



MEDIDAS DE RISCO PARA PROJETOS DE INVESTIMENTO EM ATIVOS REAIS

DOI: 10.12957/synthesis.2015.30463

*PAULO HENRIQUE SOTO COSTA**

Resumo: O Valor em Risco (VaR) é uma medida de risco criada para posições em ativos financeiros, que pode facilmente ser usada para medir risco corporativo numa abordagem de curto prazo. Este trabalho discute o uso do VaR e de outras medidas de risco para quantificar o risco de investimentos de longo prazo em ativos reais, tema importante, mas pouco abordado na literatura. A decisão de investimento da firma deve levar em conta não apenas o retorno esperado, mas também os riscos envolvidos: daí vem a importância de uma correta quantificação destes riscos. O trabalho compara duas maneiras alternativas para computar as medidas de risco: a partir das distribuições de Valor Presente Líquido (VPL) calculadas com a taxa adequada ao risco do projeto e com a taxa livre de risco. São usados como exemplo projetos fictícios, e conclui-se pela necessidade de empregar a taxa livre de risco para computar a distribuição de VPL. Mostra-se que a distribuição de VPL obtida com a taxa adequada ao risco do projeto – frequentemente usada em estudos de viabilidade econômica – pode levar a medidas de risco incorretas e, conseqüentemente, a decisões incorretas.

Palavra-chave: Risco corporativo. VaR. Perda esperada. Distribuição de VPL.

Risk measures for real asset investment projects

Abstract: Value-at-risk (VaR) is a financial asset risk measure that can easily be adapted to measure short-run corporate risk. This paper discusses the use of VaR and other risk measures to quantify the risk of long-run real asset investments, an important subject, but with few papers on it. The investment decision of the firm must take into account not only the expected return, but also the risk: that is why it is important a correct quantification of the risk. The paper compares two ways of measuring risk: with net present value (NPV) distributions computed with the project's risk adjusted rate and with the risk free rate. We use fictitious projects as examples and we conclude that the risk free rate must be used to compute the NPV distribution. We show that the NPV distribution computed with the project's risk adjusted rate – frequently employed in economic viability studies – may result in incorrect risk measures and, as a consequence, incorrect decisions.

Keywords: Corporate risk. VaR. Expected loss. NPV distribution.

* Prof. Associado da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

1 INTRODUÇÃO

A quantificação do risco é importante para a correta decisão sobre investimentos. A decisão sobre

investimentos. A literatura sobre este tema é extensa, mas voltada principalmente para risco de investimentos no mercado financeiro.

As firmas, entretanto, tomam com frequência decisões sobre investimentos em ativos reais. Elas necessitam quantificar benefícios esperados e riscos assumidos em consequência da decisão de investir em projetos cujos resultados ocorrerão num horizonte de vários anos. Para lidar com estes resultados futuros, o CAPM (Modelo de Apreçamento de Ativos de Capital) recomenda computar o valor presente líquido (VPL) do projeto, usando como taxa de desconto a “taxa adequada ao risco”. Este procedimento vale tanto para estudos de viabilidade como para comparação de alternativas

O risco do projeto ou alternativa é medido pelo seu “beta” (covariância do retorno do projeto ou alternativa com o retorno do mercado, dividida pela variância do retorno do mercado).

Este método supõe premissas que muitas vezes não se verificam, e dá à firma como resultado apenas um número – o VPL – sobre o qual ela deve tomar sua decisão.

Muitas firmas complementam a análise convencional de VPL com alguma informação mais explícita sobre risco. É comum a realização de análises de sensibilidade envolvendo simulação de Monte Carlo, para quantificar o efeito de variações nos “fatores de risco” que afetam os resultados futuros.

O presente trabalho analisa o significado da distribuição de probabilidades do valor presente de um projeto de investimento. Ele mostra que a determinação de medidas de risco a partir desta distribuição só faz sentido se a taxa de desconto utilizada for a taxa de juros sem risco. São apresentados, a título de ilustração, exemplos simples de estudos de viabilidade e de comparação de alternativas.

O trabalho está dividido em 6 seções: depois desta primeira, a seção 2 traz uma explicação da motivação que levou à elaboração do trabalho; a seção 3 apresenta as medidas de risco usadas no trabalho; a seção 4 discute o risco de projetos e a distribuição de valor presente; na seção 5 estão os exemplos ilustrativos e a seção 6 conclui o trabalho.

2 MOTIVAÇÃO

A motivação para a elaboração deste artigo vem da constatação, pelo autor, que há na academia e em algumas firmas certa confusão quanto ao uso da taxa livre de risco ou da taxa adequada ao risco para descontar fluxos de caixa.

É bastante conhecida a noção de que a medida do valor hoje de um ativo (real ou financeiro) que gera fluxos de caixa incertos no futuro pode ser feita de duas formas:

- Trazendo a valor presente (VP), usando a taxa adequada ao risco, o valor esperado – calculado a partir das probabilidades verdadeiras – dos fluxos futuros. Esta é a visão mais antiga, que pode ser encontrada em trabalhos clássicos como, por exemplo, Modigliani e Miller (1958). Estes autores, em seu artigo que foi um dos marcos iniciais da moderna teoria de finanças, mostram que o valor da firma independe de sua estrutura de capital. Eles trazem a VP os fluxos de caixa esperados pelos acionistas usando a taxa adequada ao risco dos acionistas, enquanto os fluxos esperados pelos credores são descontados pela taxa adequada ao risco dos credores.

- Trazendo a VP, usando a taxa de juros livre de risco, o valor esperado – calculado a partir das probabilidades neutras ao risco – dos fluxos futuros. Um dos primeiros trabalhos que liga as probabilidades neutras ao risco com o desconto pela taxa livre de risco foi o artigo de Cox e Ross (1976). Esta metodologia foi posteriormente aprofundada e formalizada por autores como Harrison e Kreps (1979) e Harrison e Pliska (1981), e vem sendo amplamente empregada em trabalhos mais atuais, como por exemplo Schwartz e Smith (2000).

A partir dessa noção, de que existem duas formas de determinar o valor hoje de fluxos incertos, cria-se a “confusão” citada acima: *quando são usadas probabilidades reais, a taxa de desconto correta para determinação de VP é a adequada ao risco e, com probabilidades neutras ao risco, deve-se usar a taxa livre de*

risco.

A assertiva em itálico é perfeita quando se trata de trazer a VP **o valor esperado** dos fluxos futuros, **numa mensuração de valor** do ativo que gera estes fluxos. Mas não há evidências na literatura de que ela esteja correta quando se trata de trazer a VP **cada uma das possíveis realizações** dos fluxos futuros, **numa mensuração de risco.**

O que se observa na prática é que, em geral, é utilizado o seguinte procedimento para medir risco em projetos de investimento em ativos reais:

- Identificar os fatores de risco que impactam os fluxos de caixa futuros, e suas funções de densidade de probabilidade (fdp).
- Gerar, através de simulação de Monte Carlo, um número grande de possíveis realizações para o valor destes fatores.
- Calcular, para cada uma destas realizações, os fluxos de caixa correspondentes.
- Trazer a VP cada um destes fluxos, obtendo a fdp do valor presente do projeto.
- Nesta fdp, fazer as medidas de risco. Determinar, por exemplo, o valor em risco (VaR).

O objetivo principal deste trabalho é mostrar que este procedimento só estará correto se a fdp dos fatores de risco for a real, e o VP for computado na taxa de juros sem risco.

Isto parece para muitos um erro, já que estaria contrariando a assertiva em itálico. No entanto, não custa observar – mais uma vez – que o procedimento acima é para medir risco, e não valor. E também, que estão sendo trazidas a VP cada uma das possíveis realizações dos fluxos futuros, e não o seu valor esperado.

É importante notar que a literatura sobre este tema é bastante escassa e o autor não encontrou textos que corroborem ou refutem formalmente sua visão. Assim, este artigo deve ser visto como uma proposta nova, onde são apresentadas justificativas para o uso da taxa livre de risco (RF) para obter, a partir das fdp's reais dos

fatores de risco, distribuições de VP úteis para análise de risco.

3 MEDIDAS DE RISCO E DE RISCO CORPORATIVO

Serão usadas neste trabalho três medidas de risco, voltadas originalmente para aplicações em ativos financeiros, que definimos a seguir:

1. Probabilidade de prejuízo, onde se entende que o prejuízo ocorre quando a soma algébrica dos fluxos de caixa da operação realizada é negativa. Mais adiante será discutido como levar em conta o valor do dinheiro no tempo.

2. Valor em risco, ou VaR(α), que é a perda máxima esperada como resultado da aplicação, em um dado intervalo de tempo, com uma dada probabilidade. Será usada a probabilidade $\alpha = 95\%$; o intervalo de tempo será discutido mais adiante. Assim, se $VaR(\alpha) = K$, isto significa que a probabilidade de perder menos que K é α .

3. Perda esperada na cauda, ou ES(α). Uma das principais críticas ao VaR é o fato de ele não ser uma medida coerente de risco. O ES (de *expected shortfall*) é uma medida coerente, conforme mostrado em Acerbi e Tasche (2002). ES(α) é o valor esperado dos $(1 - \alpha)$ piores resultados da aplicação. Sua relação com o VaR é evidente: se $VaR(\alpha) = K$ e se $ES(\alpha) = M$, isto significa que M é o valor esperado da perda se ela exceder a K . Em outras palavras, o VaR diz que existe probabilidade $(1 - \alpha)$ de perder mais que K , enquanto o ES diz que existe probabilidade $(1 - \alpha)$ de perder uma quantia cujo valor esperado é M .

Da mesma forma que o RiskMetrics (1995) introduziu o VaR como medida de risco de mercado para aplicações financeiras, o CorporateMetrics (1999) introduziu medidas semelhantes para o risco em corporações, como o EaR (lucro em risco), EPSaR (lucro por ação em risco) ou o CFaR (fluxo de caixa em risco).

Estas medidas aplicam a mesma metodologia

do VaR aos resultados da corporação. Por exemplo, $EPSaR(95\%) = R\$2,50$ significa que a probabilidade de o lucro por ação, no próximo período, ficar acima de R\$2,50 é de 95%.

Estas medidas não atendem plenamente ao objetivo de medir risco de projetos de investimento das corporações, porque não consideram o valor do dinheiro no tempo. Por exemplo, André et al (2005) apresentam uma excelente análise de risco corporativo baseada em CFaR, considerando exposição a fatores de risco macroeconômicos e de mercado. Sua ótica é de quantificar o risco dos fluxos futuros e quais os fatores mais importantes, visando estabelecer políticas de *hedge*. Não há preocupação em trazer a VP o efeito da variabilidade dos fluxos de caixa.

4 O RISCO DE PROJETOS DE INVESTIMENTO

Jorion (2001), em seu livro que é referência fundamental para análise de risco, não aborda a questão de trazer a valor presente as consequências incertas de uma decisão de investimento.

Já Brealey e Myers (1998) consideram a possibilidade de usar simulação de Monte Carlo para obter, a partir das distribuições de probabilidades dos fatores de risco que afetam os resultados do projeto, a distribuição de probabilidades do seu valor presente líquido (VPL). Eles recomendam que seja usada a taxa de juros livre de risco (RF) na determinação dos valores presentes dos fluxos de caixa do projeto, que servirão para determinar a distribuição de probabilidades do VPL, e não a taxa adequada ao risco (RA). Mas dizem que não há uma base econômica racional para isto, e que é difícil interpretar o significado desta distribuição.

De maneira análoga, La Rocque e Lowenkron (2004) utilizam o conceito de *valuation probabilístico* como uma ferramenta para levar em conta o risco de fluxos futuros em projetos de investimento. Eles usam a distribuição de VPL calculado com taxa RF para identificar o “perfil

de risco” do projeto. O artigo argumenta que os fluxos futuros devem ser penalizados apenas pelo passar do tempo e que o uso da taxa RA penalizaria os fluxos também pelo seu risco.

De fato, é difícil justificar o uso da taxa adequada ao risco para determinar a distribuição dos valores presentes pois, entre outros motivos:

- esta taxa supõe conhecido o risco do projeto e não pode, portanto, ser usada para determiná-lo

- qualquer medida de risco feita em cima da distribuição de VPL calculada por taxa RA implica uma evidente dupla contagem do risco

- segundo o CAPM, a taxa RA deve ser usada para trazer a valor presente os fluxos de caixa *esperados* do projeto; o VPL assim obtido é o valor do projeto, ou seja, quanto um investidor racional pagaria por ele num mercado competitivo. Este valor é único e determinístico e não uma variável aleatória, não fazendo sentido pensar em sua distribuição.

Um objetivo deste trabalho é obter um significado para a distribuição de VPL descontado por RF e, conseqüentemente, um significado para as medidas de risco baseadas nesta distribuição.

A seguir é apresentado um exemplo inicial bem simples, que não necessita de desconto de fluxos de caixa.

Seja então uma loteria L1, que paga hoje ao apostador um fluxo de caixa $FC_i = W_i$ se ocorrer o evento i, cuja probabilidade é p_i . No caso contínuo, o fluxo de caixa W tem função densidade de probabilidade $f(w)$. O valor desta loteria, supondo que as pessoas são avessas ao risco, é $V < E[W]$. A Figura 1 ilustra esta loteria.

Evidentemente, as medidas de risco desta loteria (probabilidade de prejuízo, VaR, ES) devem ser feitas considerando a função de probabilidade de W – no caso discreto – ou $f(w)$ no caso contínuo.

Esta é exatamente a situação analisada pelo CorporateMetrics: W poderia ser lucro, ou lucro por ação, por exemplo.

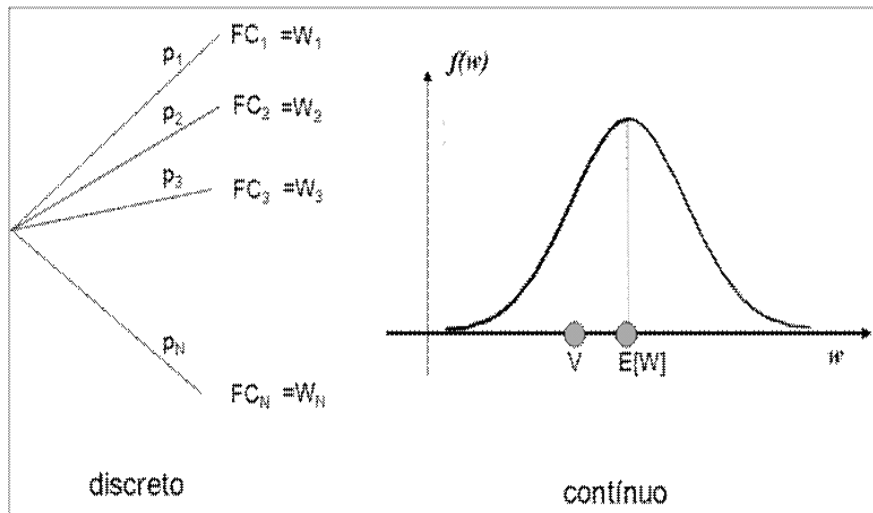


FIGURA 1: loteria que paga hoje fluxos de caixa W

Considere-se agora uma loteria L2, que paga ao apostador, na data t , um fluxo de caixa FC_i se ocorrer o evento i , cuja probabilidade é p_i . Como medir o risco desta loteria? A proposta deste trabalho é calcular $Y_i = FC_i / (1+RF)^t$ e usar a função de probabilidade de Y para computar as medidas de risco. No caso contínuo, o procedimento é análogo, usando-se $f(y)$.

A variável aleatória Y pode ser interpretada como o valor hoje da variável aleatória FC , e isto pode ser visto de duas maneiras, com base no caso discreto:

- dado que ocorre o evento i , FC assume com certeza o valor FC_i e, por consequência, seu valor

equivalente hoje é Y_i , pois fluxos sem risco devem ser trazidos a valor presente pela taxa RF .

- considere hoje um conjunto de N letras do Tesouro (sem risco, sem pagamento de cupom), com valores de mercado Y_1, Y_2, \dots, Y_N e uma loteria que vai entregar, em t , com probabilidade p_i o fluxo de caixa FC_i , gerado pela letra i . Evidentemente, para medir o risco desta loteria hoje, deve-se usar a função de probabilidade p dos Y , que são os valores presentes – em taxa sem risco – dos fluxos de caixa futuros.

Esta loteria está ilustrada na Figura 2, para o caso discreto.

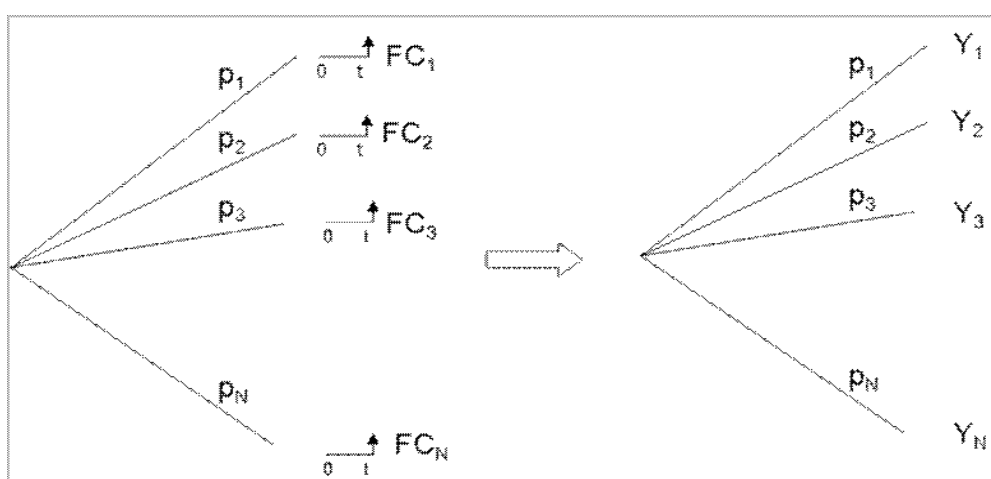


FIGURA 2: loteria que paga fluxos de caixa FC em data futura, com $Y_i = FC_i / (1+RF)^t$

É interessante notar que, como na loteria L1, o valor hoje da loteria L2 (quanto seria razoável pagar por ela hoje) não é $E[Y]$ e sim um número $V < E[Y]$ que será função da aversão das pessoas ao risco. Mas se os valores de Y tivessem sido calculados com a taxa adequada ao risco da loteria teríamos, pelo CAPM, $V = E[Y]$, e a variável aleatória Y não seria o valor hoje da variável aleatória FC.

A generalização destes conceitos para projetos de investimento corporativo, com fluxos de caixa aleatórios em vários instantes de tempo, é trivial: a distribuição do VPL de um projeto, descontado em taxa RF, é a distribuição do valor hoje dos seus possíveis resultados. É a partir dela que devem ser obtidas as medidas de risco do projeto.

5 EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

5.1 EXEMPLO DISCRETO

Para ilustrar a importância da taxa de desconto na medição do risco de um projeto, será analisado um exemplo muito simples: um projeto que consiste em investir uma quantia X hoje, para receber uma quantia W dentro de cinco anos. W é variável aleatória e pode assumir dois valores, com probabilidades iguais: R\$100 mil e R\$50 mil. A taxa de juros sem risco é 6%aa.

O valor esperado de W é R\$75 mil. Como o investidor é avesso ao risco, o máximo que ele se dispõe a pagar, dentro de 5 anos, por uma loteria que pode lhe pagar R\$100 mil ou R\$50 mil com probabilidades iguais é, por exemplo, R\$60 mil. O equivalente certo – para este investidor – da loteria é, portanto, R\$60 mil dentro de cinco anos. Esta cifra (por não ser aleatória) pode ser trazida a valor presente pela taxa sem risco, ou seja, a loteria equivale a R\$44,84 mil ($= 60/(1+0,06)^5$) com certeza, hoje. Esta é a maior quantia que o investidor aplicaria hoje em renda fixa para “comprar” a loteria que se resolve dentro de 5 anos.

Analisando de outra forma, os pagamentos da loteria poderiam ser aplicações em renda fixa hoje (equiprováveis) de R\$74,73 mil ou R\$37,36 mil. Estas aplicações, na taxa de 6%aa, gerariam os dois

possíveis valores de W dentro de cinco anos. Evidentemente, o equivalente certo hoje continuaria a ser R\$44,84 mil.

Desta forma, pode-se concluir a partir do CAPM que – para este investidor – a taxa de desconto adequada ao risco do projeto é 10,08%aa. Esta é a taxa que faz com que o valor presente do fluxo de caixa esperado (R\$75 mil) seja R\$44,84 mil.

Passando agora à avaliação do risco do projeto, suponhamos que o preço hoje da loteria (o valor a ser investido hoje para ter direito a W) é $X = R\$42$ mil. Isto faz com que o projeto seja economicamente viável, por ter VPL positivo. Há agora duas maneiras de olhar o risco do projeto.

Analisando da maneira correta, ou seja, usando a taxa RF como taxa de desconto, o projeto pode ser visto como:

- **Hoje:** pagar R\$42 mil por uma loteria que dá como prêmios (equiprováveis) aplicações em renda fixa no valor de R\$74,73 mil ou R\$37,36 mil, que vencem dentro de 5 anos.

- **Dentro de 5 anos:** pagar R\$56,21 mil ($42(1+0,06)^5$) por uma loteria que pode pagar R\$100 mil ou R\$50 mil.

Analisando da maneira incorreta, ou seja, utilizando a taxa RA como taxa de desconto, o projeto pode ser visto como:

- **Hoje:** pagar R\$42 mil por uma loteria que vai pagar dentro de 5 anos, com probabilidades iguais, quantias que equivalem hoje a R\$59,78 mil ou R\$29,89 mil. Estas quantias são os valores presentes dos dois possíveis fluxos, na taxa de 10,08%aa.

- **Dentro de cinco anos:** pagar R\$67,89 mil ($=42(1+0,1008)^5$) por uma loteria que pode pagar R\$100 mil ou R\$50 mil.

Evidentemente, o uso da taxa RA para avaliar o risco, além de ser incoerente leva, neste caso, a uma avaliação exagerada. Na primeira abordagem, o prêmio maior da loteria é cerca de 76% maior que o valor pago por ela, enquanto o prêmio menor é 11% menor. Já na abordagem incorreta, o prêmio maior está 42% acima do valor pago, e o menor, 29% abaixo, indicando um risco bem maior para a loteria.

Continuando a análise, pode-se ver que as interpretações dos valores obtidos com a taxa RA não são corretas, pois:

- **Hoje:** os equivalentes hoje aos prêmios futuros não fazem sentido, pois as quantias R\$59,78 mil e R\$29,89 mil não são os “equivalentes hoje” dos prêmios futuros da loteria. A taxa de 10,08%aa usada para calcular estes “equivalentes” é a taxa adequada para trazer a valor presente o *valor esperado* de um fluxo incerto que tenha o mesmo risco da loteria. O uso desta taxa só seria correto se a loteria tivesse como prêmios, dentro de cinco anos, outras duas loterias: uma que pagasse, por exemplo, R\$133,33 mil ou R\$66,67 mil com probabilidades iguais (valor esperado = R\$100 mil) e outra que pagasse R\$66,67 mil ou R\$33,33 mil também com probabilidades iguais (valor esperado = R\$50 mil). Ainda assim, seria necessário que a taxa de 10,08%aa fosse adequada também ao risco destas novas loterias.

- **Dentro de cinco anos:** a aplicação de R\$42 mil hoje não vai gerar os R\$67,89 mil com certeza, pois 10,08%aa é uma taxa com risco. Esta quantia (R\$67,89 mil) é o *valor esperado* do resultado da aplicação, resultado este que poderá ficar acima ou abaixo do valor esperado. A aplicação de R\$42 mil hoje gera com certeza apenas R\$56,21 mil.

Concluindo, os resultados obtidos com a taxa adequada ao risco não são facilmente interpretáveis e, se usados como base para uma análise de risco, muito provavelmente levarão a conclusões errôneas.

5.2 EXEMPLO CONTÍNUO

O projeto-exemplo agora consiste em investir uma quantia X hoje, para receber uma quantia W dentro de cinco anos. W é variável aleatória com distribuição normal que tem média R\$ 75 mil e desvio padrão R\$ 25 mil, valores iguais aos do primeiro exemplo. A taxa de juros sem risco também é 6%aa.

O valor esperado de W é R\$75 mil mas, como o investidor é avesso ao risco, o máximo que ele se dispõe a pagar, dentro de 5 anos, por uma loteria que pode lhe pagar W é também R\$60 mil. O equivalente

certo – para este investidor – da loteria é, portanto, R\$60 mil dentro de cinco anos e esta cifra (por não ser aleatória) pode ser trazida a valor presente pela taxa sem risco, ou seja, a loteria equivale a R\$44,84mil ($=60/(1+0,06)^5$) com certeza hoje. Esta é a maior quantia que o investidor aplicaria hoje em renda fixa para “comprar” a loteria que se resolve dentro de 5 anos.

Analisando de outra forma, o pagamento da loteria poderia ser uma quantia aleatória Y que seria recebida hoje e aplicada em renda fixa, gerando um montante $Y(1+0,06)^5$ dentro de 5 anos. Se Y tiver distribuição normal com média R\$56,04 mil ($=75/(1+0,06)^5$) e desvio padrão R\$18,68 mil ($=25/(1+0,06)^5$), o montante dentro de cinco anos tem a mesma distribuição de W e o equivalente certo de Y continuaria sendo R\$44,84 mil.

Aqui também se pode concluir que – para este investidor – a taxa de desconto adequada ao risco do projeto é 10,08%aa, que faz com que o valor presente do fluxo de caixa esperado (R\$75 mil) seja R\$44,84.

Passando agora à avaliação do risco do projeto, suponhamos que o preço hoje da loteria seja $X = R\$42$ mil, o que torna o projeto economicamente viável. De maneira análoga ao exemplo discreto, a única maneira correta de medir o risco do projeto é usando a taxa RF como taxa de desconto. A taxa RA (10,08%aa) levaria às mesmas inconsistências do exemplo anterior.

Então, usando a taxa sem risco como taxa de desconto, o projeto pode ser visto como:

- **Hoje:** pagar R\$42 mil por uma loteria que dá como prêmio uma aplicação em renda fixa aleatória Y , com distribuição normal com média R\$56,04 mil e desvio padrão R\$18,68 mil.

- **Dentro de 5 anos:** pagar R\$56,21 mil ($=42/(1+0,06)^5$) por uma loteria que vai pagar uma quantia aleatória W com distribuição normal que tem média R\$ 75 mil e desvio padrão R\$ 25 mil

Qualquer medida de risco deste projeto deve ser feita a partir de uma das visões acima. Na verdade, o usual é raciocinar com os equivalentes hoje, ou seja, usar o desembolso que tem que ser feito hoje e a

distribuição do valor presente – calculado em taxa livre de risco – dos fluxos futuros.

5.3 MEDIDAS DE RISCO NO EXEMPLO CONTÍNUO

· **Probabilidade de perda:** dentro do contexto apresentado, haverá uma perda quando o valor realizado da variável Y for menor que os R\$ 42 mil que foram desembolsados. Isto equivale a dizer que haverá perda quando o VPL do projeto – **calculado na taxa livre de risco** – for negativo. Este VPL, no caso, tem distribuição normal com média R\$14,04 mil (= 56,04 – 42) e desvio padrão R\$18,68 mil, e a probabilidade de ele ser negativo é 22,6%.

· **VaR(95%):** é a máxima perda esperada, com probabilidade de 95%. Usando a distribuição acima calculamos $VaR(95\%) = R\$16,69$ mil, ou seja, há uma probabilidade de 5% de se perder mais que R\$16,69 mil.

· **ES(95%):** é o valor esperado da perda nos 5% piores cenários, ou seja é a perda esperada quando ela ultrapassar o $VaR(95\%)$. Usando a distribuição de VPL calculado na taxa RF resulta $ES(95\%) = 24,49$ mil.

Para efeito de comparação, se o VPL tivesse sido calculado na taxa RA, ele teria média R\$2,08 mil e desvio padrão R\$15,47 mil, o que levaria a uma probabilidade de 44,7% para a perda, a um $VaR(95\%) = R\$23,37$ mil e a um $ES(95\%) = R\$29,83$ mil.

5.4 O USO DA TAXA ADEQUADA AO RISCO É “CONSERVADOR”?

Nos exemplos acima foi visto que o valor presente calculado em taxa RA levou a uma percepção exagerada do risco do projeto. Isto poderia levar também à conclusão que tanto faz usar a distribuição de VPL calculada em uma ou em outra taxa. Bastaria estar o decisor ciente de que o valor numérico da medida de risco cresce quando se usa a taxa RA.

No entanto esta conclusão não é válida. Foi visto no exemplo contínuo que a distribuição de VPL na taxa RA tem média e desvio padrão menores. A média menor tende a aumentar o valor das medidas de risco,

enquanto o desvio padrão menor tende a diminuir este valor, não havendo garantia de qual dos efeitos vai ser mais forte.

Se, por exemplo, for acrescentado ao projeto hipotético, em qualquer data futura, um fluxo de caixa incerto de média zero, o efeito na distribuição de VPL – em qualquer taxa – será apenas um aumento no desvio padrão. Este aumento será maior na distribuição calculada com a taxa RF. Dependendo do desvio padrão deste novo fluxo, o risco computado com a distribuição calculada com a taxa RA poderá ser *menor* que o outro.

No exemplo contínuo, se o desvio padrão de W (o resultado da loteria no ano 5) for, por exemplo, R\$75 mil, e não R\$25 mil, o VPL calculado com a taxa sem risco continuará com média R\$14,04 mil (= 56,04 – 42). Entretanto, o seu desvio padrão passa a R\$56,04 mil, e a probabilidade de o VPL ser negativo será 40,1%. Usando esta nova distribuição resulta

$VaR(95\%) = R\$78,14$ mil e $ES(95\%) = 101,55$ mil.

Se o VPL tivesse sido calculado na taxa RA, ele teria média R\$2,08 mil e desvio padrão R\$46,41 mil. Isto levaria a uma probabilidade de 48,2% para a perda, a um $VaR(95\%) = R\$74,26$ mil e a um $ES(95\%) = 93,65$. Ou seja, a probabilidade de prejuízo continuaria maior que a calculada a partir da taxa RF, mas o risco medido pelo VaR e pelo ES seria menor se fosse usada a taxa RA.

Deve-se observar também que, com o desvio padrão três vezes maior, a taxa adequada ao risco muito provavelmente seria também maior. Isto levaria a uma diminuição mais forte de desvio padrão da distribuição de VPL calculado com a taxa RA e, por consequência, a uma diminuição também mais forte nas medidas de risco feitas a partir desta distribuição.

5.5 UM EXEMPLO MAIS REALISTA

Neste exemplo – também fictício – uma firma do ramo de produção de petróleo está comparando duas alternativas mutuamente exclusivas para extrair petróleo em uma certa área. O custo do capital (taxa adequada ao risco) para este tipo de projeto é 15%aa,

e a taxa livre de risco é 5%aa. Em ambas as alternativas o investimento inicial será de 600 milhões de dólares (MUSD) e a reserva se esgota em 20 anos, sem valor residual.

A diferença básica entre as alternativas é que:

- uma (que será chamada “produção constante”) resultará na produção de 2,00 milhões de barris por ano (Mbbbl/a), com custo operacional de 34,0 MUSD/a,

- enquanto a outra (“produção decrescente”) resultará em produção de 2,34 Mbbbl/a no primeiro ano, caindo 0,06 Mbbbl por ano, até 1,20 Mbbbl no vigésimo ano, com custo operacional de 37,0 MUSD/a.

A alternativa decrescente tem uma produção

média de 1,77 Mbbbl/a, menor que a da outra alternativa, mas sua vantagem é antecipar receitas.

A produção, nos dois casos é suposta determinística mas, como o preço do petróleo é suposto estocástico, resultam fluxos de caixa estocásticos ao longo dos 20 anos do projeto.

Foi admitido que aquele preço segue um movimento geométrico browniano com taxa instantânea de crescimento $\mu = -1,50\%$ e volatilidade $\sigma=20\%$, ambos referidos ao ano, e o preço inicial é de 80 USD/bbl.

Foram simuladas 1000 trajetórias de 20 anos para o preço do petróleo, que resultaram no gráfico da Figura 3.

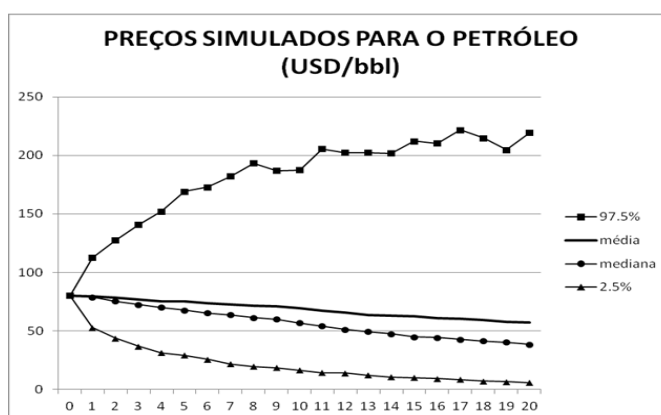


FIGURA 3: simulação de 1000 trajetórias do movimento geométrico browniano do preço do petróleo, com indicação de média, mediana e dos quantis de 97,5% e 2,5%.

Simulados os preços, foram gerados os fluxos de caixa líquidos correspondentes a cada

alternativa, que resultaram nos gráficos das Figuras 4 e 5.

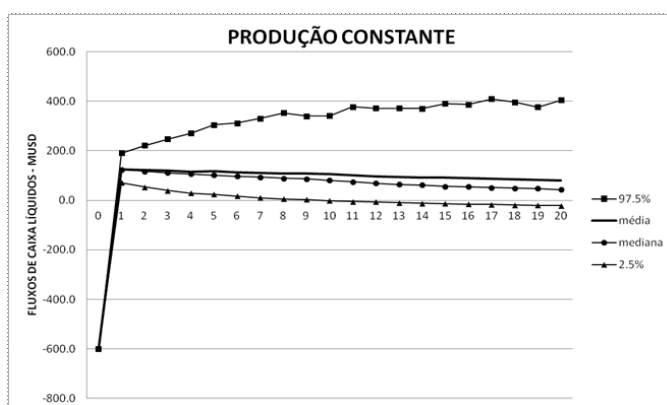


FIGURA 4: fluxos de caixa para a alternativa de produção constante, com indicação de média, mediana e dos quantis de 97,5% e 2,5%.

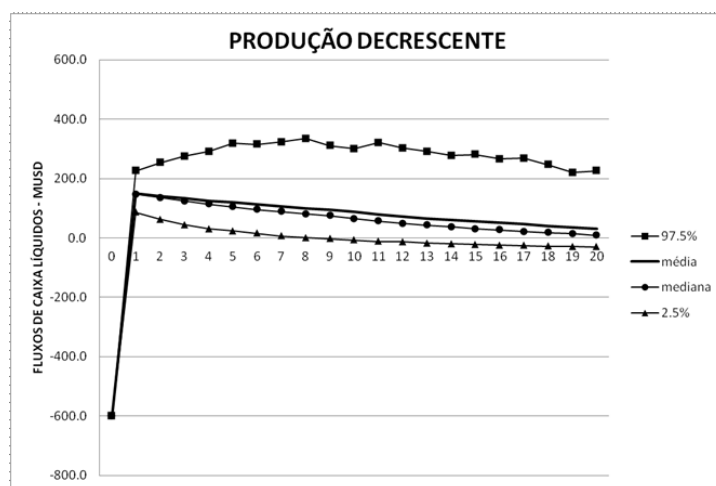


FIGURA 5: fluxos de caixa para a alternativa de produção decrescente, com indicação de média, mediana e dos quantis de 97,5% e 2,5%.

Os fluxos de caixa médios de cada alternativa foram trazidos a valor presente pela taxa adequada ao risco (15%aa), resultando VPL de 100,4 MUSD para ambas as alternativas. Numa situação como esta, um critério razoável seria a escolha da alternativa com menor risco. Tomando como medida de risco o VaR de 95% vêm os resultados da tabela 1.

Pode-se ver que, se for usada a distribuição de VPL calculado a 5% – o que é correto – a alternativa de produção constante é a menos arriscada, enquanto que o uso da taxa de 15% levaria à conclusão contrária. Se a medida de risco for a perda esperada na cauda (também com probabilidade de 95%), chegam-se às mesmas conclusões.

TABELA 1: valor em risco para as duas alternativas.

ALTERNATIVA	VaR(95%) em MUSD calculado com 5%	VaR(95%) em MUSD calculado com 15%
Produção constante	233	331
Produção decrescente	261	319

Observando os gráficos de fluxos de caixa das figuras 4 e 5, pode-se notar que a alternativa de produção decrescente apresenta piores resultados que a outra nos anos finais. A distribuição de VPL a 15%aa atenua a influência destes maus resultados, fazendo que o VaR da alternativa de produção constante fique pior (maior) que o da alternativa de produção decrescente, o que não é correto. Porém, levando em conta apenas o valor do dinheiro no tempo (5%aa), a alternativa de produção decrescente pode gerar prejuízos maiores que a outra.

6 CONCLUSÃO

O emprego, no contexto das corporações e para projetos de investimento em ativos reais, de medidas de risco criadas para aplicações em ativos financeiros é um tema pouco abordado na literatura. Isto leva a que, muitas vezes, estas medidas sejam mal empregadas na academia e nas corporações. Este trabalho interpretou a distribuição da variável aleatória “VPL calculado com a taxa livre de risco” como a distribuição do *valor hoje* dos possíveis resultados dos projetos, sendo esta, portanto, a variável adequada para servir de base a medições de risco. A

distribuição da variável aleatória “VPL calculado com a taxa adequada ao risco”, entretanto, não tem uma interpretação consistente.

Os exemplos numéricos mostraram que medidas de risco baseadas na distribuição de VPL calculado com a taxa adequada ao risco – prática muito comum – podem levar a decisões equivocadas. Estes exemplos são fictícios e infelizmente não podem ser comparados com resultados obtidos por outros autores porque não foram encontrados trabalhos similares na literatura.

Em particular, projetos com fluxos de caixa cuja variância aumente com o tempo – situação comum, especialmente quando se supõe que o valor de algum fator de risco siga o movimento geométrico browniano – merecem atenção especial. Eles podem ter suas medidas de risco fortemente subavaliadas, se elas forem baseadas na distribuição do VPL calculado em taxa adequada ao risco. Isto porque as variâncias dos fluxos mais distantes, que são as maiores, vão ser mais “atenuadas” pela operação de cálculo de valor presente quando este cálculo for feito em taxa mais elevada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACERBI, C.; TASCHE, D. On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking and Finance*, v. 26, n. 7, p. 1487-1503, July 2002.
- ANDRÉN, N.; JANKENSGARD, H., OXELHEIM, L. Exposure-based cash-flow-at-risk: an alternative to VaR for industrial companies. *Journal of Applied Corporate Finance*, v. 17, n. 3, p. 76-86, summer 2005.
- BREALEY, R. A.; MYERS, S. C. *Princípios de Finanças Empresariais*. 2. ed. Lisboa: McGraw-Hill, 1998.
- CorporateMetrics (1999) “CorporateMetrics technical document”, 1ª edição, RiskMetrics Group, New York
- COX, J. C.; ROSS, S. A. The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes. *Journal of Financial Economics*, v. 3, p. 145-166, March 1976. (não sei se só tem versões online ou físicas também. Várias universidades publicam nele. Ver link: https://www.researchgate.net/journal/0304-405X_Journal_of_Financial_Economics).
- HARRISON, J. M.; KREPS, D. M. Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets. *Journal of Economic Theory*, v. 20, n. 3, p. 381-408, February 1979.
- HARRISON, J. M.; PLISKA, S. R. Martingales and Stochastic

Integrals in the Theory of Continuous Trading. *Stochastic Processes and their Applications*, v. 11, p. 215-260, 1981. (olhar: <http://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=26929&tip=sid>).

- JORION, P.(2001) *Value-at-Risk: the new benchmark for managing financial risk*. 2 ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- LA ROCQUE, E.; LOWENKRON, A. Métricas e particularidades da gestão de risco em corporações. Artigo Técnico Risk Control, Rio de Janeiro, 1-18, abr. 2004.
- MODIGLIANI, F.; MILLER, M. H. The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. *The American Economic Review*, v. 48, n.3, p. 261-297, June 1958.
- RISKMETRICS(1995) “RiskMetrics technical document”, 3ª edição, RiskMetrics Group, New York.
- RISKMETRICS GROUP. CorporateMetrics™ Technical Document. First edition. New York: Morgan Guaranty Trust Company of New York, 1999.
- SCHWARTZ, E.; SMITH, J. E. Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, v. 46, n. 7, p. 893-911, 2000.