativa entre os efeitos das distintas sistemáticas tributárias aplicadas aos Fundos DI e aos Certificados de Depósitos Bancários. Destaca-se que, para aplicações em Fundos DI, a prática de cobrar tributo, mesmo sem que haja resgate, resulta na redução da quantidade de cotas atribuídas ao investidor, o que é chamado de efeito "come-cotas".

Palavras-chave: Fundo DI; CDB; políticas tributárias.

DI Funds versus Time Deposits: the "come-cotas" effect

Abstract: In the economic history of Brazil, it has been often adopted taxation schemes that are very peculiar to the country. The paper addresses the case of the two different taxation policies that are applied to investments in the so called DI Funds and in Time Deposits. For the case of the former, the taxation policy of taxing capital gains before the withdraw of the amount invested results in the decrease of the number of shares, the investor owns in the Fund. This effect has been named as the "eating share" mechanism.

Key-words: DI Funds; Time Deposits; taxation policies.

---

* Diretor do Instituto de Desenvolvimento Educacional da Fundação Getúlio Vargas (IDE/FGV).

** Professor Adjunto da Faculdade de Ciências Econômicas - UERJ.

1 Introdução

Dois populares tipos de aplicações financeiras em nosso mercado de capitais, aplicações estas ditas de renda fixa e que têm suas respectivas taxas brutas de rentabilidade como dadas proporções da taxa de juros dos Certificados de Depósito Interbancário (CDI), são os chamados Fundos de Renda Fixa DI (Assaf Neto, 2008) e os Certificados de Depósito Bancário (CDB's).

Uma marcante diferença entre aqueles dois tipos de aplicação, no que tange ao aspecto tributário, diz respeito às distintas sistemáticas da cobrança, na fonte, do Imposto de Renda. Enquanto no caso de aplicações em CDB's o tributo é cobrado somente na data em que o investidor efetua o resgate, as aplicações em Fundo DI sofrem cobranças periódicas. Ou seja, mesmo não havendo resgate da aplicação, os cotistas dos Fundos DI têm que pagar, ao fim de cada período estabelecido pelo fisco, o imposto de renda relativo ao ganho nominal observado no período considerado. Isto faz com que o número de cotas originalmente associado à aplicação do investidor seja diminuído. Tal fato caracteriza o que, no jargão do mercado, é cognominado de "come-cotas".

No que se segue, concentrando a atenção somente nos efeitos das distintas sistemáticas de tributação, buscaremos comparar as respectivas rentabilidades líquidas desses dois tipos de aplicações.

2 Aplicação em CDB

Para fins de nossos propósitos, iremos admitir que a taxa (bruta) periódica de rentabilidade da aplicação no CDB (Fortuna, 2008), que é uma determinada porcentagem da taxa do CDI (Fortuna, 2008), seja constante com o tempo e igual a i, suposta positiva. Sendo t, com $0<t<1$, a alíquota do imposto de renda, incidente sobre o ganho nominal apurado na data do resgate, suposto ocorrer no fim de n períodos, segue-se que, sendo D o valor da aplicação, o valor líquido de resgate, ao fim de n períodos (Faro, 2006), será igual a:

$$S_n = D(1+i)^n - t\{D(1+i)^n - D\} \qquad \text{ou} \qquad S_n = D\{(1-t)(1+i)^n + t\}.$$

Por conseguinte, a taxa líquida de rentabilidade periódica definida por i_ℓ será :

$$i_\ell = \{(1-t)(1+i)^n + t\}^{1/n} - 1.$$

Para efeito de comparação com a rentabilidade líquida da aplicação alternativa, no Fundo DI, é importante que se verifique como varia a taxa i_ℓ com o prazo n. Para tanto, bastaria determinar o sinal da seguinte derivada:

$$\frac{\partial i_\ell}{\partial n} = \frac{\{(1-t)(1+i)^n + t\}^{1/n}}{n}\left[\frac{(1-t)(1+i)^n \ln(1+i)}{(1-t)(1+i)^n + t} - \frac{\ln\{t + (1-t)(1+i)^n\}}{n}\right],$$

o que se afigura como uma tarefa assaz trabalhosa se feita analiticamente. Uma forma de termos um *insight* sobre o sinal da derivada de i_ℓ em relação ao prazo n, é fazer um gráfico supondo t constante e igual a 15% (valor cobrado atualmente), e uma taxa bruta de rentabilidade i que fixaremos em 0,7% ao mês. A Figura 1 mostra o comportamento da taxa líquida i_ℓ, em função do número de meses de aplicação, n.

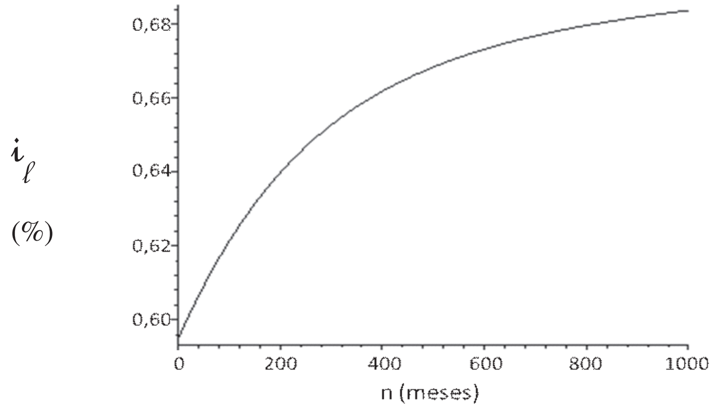

Figura 1 – Taxa líquida de rentabilidade periódica (t=15%)

Como podemos notar, a derivada, neste caso particular, e que se pode inferir como geral, será sempre positiva, decrescente e tendendo a zero. Esta observação pode ser ainda comprovada através do gráfico da derivada de i_ℓ em relação a *n,* nas mesmas condições acima, isto é, *t* igual a 15% e *i* igual a 0,7% ao mês.

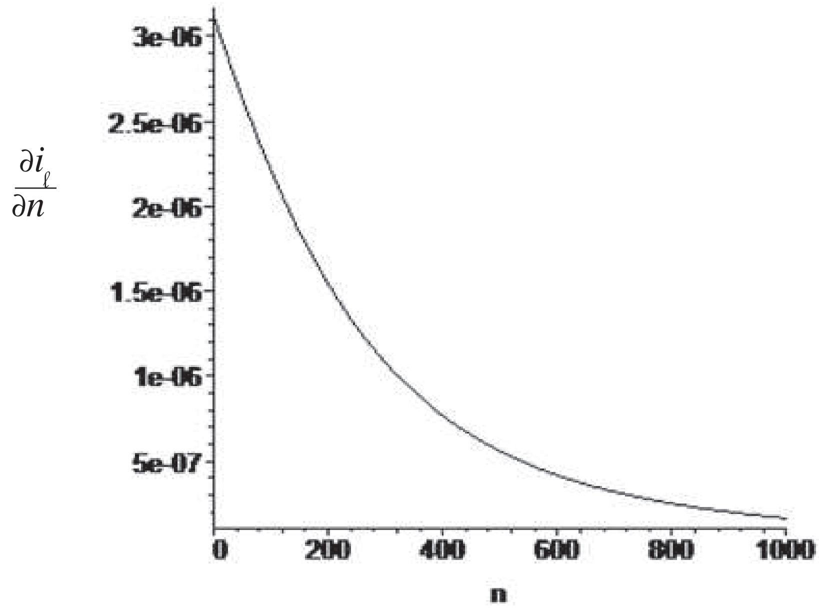

Figura 2 – Primeira derivada da taxa líquida de rentabilidade periódica ($\partial i_\ell / \partial n$)

Devemos notar que, como $\partial i_\ell \;/\; \partial n$ tende a zero à medida que *n* cresce, a taxa i_ℓ tende para um determinado valor, dado pelo limite de i_ℓ quando *n* tende para infinito, isto é,

$$\lim_{n \to +\infty} i_\ell = \lim_{n \to +\infty} \{(1\text{-}0{,}15)(1+0{,}007)^n + 0{,}15\}^{1/n} - 1 = 0{,}007 = i.$$

Entretanto, é importante observar que, como provado no Apêndice, a taxa líquida i_l tende, assintoticamente, à taxa bruta *i*, quando o prazo de aplicação cresce indefinidamente para quaisquer condições de *t* e *i*.

Alternativamente, como veremos na seção 4, poderemos inferir o comportamento de i_ℓ em função de *n* através do confronto entre os valores de resgate das duas aplicações em apreço.

3 Aplicação no Fundo DI

Admitindo que a aplicação no Fundo DI (Assaf Neto, 2008) renda a mesma taxa (bruta) periódica *i*, paga no caso do CDB, consideremos ainda o investimento da mesma quantia *D*. Sendo mantida a alíquota *t* do Imposto de Renda, lembremos que, independentemente da ocorrência de eventual resgate[1], a sistemática imposta pelo Fisco determina que a cobrança do tributo seja efetuada a cada *m* períodos.

Deste modo, no fim dos *m* primeiros períodos, o saldo $S'_{1.m}$ no Fundo DI, logo após a cobrança do imposto de renda (Faro, 2006), é igual a:

$$S'_{1.m} = D(1+i)^m - t\{D(1+i)^m - D\} \qquad \text{ou} \qquad S'_{1.m} = D\{(1-t)(1+i)^m + t\}.$$

Decorridos mais m períodos, o saldo $S'_{2.m}$, logo após a nova cobrança do tributo, será:

$$S'_{2.m} = S'_{1.m}(1+i)^m - t\{S'_{1.m}(1+i)^m - S'_{1.m}\} \qquad \text{ou} \qquad S'_{2.m} = S'_{1.m}\{(1-t)(1+i)^m + t\}.$$

Portanto, tendo em vista a expressão de $S'_{1.m}$, podemos escrever:

$$S'_{2.m} = D\{(1-t)(1+i)^m + t\}^2.$$

Por extensão, o que pode ser formalmente demonstrado por indução, decorre que o saldo no fim de *k.m* períodos, onde k é um número natural, logo após a cobrança do tributo, será:

$$S'_{k.m} = D\{(1- t)(1+ i)^m + t\}^k \ ; \ k = 1,2,...$$

Consequentemente a taxa de rentabilidade líquida periódica i'_ℓ, para o caso de aplicação no Fundo DI, será dada por:

$$i'_\ell = \{[(1 - t)(1 + i)^m + t]^k\}^{1/(k.m)} - 1 \quad \text{ou} \quad i'_\ell = \{(1 - t)(1 + i)^m + t\}^{1/m} - 1 \ ,$$

expressão que independe de *k*, ou seja, enquanto a taxa líquida i_ℓ associada ao investimento no CDB depende do prazo total de aplicação *n*, que suporemos ser igual a *m.k*, a taxa líquida i'_ℓ para o caso do investimento no Fundo DI só depende, a menos da taxa bruta *i* e da alíquota *t*, da periodicidade *m* de cobrança do imposto de renda.

4 Comparação

Intuitivamente, para $k > 1$, devemos esperar que se tenha $i_\ell > i'_\ell$. Para que comprovemos a intuição, dada a dificuldade da análise da derivada $\partial i_\ell / \partial n$, iremos fazer uso do seguinte enfoque.

Denotando por Δ_k a diferença entre os dois saldos, no fim de *k.m* períodos, isto é,

$$\Delta_k = S_{k.m} - S'_{k.m} \quad \text{ou} \quad \Delta_k = D\{(1 - t)(1 + i)^{m.k} + t - [(1 - t)(1 + i)^m + t]^k\}; \ k = 1, 2,...$$

mostraremos que Δ_k cresce com *k*.

Para tanto, notemos que, trivialmente, se $k = 1$ teremos $\Delta_1 = 0$. Sendo que, para $k = 2$, tem-se:

$$\Delta_2 = D\{(1 - t)(1 + i)^{2.m} + t - [(1 - t)(1 + i)^m + t]^2\}.$$

do que decorre:

$$\Delta_2 = D.t(1 - t) \ \{(1+ i)^m - 1\}^2 > 0.$$

Para $k > 2$, faremos uso de resultado apresentado no Apêndice, que mostra que, no caso de investimento unitário:

$$\Delta_{k+1} - \Delta_k = \{(1+ i)^m - 1\} \ \{\Delta_k + t\,(S'_{k.m} - 1)\}.$$

Assim, supondo que $\Delta_k > 0$, o que sabemos ser verdadeiro para $k = 2$, e observando que $S'_{k.m} > 1$, pois que $S'_{k.m}$ é o valor de resgate, no Fundo DI, resultante da aplicação unitária por *k.m* períodos, segue-se que $\Delta_{k+1} - \Delta_k > 0$, ou seja, a diferença entre os respectivos valores de resgate cresce com o prazo de aplicação.

Por conseguinte, como a taxa líquida relativa à aplicação no Fundo DI independe de *k*, sendo igual à obtida no caso de aplicação no CDB se $k = 1$, conclui-se que i_ℓ é crescente com *k*.

5 Confronto Numérico

Na seção anterior, comprovamos que, no caso em que o prazo de aplicação $n = k.m$, seja tal que $k \geqslant 2$, mais vale investir no CDB do que no Fundo DI.

Na presente seção, a título de ilustração da ordem de grandeza das diferenças numéricas, iremos cotejar os valores dos respectivos saldos finais de resgate, considerando uma aplicação de R$ 1.000.000,00, à taxa bruta de 1% ao mês e com a alíquota do imposto de renda fixada em 15% (cobrada atualmente pela Receita Federal), em função da periodicidade *m* do "come-cotas" e do prazo total de aplicação.

Nas tabelas a seguir, considerando-se um prazo total de até 10 anos, são apresentados, em função da periodicidade *m* do "come-cotas", os valores das diferenças absolutas e relativas entre os respectivos valores de resgate das aplicações no CDB e no Fundo DI, bem como os valores das correspondentes taxas líquidas, mensais, de rentabilidade.

Para efeito da determinação da diferença relativa entre os saldos das aplicações, definiu-se como perda relativa a representação percentual da razão $\Delta_{k.m} / S_{k.m}$. Assim, começando com o caso de cobrança bimensal do imposto de renda, o que significa fazer-se *m*=2, temos, na Tabela 1, os respectivos valores das variáveis consideradas.

Tabela 1 - Cobrança Bimestral do Imposto de Renda (*m*=2)

Nº de Bimestres (*k*)	$S_{k.m}$	$S'_{k.m}$	Diferença Absoluta (R$)	Perda Relativa (%)	Taxas Líquidas	
					i_ℓ (%)	i'_ℓ (%)
1	1017085,00	1017085,00	0,00	0,00	0,8506	0,8506
2	1034513,41	1034461,90	51,51	0,00	0,8519	0,8506
3	1052292,13	1052135,68	156,45	0,01	0,8531	0,8506
4	1070428,20	1070111,42	316,78	0,03	0,8544	0,8506
5	1088928,81	1088394,27	534,54	0,05	0,8556	0,8506
6	1107801,28	1106989,49	811,79	0,07	0,8568	0,8506
7	1127053,08	1125902,40	1150,68	0,10	0,8580	0,8506
8	1146691,85	1145138,44	1553,40	0,14	0,8592	0,8506
9	1166725,35	1164703,13	2022,22	0,17	0,8604	0,8506
10	1187161,53	1184602,09	2559,45	0,22	0,8615	0,8506
11	1208008,48	1204841,01	3167,47	0,26	0,8627	0,8506
12	1229274,45	1225425,72	3848,73	0,31	0,8638	0,8506
18	1366153,47	1356533,39	9620,07	0,70	0,8704	0,8506
24	1520392,17	1501668,20	18723,96	1,23	0,8767	0,8506
36	1890034,42	1840182,84	49851,57	2,64	0,8881	0,8506
42	2110714,33	2037063,06	73651,27	3,49	0,8933	0,8506
48	2359381,99	2255007,39	104374,59	4,42	0,8982	0,8506
54	2639586,92	2496269,47	143317,45	5,43	0,9028	0,8506
60	2955328,86	2763344,06	191984,80	6,50	0,9071	0,8506

O ponto a destacar é o relativo ao comportamento da perda relativa. Embora crescente com o prazo de aplicação, apresenta valores bastante diminutos para prazos de até 2 anos (*k*=12), quando não chega a superar 0,31%. Todavia, para prazos mais longos, a perda relativa já alcança valores substanciais, chegando a 6,5% no caso de resgate ao fim de 10 anos (*k*=60).

De qualquer maneira, embora pequena em termos de perda relativa, no caso de prazos não muito longos, a perda absoluta não é desprezível. Observe-se que, para o prazo de 1 ano (*k*=6), o valor da diferença já supera R$ 800,00.

As tabelas 2 e 3 apresentam os valores das variáveis consideradas, respectivamente, para os casos de cobrança trimestral (k=3) e semestral (k=6) do imposto de renda. O ponto a destacar, agora, é o intuitivo fato de que, para um mesmo prazo, as diferenças são menores à medida que há um maior espaçamento entre as cobranças do imposto de renda. Assim, fixando atenção no prazo de 2 anos, enquanto a perda absoluta referente ao caso da cobrança bimestral do imposto de renda alcança a cifra de R$ 3.848,73, a perda cai para R$ 3.665,23 e para R$ 3.119,70, respectivamente, nos casos de cobrança trimestral e semestral do tributo. Isto é refletido no fato de que a taxa líquida de rentabilidade no Fundo DI, que, mantida a periodicidade da cobrança do imposto de renda, é constante no tempo, cresce quando a cobrança do tributo é mais espaçada.

Tabela 2 - Cobrança Trimestral do Imposto de Renda (*m*=3)

Nº de Trimestres (k)	$S_{k.m}$	$S'_{k.m}$	Diferença Absoluta (R$)	Perda Relativa (%)	Taxas Líquidas	
					i_ℓ (%)	i'_ℓ (%)
1	1025755,85	1025755,85	0,00	0,00	0,8513	0,8513
2	1052292,13	1052175,06	117,06	0,01	0,8531	0,8513
3	1079632,48	1079274,73	357,75	0,03	0,8550	0,8513
4	1107801,28	1107072,36	728,91	0,07	0,8568	0,8513
5	1136823,61	1135585,95	1237,66	0,11	0,8586	0,8513
6	1166725,35	1164833,94	1891,42	0,16	0,8604	0,8513
7	1197522,15	1194835,22	2697,92	0,23	0,8621	0,8513
8	1229274,45	1225609,22	3665,23	0,30	0,8638	0,8513
9	1261977,55	1257175,83	4801,72	0,38	0,8655	0,8513
10	1295671,58	1289555,46	6116,12	0,47	0,8672	0,8513
11	1330386,57	1322769,06	7617,52	0,57	0,8688	0,8513
12	1366153,47	1356838,10	9315,37	0,68	0,8704	0,8513
18	1604698,90	1580491,06	24207,83	1,51	0,8797	0,8513
24	1890034,42	1841009,63	49024,79	2,59	0,8881	0,8513
36	2639586,92	2497952,00	141634,92	5,37	0,9028	0,8513
42	3127913,11	2909699,26	218213,85	6,98	0,9092	0,8513
48	3712023,25	3389316,45	322706,81	8,69	0,9150	0,8513
54	4410705,12	3947990,82	462714,31	10,49	0,9203	0,8513
60	5246431,68	4598753,68	647678,00	12,35	0,9251	0,8513

Tabela 3 - Cobrança Semestral do Imposto de Renda (*m*=6)

Nº de Semestres (k)	$S_{k.m}$	$S'_{k.m}$	Diferença Absoluta (R$)	Perda Relativa (%)	Taxas Líquidas i_ℓ (%)	i'_ℓ (%)
1	1052292,13	1052292,13	0,00	0,00	0,8531	0,8531
2	1107801,28	1107318,72	482,55	0,04	0,8568	0,8531
3	1166725,35	1165222,78	1502,58	0,13	0,8604	0,8531
4	1229274,45	1226154,75	3119,70	0,25	0,8638	0,8531
5	1295671,58	1290272,99	5398,58	0,42	0,8672	0,8531
6	1366153,47	1357744,12	8409,35	0,62	0,8704	0,8531
7	1440971,41	1428743,44	12227,97	0,85	0,8736	0,8531
8	1520392,17	1503455,48	16936,69	1,11	0,8767	0,8531
9	1604698,90	1582074,37	22624,53	1,41	0,8797	0,8531
10	1694192,19	1664804,40	29387,79	1,73	0,8825	0,8531
11	1789191,13	1751860,57	37330,56	2,09	0,8854	0,8531
12	1890034,42	1843469,08	46565,33	2,46	0,8881	0,8531
18	2639586,92	2502959,30	136627,62	5,18	0,9028	0,8531
24	3712023,25	3398378,26	313644,99	8,45	0,9150	0,8531
36	7441815,35	6264805,26	1177010,10	15,82	0,9336	0,8531
42	10582901,78	8506002,47	2076899,31	19,63	0,9406	0,8531
48	15077070,20	11548974,80	3528095,39	23,40	0,9465	0,8531
54	21507186,07	15680552,58	5826633,48	27,09	0,9515	0,8531
60	30707195,13	21290178,00	9417017,13	30,67	0,9558	0,8531

6 Conclusão

O Brasil é realmente um país singular. Certas práticas, em especial as tributárias, parecem viger somente em nosso Pindorama. Uma das mais extravagantes, certamente, é a de cobrar imposto de renda antes que a renda seja efetivamente embolsada pelo contribuinte.

Um exemplo gritante de tal enviesada manifestação de nosso fisco, que lesou os infelizes compradores das Letras de Câmbio no que ficou tristemente conhecido como o caso Coroa-Brastel, era a prática, hoje aparentemente superada, de cobrar o tributo, no jargão de mercado, na cabeça (Faro, 1984). Isto é, o imposto de renda era cobrado antecipadamente, quando da emissão do título. Deste modo, no caso Coroa-

Brastel, os investidores foram duplamente lesados. Não só perderam os valores investidos, como tiveram que pagar tributos sobre ganhos que jamais se materializaram.

No caso aqui abordado, embora os efeitos perversos da sistemática tributária adotada, vis-à-vis a alternativa de aplicação em CDBs, não sejam tão significativos — ao menos em situações em que as taxas de juros não sejam muito elevadas — também podemos ter cobrança do imposto de renda mesmo se, ao fim e ao cabo, o investidor no Fundo de Renda Fixa tiver tido, efetivamente, uma perda e não um ganho. Tal situação pode acontecer, ao menos em tese, se, logo após a incidência do "come-cotas", ocorrer uma drástica elevação da taxa SELIC que é fixada pelo Banco Central. Nesta eventualidade, acarretando uma correspondente elevação na taxa do CDI, tem-se, como consequência, a diminuição do valor atual dos títulos prefixados que eventualmente componham a carteira que lastreia o Fundo de Renda Fixa. Em tal situação hipotética, se o investidor precisar efetuar o resgate, pode se ver na inusitada situação de só fazer jus a um valor menor do que o originalmente investido. Ou seja, em última análise, terá sido obrigado a pagar imposto de renda sobre uma perda.

NOTAS E REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Supondo que o resgate só ocorra no fim dos n períodos considerados.

ASSEF NETO, Alexandre. *Mercado Financeiro*. 9ª ed., São Paulo: Editora Atlas, 2008.

FARO, Clovis. Taxação de Títulos com Rendimentos Prefixados: a Questão da Justiça Fiscal. *Carta Andima,* n. 47, p. 3-4, dez. 1984.

FARO, Clovis. *Fundamentos da Matemática Financeira*. São Paulo: Ed.Saraiva, 2006.

FARO, C. ; LACHTERMACHER, G. *Introdução à Matemática Financeira.* Rio de Janeiro: Ed. FGV/Saraiva, 2012.

FORTUNA, Eduardo. *Mercado Financeiro:* Produtos e Serviços. 17 ed., Rio de Janeiro: Editora Qualitymark, 2008.

APÊNDICE

Proposição I

Sendo $\Delta_k = S_{k.m} - S'_{k.m}$, tem-se que:

$$\Delta_{k+1} - \Delta_k = \{(1+ i)^m - 1\} \{\Delta_k + t\,(S'_{k.m} - 1)\}.$$

Demonstração:

Sabemos que na hipótese de aplicação unitária (*D=1*):

$$\mathrm{S}_{k.m} = (1- t)(1+ i)^{k.m} + t.$$

Logo:

$$\mathrm{S}_{(k+1)m} = (1- t)(1+ i)^{(k+1)m} + t$$

$$= (1- t)(1+ i)^{k.m}\,(1+ i)^m + t(1+ i)^m - t(1+ i)^m + t$$

$$= (1+ i)^m\, S_{k.m} - t\{(1+ i)^m - 1\}.$$

Sabemos também, mantida a hipótese de aplicação unitária, que:

$$S'_{k.m} = \{(1- t)(1+ i)^m + t\}^k.$$

Logo:

$$S'_{(k+1)m} = \{(1-t)(1+i)^m + t\}^{k+1}$$

$$= \{(1-t)(1+i)^m + t\}S'_{k.m}.$$

Consequentemente,

$$\Delta_{k+1} - \Delta_k = (S_{(k+1)m} - S'_{(k+1)m}) - (S_{k.m} - S'_{k.m})$$

$$= (1+i)^m S_{k.m} - t\{(1+i)^m - 1\} - \{(1-t)(1+i)^m + \mathrm{t}\}S'_{k.m} - (S_{k.m} - S'_{k.m}),$$

ou

$$\Delta_{k+1} - \Delta_k = (1+\mathrm{i})^m(S_{k.m} - S'_{k.m}) - t\{(1+i)^m - 1\} + t\{(1+i)^m - 1\}S'_{k.m} - (S_{k.m} - S'_{k.m}),$$

ou

$$\Delta_{k+1} - \Delta_k = \{(1+i)^m - 1\}\{\Delta_k + t(S'_{k.m} - 1)\}.$$

Corolário:

Δ_k é crescente com k.

Demonstração:

Como vimos no texto, $\Delta_1 = 0$ e $\Delta_2 > 0$; logo, observando que $S'_{km} > 1$, pois que S'_{km} é o valor de resgate, após km períodos, resultante da aplicação unitária no Fundo D.I, tem-se que

$$\Delta_{k+1} - \Delta_k > 0 \quad , k = 1,2, \ldots$$

Proposição II

Para o caso de aplicação no CDB, a taxa líquida de rentabilidade tende, assintoticamente, para o valor da taxa bruta.

Demonstração:

Como sabemos, a taxa líquida é dada por:

$$\mathrm{i}_\ell = \{(1-t)(1+i)^n + t\}^{1/n} - 1.$$

Portanto,

$$1 + i_\ell = \{(1-t)(1+i)^n + t\}^{1/n}$$

com

$$\ln(1+i_\ell) = \frac{\ln\{(1-t)(1+i)^n + t\}}{n}.$$

Portanto, fazendo uso da regra de L'Hopital, tem-se:

$$\lim_{n \to +\infty} \ln(1+i_\ell) = \lim_{n \to +\infty} \frac{\ln\{(1-t)(1+i)^n + t\}}{n}$$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{(1-t)(1+i)^n \ln(1+i)}{(1-t)(1+i)^n + t}$$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{(1-t)(1+i)^n \{\ln(1+i)\}^2}{(1-t)(1+i)^n \ln(1+i)} = \ln(1+i),$$

o que implica que i_ℓ tende a i quando o prazo de aplicação n cresce indefinidamente.