



A DÍVIDA PÚBLICA REVISITADA

DOI: 10.12957/synthesis.2015.30463

José W. Rossi*

Resumo: Neste estudo há primeiramente uma discussão sobre a aritmética da dívida pública, o que leva também a uma discussão sobre a equação da restrição orçamentária intertemporal do governo bem como a comentários sobre testes de sustentabilidade da razão Dívida/PIB. Cenários quanto à trajetória da razão Dívida/PIB são então analisados à luz de dados atuais das finanças públicas no Brasil.

Palavras-chave: Dívida pública; Restrição intertemporal; Solvência da dívida; Testes de solvência; Dinâmica da dívida.

The revisited public debt

Abstract: In this study there is first a discussion on the arithmetic of the public debt then followed by a discussion on the equation of the government inter-temporal budget restriction as well as comments on tests of sustainability of Public Deb/GDP ratio. A few sceneries on the path of the Public Debt/GDP ratio are then analyzed in the light of actual data of the public finance sector in Brazil.

Keywords: Public debt; Inter-temporal restrictions; Sustainability test; Debt dynamics.

Classificação JEL: F648.

* Prof. Titular aposentado da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

1 INTRODUÇÃO

Parece que os eventos sobre a Dívida Pública de um passado não tão recente estão se repetindo agora, já que a situação atual se assemelha àquela de cerca de três décadas atrás. O comportamento da razão Dívida/PIB de então foi analisado em Rossi (1987) que mostrou estar a dívida em clara trajetória explosiva. Na ocasião, além da existência de déficits primários nas contas do governo, havia ainda como fator agravante, o fato de que a taxa de juros da dívida pública estava bem acima da taxa de expansão do PIB, uma combinação fatal, como se mostrará adiante, para o aumento explosivo da razão Dívida/PIB.

As consequências do descontrole das contas públicas são bem conhecidas. Afinal, em fins da década de 1980 a má gestão das finanças públicas e a conseqüente ineficácia da política monetária eram de tal ordem que levaram a uma situação caótica na economia, o que veio a exigir medidas econômicas drásticas culminando inclusive no congelamento dos ativos dos cidadãos no chamado Plano Collor. A consequência do caos daquela época foi uma séria crise econômica que se estendeu por boa parte da primeira metade dos anos 1990, tendo como desfecho a reforma econômica do Plano Real.

O objetivo deste estudo não é apresentar uma resenha bibliográfica sobre a questão da dívida pública nos últimos anos, mas tão somente destacar que o quadro da dívida pública hoje é,

assim como aquela de 30 anos atrás, bastante preocupante. E para melhor entender o que ocorre hoje com as contas públicas faz-se primeiramente, na próxima seção, uma breve exposição sobre a aritmética da Dívida Pública. E na seção seguinte apresenta-se a restrição orçamentária intertemporal do governo, e onde se trata do conceito de sustentabilidade da dívida. A seção 4 apresenta o caso atual do setor público no Brasil no contexto das discussões nas seções anteriores. E a seção 5 apresenta comentários de ordem geral.

2 A ARITMÉTICA DA DÍVIDA PÚBLICA

É breve aqui a discussão sobre a aritmética da Dívida Pública que é tratada de modo mais detalhado em Rossi (1992), problema facilitado pela apresentação da equação da restrição orçamentária do Governo, a saber:

$$G - T + rB = \Delta B + \Delta M / P, \quad (1)$$

onde as variáveis G, T, B, M e r são, respectivamente, Gastos do Governo (exceto pagamento de juros), Receitas do Governo, estoque da Dívida em Poder do Público, base monetária e a taxa de juros que incide sobre a Dívida. As variáveis são dadas em valores reais, exceto a base monetária que por ser dada em valores nominais é então dividida pelo índice de preços (P), obtendo assim também os valores reais desta variável; o símbolo Δ indica a variação discreta da variável envolvida.

Na equação da restrição orçamentária acima ignora-se o fato de que os governos também lançam títulos da dívida pública no exterior e há ainda a questão das reservas cambiais mantidas pelas autoridades monetárias. Assim, as variações nas quantidades e nos preços desses ativos (isto é, a taxa de juros internacionais e a taxa de câmbio) devem figurar na equação. Entretanto, como essas variáveis têm um peso relativamente menor quando comparado com o peso das variáveis da equação (1) elas serão então ignoradas nas simulações abaixo.¹

Facilita as derivações a seguir se forem contínuas as variáveis da equação da restrição orçamentária do Governo quando então se teria:

$$G - T + rB = dB + dM / P, \quad (2)$$

e como as variáveis desta equação são mais relevantes quando medidas em relação ao PIB (Y) a equação é reescrita na forma

$$(G - T) / Y + rB / Y = dB / Y + dM / PY. \quad (3)$$

Um ponto certamente de interesse na análise é o estabelecimento da trajetória da razão Dívida/PIB. Como por definição o diferencial da razão Dívida/PIB é dado por

$$d(B/Y) = dB/Y - \rho B/Y, \quad (4)$$

onde ρ é a taxa de expansão do PIB real, então para se ter o efeito das variáveis da restrição orçamentária do Governo no comportamento desta equação, resolva-se primeiramente na equação (3) para a variável dB/Y , cujo resultado substituído na equação (4) produz²

$$d(B/Y) = (G - T) / Y + (r - \rho) B / Y - d(M) / PY. \quad (5)$$

Desta equação determina-se o superávit primário necessário para estabilizar a razão Dívida/PIB (isto é, onde o diferencial da razão é igual a zero), mais precisamente:

$$(T - G)/Y = (r - \rho)B/Y - d(M)/PY \quad (6)$$

Para saber o valor da razão Dívida/PIB a qualquer tempo é preciso determinar a trajetória desta razão a partir da equação (5) que sendo uma equação diferencial tem a solução (ver demonstração no Item 2 do Apêndice):

$$b_t = \bar{b} + (b_0 - \bar{b})e^{-at}, \quad (7)$$

$$\text{onde } b = B/Y, \quad a = -(r - \rho), \quad D = (G - T)/Y - dM/PY, \quad \dot{b} = db/dt \text{ e } \bar{b} = D/a, \quad (8)$$

b_0 sendo o valor inicial da razão Dívida/PIB.

Assim, supondo ausência de crescimento econômico e sem financiamento do Governo via emissão de moeda vê-se que mesmo com déficit primário nulo a razão Dívida/PIB crescerá a uma taxa que é igual à taxa de juros, já que neste caso a equação (7) fica reduzida a

$$b_t = b_0 e^{rt} \quad (9)$$

3 A RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA INTERTEMPORAL E OS TESTES DE SOLVÊNCIA DA DÍVIDA

A equação da restrição orçamentária do Governo com variáveis discretas (e sem financiamento do Governo pelo Banco Central) é dada por

$$\Delta B_t/Y_t = (G_t - T_t)/Y_t + r_{t-1} B_{t-1}/Y_t, \quad (10)$$

pode ser ainda escrita como,

$$B_t/Y_t - B_{t-1}/Y_{t-1}(1 + \rho_{t-1}) = (G_t - T_t)/Y_t + r_{t-1} B_{t-1}/Y_{t-1}(1 + \rho_{t-1}), \quad (11)$$

ou mais simplesmente

$$b_t - b_{t-1}/(1 + \rho_{t-1}) = g_t - t_t + r_{t-1} b_{t-1}/(1 + \rho_{t-1}), \quad (12)$$

g e t representam, respectivamente, os Gastos e as Receitas do Governo em proporção do PIB. Desta equação se obtém (ver Item 3 do Apêndice)

$$b_0 = \sum_{j=1}^n (t_j - g_j)((1 + \rho)/(1 + r))^j + b_n ((1 + \rho)/(1 + r))^n, \quad (13)$$

equação esta que serve de base para testes econométricos sobre a solvência da dívida. Mais precisamente, escreva a equação como

$$b_t = \sum_{j=1}^n (t_{t+j} - g_{t+j})((1 + \rho)/(1 + r))^j + b_{t+n} ((1 + \rho)/(1 + r))^n, \quad (14)$$

ou ainda

$$b_t = \sum_{j=1}^n S_{t+j} d^j + b_{t+n} d^j, \quad (15)$$

onde $d = (1 + \rho)/(1 + r)$, $S_{t+j} = t_{t+j} - g_{t+j}$.

Um critério usado para definir a solvência da dívida é que ela não cresça a uma taxa que seja maior do que a diferença entre a taxa de juros e a taxa de expansão do PIB. Vale dizer, a

hipótese nula no teste econométrico é que o último termo da equação (15) tende no infinito a zero, isto é:

$$H_0 : \lim_{n \rightarrow \infty} b_{t+n} d^j = 0 \quad (16)$$

É interessante notar aqui, como demonstrado por Hamilton e Flavin (1986), que um déficit total (isto é, incluindo os gastos com os juros da dívida) permanente é compatível com esse critério de solvência, mas não o déficit primário (ver demonstração no Item 4 do Apêndice).

Se a hipótese nula acima for verdadeira então a equação (15) fica reduzida a

$$b_t = \sum_{j=1}^{\infty} S_{t+j} d^j, \quad (17)$$

ou

$$b_t - S_t (1 + \rho)/(r - \rho) = \sum_{j=1}^{\infty} d^j (S_{t+j} - S_t), \quad (18)$$

já que

$$\sum_{j=1}^{\infty} d^j = (1 + \rho)/(r - \rho), \quad (19)$$

de onde se obtém (ver Item 5 do Apêndice):

$$b_t - S_t (1 + \rho)/(r - \rho) = \sum_{j=1}^{\infty} (1 - d)^{-1} d^j \Delta S_{t+j} \quad (20)$$

Assim, se a série dos superávits primários for Integrada de Ordem 1, ou I(1), ou seja, a série é não estacionária mas a sua primeira diferença é estacionária, ou I(0), então para o atendimento da hipótese nula a série da dívida não apenas teria que ser também não estacionária, mas ser ainda cointegrada com a série dos superávits primários; isto é, a regressão linear entre as séries da dívida e dos superávits primários teria que ter resíduos estacionários (ou seja, as duas séries manteriam entre si um equilíbrio de longo prazo).

Na verdade, com séries cointegradas pode-se ir além nos testes econométricos, pois como foi demonstrado por Campbell e Shiller (1987), se na equação (20) tanto a combinação das variáveis do lado esquerdo quanto a variável do lado direito for estacionária, elas então podem ter uma representação em um modelo VAR binário impondo-se restrições aos parâmetros das equações do modelo. E se tais restrições não forem rejeitadas, então a dívida seria considerada como sendo sustentável (ver o Item 6 do Apêndice).

Uma vez aceita a sustentabilidade da dívida, pode-se então determinar a carga tributária exigida ou mais genericamente as receitas governamentais exigidas (ou alternativamente, os gastos governamentais exigidos, ou mesmo o superávit primário exigido) para manter tal sustentabilidade. Mais especificamente, é fácil ver que com capitalização contínua a equação (13) poderá ser descrita como³

$$b_0 = \sum_{j=1}^n (t_j - g_j) e^{-(r-\rho)(j)} + b_n e^{-(r-\rho)n}, \quad (21)$$

ou

$$b_t = \sum_{j=t+1}^{t+n} (t_j - g_j) e^{-(r-\rho)(j-t)} + b_{t+n} e^{-(r-\rho)n}, \quad (22)$$

que fazendo novamente o tempo igual a zero vem:

$$b_n = \sum_{j=1}^n (g_j - t_j) e^{(r-\rho)(n-j)} + b_0 e^{(r-\rho)n}. \quad (23)$$

Assim, a razão Dívida/PIB adiante é igual à razão Dívida/PIB inicial acumulada no período de acordo com o diferencial entre a taxa de juros e a taxa de expansão econômica mais os déficits primários nos vários períodos, estes também acumulados de acordo com o diferencial entre aquelas taxas; note-se que com variáveis contínuas e déficits primários constantes esta equação produz a mesma trajetória para a razão Dívida/PIB que aquela obtida na equação (7) que se baseia na solução de uma equação diferencial.

A partir da equação (21) pode-se definir um indicador de sustentabilidade da dívida. Supondo a sustentabilidade da dívida (isto é, que no infinito a razão Dívida/PIB quando descontada para o presente tende a zero) se tem

$$b_0 = \sum_{j=1}^n (t_j - g_j) e^{-(r-\rho)(j)}. \quad (24)$$

Ou seja, é preciso que a soma dos superávits primários futuros descontados para o presente seja equivalente ao valor da dívida no presente. Com base nesta equação pode-se então obter um indicador que mostre como manter a sustentabilidade da dívida. Mais precisamente, tal indicador é definido como sendo igual ao nível exigido das receitas governamentais (ou alternativamente dos gastos governamentais) capaz de atender à equação (24). Novamente, para facilitar as derivações, usa-se aqui a versão da equação com variáveis contínuas, e fazendo o tempo se estender até infinito vem então

$$b_0 = \int_0^{\infty} (t_j - g_j) e^{-(r-\rho)(j)} dj, \quad (25)$$

que resolvendo para a receita governamental necessária se obtém (ver detalhes em Rossi (1997) que nessa matéria se baseia em Blanchard (1990))

$$t^* = (r - \rho)(b_0 + \int_0^{\infty} g_j e^{-(r-\rho)(j)} dj). \quad (26)$$

Note-se que se os gastos governamentais como proporção do PIB forem constantes esta equação fica reduzida a

$$t^* = (r - \rho)b_0 + g. \quad (27)$$

Após comparar a receita governamental assim obtida com aquela efetivamente observada pode-se então ter uma medida do esforço fiscal exigido hoje para manter a sustentabilidade da dívida. Naturalmente, tal esforço é função da receita governamental existente, já que quanto maior for, mais difícil será aumentá-la ainda mais. Por isso, há que se normalizar a medida, e a sugestão proposta por Blanchard et al (1990) é adotar a fórmula:

$$(t^* - t)/(1 - t), \quad (28)$$

já que o denominador indicaria os recursos que, em princípio, seriam passíveis de apropriação pelo Governo.

Naturalmente, se o ajuste na receita governamental for adiado então mais adiante o ajuste teria que ser maior. Por exemplo, se o ajuste for adiado por n períodos se teria, de acordo com a equação (27):

$$t_n^* = (r - \rho)b_n + g. \quad (29)$$

Assim, o aumento necessário na receita seria dado por ⁴

$$dt_n^*/dn = (r - \rho)(t^* - t) \quad (30)$$

4 O CASO DO BRASIL

Como se verá abaixo, com taxa de juros real ao redor de 4%, taxa nula de expansão do PIB, e com a razão Dívida Bruta/PIB por volta de 0,7, se requer (na ausência de financiamento do setor público pelo Banco Central) superávit primário de 2,8% do PIB simplesmente para manter a razão Dívida Bruta/PIB, onde se encontra presentemente. É claro que com financiamento do Governo pelo Banco Central diminuiria o nível exigido para o superávit primário, já que o termo da variação da emissão de base monetária tem sinal negativo na equação (6). Todavia, a implicação disso é que em troca de uma dívida pública menor, hoje se teria maior pressão inflacionária adiante. E a evidência empírica nesta matéria é clara como demonstrado por Sargent (1986) em análise de casos clássicos de hiperinflação que mostra ser o descontrole nas finanças públicas a gênese de todos os casos de hiperinflação.

Ressalte-se que nem mesmo a opção do endividamento governamental (ao invés da emissão de moeda) afastaria totalmente a pressão inflacionária, pois conforme demonstraram Sargent e Wallace (1981) o endividamento do Governo pode ter o resultado perverso de agravar a inflação. O argumento é que com a dívida interna aumentada seria maior o déficit total adiante forçando o Governo a emitir mais moeda, gerando assim mais inflação no futuro. Pior ainda, a própria expectativa de maior inflação no futuro poderia gerar mais inflação até mesmo no presente. De fato, Sargent e Wallace sugerem que o efeito dessa expectativa da inflação futura, sobre a inflação presente, mais do que compensaria o efeito depressivo sobre os preços causado por uma emissão de moeda menor hoje. Ou seja, nesse caso uma política monetária aparentemente contracionista aumentaria a inflação no presente.

É sabido que a razão Dívida Pública Bruta/PIB tem crescido rapidamente nos últimos anos: em 2010 era cerca de 0,50 e hoje já se aproxima de 0,70, ou seja, aumentou quase 20 pontos percentuais em apenas 6 anos, o que equivale a uma taxa anual de aumento próxima de 6%. É preciso que se diga que apesar de alguma imprecisão nesses números da razão Dívida Bruta/PIB, mesmo que eles sejam um pouco menores, isso pouco mudaria a gravidade do quadro fiscal que aqui se descreve. Com essa ressalva, a Figura 1 traça com base na equação (7) alguns cenários para a trajetória da razão Dívida Bruta/PIB, que servem para balizar o caso atual do Brasil. No eixo vertical se tem a razão Dívida/PIB e no eixo horizontal a variável tempo. Descreve-se a trajetória para os próximos 10 anos usando algumas combinações de déficit primário (em proporção ao PIB) e diferencial entre a taxa de juros e a taxa de expansão da economia. Das 5 trajetórias mostradas, cujo ponto de partida de todas elas é a razão Dívida Bruta/PIB atual de 70%, a Série 1, que descreve o caso mais favorável, toma como hipóteses a combinação de um déficit primário de 2% do PIB e diferencial entre a taxa de juros e a taxa de expansão da economia de 2 pontos percentuais. Neste caso leva-se em torno de 8 anos (precisamente 8,13 anos) para a Dívida Bruta atingir 100% do PIB. No caso da Série 2, diminui o déficit primário para 1% do PIB e aumenta o diferencial entre as taxa de juros e de expansão da economia para 4 pontos percentuais. Agora leva-se pouco menos de 7 anos (precisamente 6,86 anos) para a razão Dívida Bruta/PIB alcançar 100%. A Série 3 mantém o mesmo diferencial de 4 pontos percentuais entre as taxas de juros e de expansão do PIB, mas aumenta o déficit primário de 1% para 2% do PIB e a razão Dívida/PIB chega a 100% após pouco mais de 5 anos e meio (precisamente 5,58 anos). A Série 4 aumenta em relação à Série 3 o déficit primário de 2% para 3% do PIB e a razão Dívida/PIB atinge 100% após pouco mais de 4 anos e meio (precisamente 4,7 anos).

Ainda na Figura 1, a Série 5 mostra finalmente o caso mais desfavorável com a combinação de um diferencial de taxas de 6 pontos percentuais e déficit primário de 3% do PIB. Agora leva-se pouco menos de 4 anos (precisamente 3,7 anos) para a razão Dívida Bruta/PIB chegar a 100%, e a razão Dívida/PIB dobra de 70% para 140% em pouco menos de 8 anos (precisamente 7,7 anos); ou seja, a razão Dívida/PIB estaria crescendo à taxa de 10% ao ano. Na verdade, este parece ser um caso até um pouco mais favorável do que aquele que caracteriza a situação brasileira nos 2 ou 3 últimos anos, com déficit primário entre 2 e 3% do PIB, taxas de juros reais acima de 4% ao ano, e taxa de expansão do PIB de -3,8% (isto é, com diferencial de taxas de quase 8 pontos percentuais).

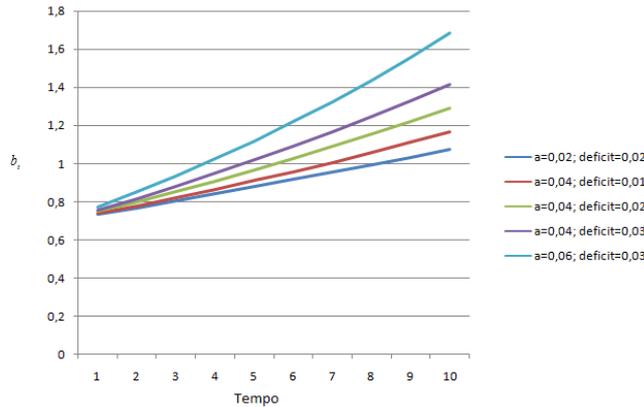


Figura 1 - Trajetória da razão Dívida/PIB com Déficits.
Fonte: o autor.

Enquanto na Figura 1 prevalecem os déficits primários, na Figura 2 os cenários são menos desfavoráveis, já que prevalecem os superávits primários. O caso mais favorável é o que combina diferença de taxas de 4%, mas um superávit primário de 3% do PIB. Neste caso a razão Dívida Bruta/PIB segue trajetória descendente, que cai de 0,7 para 0,67 ao longo de 10 anos. A segunda série combina essa mesma diferença de taxas, mas o superávit primário cai ligeiramente para 2,8%. Neste caso, a série permanece constante ao longo do tempo, ou seja, essa seria a trajetória que as autoridades econômicas deveriam buscar para estabilizar a razão Dívida Bruta/PIB. A série seguinte diminui o superávit primário ligeiramente para 2,6% e já mostra trajetória ligeiramente ascendente atingindo a razão Dívida/PIB de 0,72 em 10 anos. Veja-se que na série em que a diferença entre as taxas cai para 1 ponto percentual, mas o superávit primário também cai, agora a zero, a razão Dívida/PIB cresce ligeiramente e atinge 0,79 em 10 anos. Subindo a diferença de taxas para 4 pontos percentuais, e subindo também o superávit primário para 1%, faz a trajetória ganhar mais velocidade ascendente, atingindo a razão Dívida/PIB de 0,90 em 10 anos, razão esta que sobe para 1,04 se o superávit primário cair para zero, conforme mostra a última série do gráfico.

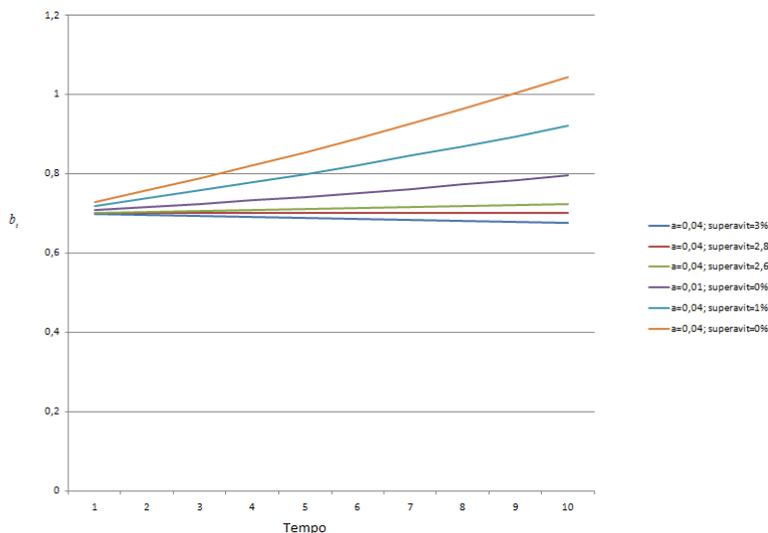


Figura 2 - Trajetória da razão Dívida/PIB com Superávits.
Fonte: o autor.

As Figuras 1 e 2 deixam claro que a Dívida Pública não é sustentável. Aliás, o teste econométrico discutido acima (cuja hipótese nula é a sustentabilidade da dívida) quando aplicado em trabalho anterior (ver Rossi (1997)) rejeitou a sustentabilidade da dívida; essencialmente, com dados anuais das finanças públicas entre 1974 e 1995 constatou-se que as

séries da dívida pública e dos superávits primários não mostraram-se cointegradas (usou-se o teste de cointegração de Johansen), ou seja, constatou-se não ser sustentável a razão Dívida/PIB. Em vista do que se mostrou acima, a adição de novos dados àquelas séries dificilmente alteraria as conclusões daquele estudo, e por isso tal exercício econométrico não foi aqui realizado.⁵

Quanto ao indicador da tributação necessária para manter a sustentabilidade da razão Dívida/PIB, descrito pela equação (26), pode-se adotar no seu cálculo uma aproximação proposta por Blanchard (1990) que sugere usar como proporção dos gastos do Governo simplesmente a média desses gastos durante 5 anos. Esse indicador foi, na verdade, calculado em estudo anterior (conforme Rossi (1992)) usando dados anuais do período 1970/1990 obtidos em estudo de outros autores (ver a referência em Rossi (1992)). Naquele estudo as parcelas médias de gastos governamentais, que no início do período (1970) eram de 22,5%, chegaram a 28,3% no final do período (1990). E como a diferença entre as taxas (de juros e de expansão do PIB) era então de 15%, e sendo a razão Dívida/PIB na época de 0,4, resultou que a receita governamental capaz de manter a sustentabilidade da dívida variou entre 28,5% (em 1970) e 34,3% (em 1990). Como as receitas efetivas (naqueles dois anos) foram, respectivamente, 27% e 31% do PIB concluiu-se então que para obter uma trajetória sustentável da razão Dívida/PIB seria necessário aumentar as receitas do Governo entre 2% e 3% do PIB. Fazendo um paralelo com a situação que se tem hoje (com gastos primários em 35% do PIB, diferença de 6 pontos percentuais entre taxa de juros e taxa de expansão do PIB, e razão Dívida Bruta/PIB de 0,7), a receita do Governo necessária para manter a sustentabilidade da razão Dívida/PIB seria de 39%. Isto comparado com a receita efetiva estimada em 36% do PIB indica ser necessário, pois aumentar a receita também hoje ainda em 3 pontos percentuais, que, reconheça-se, diante da já elevada carga tributária atual, parece tarefa de difícil execução.⁶

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas seções anteriores considerou-se que os déficits do Governo seriam cobertos basicamente por mais endividamento. Há, todavia, várias outras formas de o Governo cobrir os seus déficits, tais como por emissão de moeda, por fontes externas de financiamento, pelo uso das reservas cambiais, e até mesmo pela venda de ativos públicos. Naturalmente há custos envolvidos em cada uma dessas fontes alternativas de financiamento, as quais são objeto de breves considerações a seguir.

O financiamento do déficit via emissão de moeda em geral leva à pressão inflacionária. É claro que se a emissão é meramente para atender uma maior demanda por moeda, devido, por exemplo, à expansão da economia, isso não criaria problemas, já que nesse caso a emissão não exerceria pressão sobre os preços, pois a moeda adicional seria usada para atender o maior volume de transações que um PIB maior requer⁷. Naturalmente, a demanda por moeda pode aumentar, mesmo que o PIB não aumente, como ocorreu, aliás, durante as reformas econômicas do Plano Cruzado em fins de fevereiro de 1986. Às vésperas do Plano Cruzado a inflação, que era muito elevada, caiu drasticamente logo após a implantação do Plano, aumentando então significativamente a demanda por encaixes monetários reais, já que foi brusca a redução no custo de oportunidade de reter moeda. Note-se que o Plano Cruzado, como já observado, foi implantado em fins de fevereiro de 1986 e já em março teve a taxa de inflação reduzida praticamente a zero, enquanto o Agregado Monetário M1 aumentou 80% naquele mês, e entre março e junho aumentou a taxas mensais de 17%; já a taxa de inflação permaneceu no período próxima de zero;⁸ sobre esses números ver Rossi (1988 ou 1989).

Destaque-se que a própria inflação pode ensejar mais receita ao Governo mediante o chamado imposto inflacionário.⁹ Não se deve perder de vista, todavia, que inflação elevada mantida por certo tempo leva os agentes a economizar nos seus encaixes monetários reais (afinal, o custo de oportunidade de reter moeda é a taxa de juros nominal, que evidentemente sobe com a inflação) reduzindo assim a base sobre a qual o Governo coleta o imposto inflacionário.¹⁰ Fischer (1982) estimou que a receita máxima que governos podem extrair via imposto inflacionário se dá com taxa anual de inflação entre 30 e 100% e calculou ainda que a receita média do Governo obtida com a emissão de moeda era para os países industrializados cerca de 1% do PIB e pouco menos de 2,5% para os países em desenvolvimento, alertando que se um país depende da emissão de moeda para cobrir déficits algo acima de 2,5% ou 3% do PIB isso leva quase sempre a uma situação de hiperinflação.¹¹

Também o uso de reservas cambiais para financiar o déficit tem os seus custos, pois à medida que caem as reservas eleva-se a expectativa de desvalorização da taxa de câmbio estimulando assim a fuga de capitais, com conseqüente crise no balanço de pagamentos.¹² Na mesma linha, é claro que também o financiamento externo do déficit, se for excessivo, pode gerar dificuldades no balanço de pagamentos, já que oneraria o serviço da dívida.

Para concluir, outro ponto a merecer breve comentário é que na análise acima considerou-se sempre o caso em que a taxa de juros que incide sobre a dívida do Governo é maior do que a taxa de expansão da economia. Embora essa seja a situação dominante nas economias, hoje, o fato é que o contrário pode também ocorrer, como é o caso de muitas das economias industrializadas atualmente. A situação com a taxa de crescimento maior do que a taxa de juros é geralmente conhecida na literatura como um caso de economia com ineficiência dinâmica, isto é, onde haveria excesso de capital.¹³ É fácil ver que se a taxa de juros for menor do que a taxa de expansão da economia, então com déficit primário nulo (isto é, com o déficit total sendo neste caso igual às despesas com os juros da dívida) se teria a razão Dívida/PIB caindo já que o numerador estaria crescendo a uma taxa menor do que a taxa de crescimento do denominador. Nessas circunstâncias o Governo poderia rolar a sua dívida sem qualquer problema, podendo na verdade recorrer ao endividamento não só para cobrir as despesas com os juros mas também para resgatar parte da própria dívida. Neste ponto vale ressaltar que como nos Estados Unidos as taxas de juros tem em geral estado abaixo da taxa de expansão da economia, à primeira vista poder-se-ia pensar que a economia estaria experimentando uma situação de ineficiência dinâmica (ou excesso de capital). Entretanto, esse parece não ser o caso, pois conforme foi demonstrado por Blanchard e Weil (1991) com a presença de incerteza a eficiência dinâmica é compatível com a taxa de expansão da economia maior do que a taxa de juros; essencialmente, aqueles autores demonstraram que com o pressuposto da incerteza, a taxa de juros não pode ser igualada à taxa líquida de retorno do capital, como feito no caso da ausência de incerteza (ver ainda sobre a matéria Abel (1992)).

APÊNDICE

Item 1) - A equação da restrição orçamentária do Governo com as variáveis definidas em valores nominais é $PG - PT + iPB = d(PB) + dM$, que como proporção do PIB nominal seria obviamente $(G - T)/Y + iB/Y = d(PB)/PY + dM/PY$, onde i é a taxa de juros nominal. Como $d(PB)/PY = \pi B/Y + dB/Y$,

substituindo então isto na equação anterior, vem: $dB/Y = (G - T)/Y + (i - \pi)B/Y - dM/PY$

que substituindo, por sua vez, na equação (4) do texto resulta em

$$d(B/Y) = (G - T)/Y + (i - \pi - \rho)B/Y - d(M)/PY,$$

onde π é a taxa de inflação. Como por definição a taxa de juros real é igual à taxa de juros nominal, menos a taxa de inflação, conclui-se então que na análise da razão Dívida/PIB tanto faz usar as variáveis da restrição orçamentária em valores nominais como em valores reais.

Item 2) - Da equação $\dot{b} + ab = D$, onde $b = B/Y$, $a = -(r - \rho)$,

$$D = (G - T)/Y - dM/PY \quad \text{e} \quad \dot{b} = db/dt, \quad \text{vem} \quad \dot{b}e^{at} + abe^{at} = De^{at}. \quad \text{Ou seja,}$$

$$d(be^{at})/dt = De^{at} \quad \text{que integrando os dois lados da equação se obtém}$$

$$\int (d(be^{at})/dt)dt = D \int e^{at} dt, \quad \text{vindo então} \quad be^{at} = D((e^{at}/a) + c), \quad \text{onde } c \text{ é uma constante}$$

qualquer, e então $b = D/a + Ce^{-at}$, onde C é outra constante qualquer. Finalmente, se obtém $b_t = D/a + (b_0 - D/a)e^{-at}$, ou $b_t = D/a + (b_0 - D/a)e^{-at}$, ou mais simplesmente $b_t = \bar{b} + (b_0 - \bar{b})e^{-at}$, onde $\bar{b} = D/a$ e b_0 é o valor inicial da razão Dívida/PIB.

Item 3) - Da equação (12) se tem $b_{t-1} = (t_t - g_t)(1 + \rho_{t-1})/(1 + r_{t-1}) + b_t(1 + \rho_{t-1})/(1 + r_{t-1})$ que para os períodos zero e um seria, respectivamente
 $b_0 = (t_1 - g_1)(1 + \rho_0)/(1 + r_0) + b_1(1 + \rho_0)/(1 + r_0)$
 $b_1 = (t_2 - g_2)(1 + \rho_1)/(1 + r_1) + b_2(1 + \rho_1)/(1 + r_1)$

Substituindo este último resultado na equação anterior e supondo taxas constantes ao longo do tempo vem

$$b_0 = (t_1 - g_1)(1 + \rho)/(1 + r) + (t_2 - g_2)((1 + \rho)/(1 + r))^2 + b_2((1 + \rho)/(1 + r))^2$$

que após generalizar o processo para n períodos resulta

$$b_0 = \sum_{j=1}^n (t_j - g_j)((1 + \rho)/(1 + r))^j + b_n((1 + \rho)/(1 + r))^n$$

Item 4) - Seja a equação da restrição orçamentária do Governo

$$B_t - B_{t-1} = G_t - T_t + r_{t-1}B_{t-1}$$

Fazendo o déficit total constante, vem

$$B_t = B_{t-1} + k, \quad B_1 = B_0 + k, \quad B_2 = B_1 + k = B_0 + 2k, \quad \dots, \quad B_n = B_0 + nk$$

Assim,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{B_n / (1 + r)^n\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \{((B_0 / n) + k) / ((1 + r)^n / n)\} = 0$$

Fazendo agora o déficit primário constante

$$B_1 = (1 + r_0)B_0 + k, \quad B_2 = (1 + r_1)B_1 + k = (1 + r_1)(1 + r_0)B_0 + (1 + r_1)k + k$$

Generalizando, e fazendo a taxa de juros constante, vem

$$B_n = (1 + r)^n B_0 + k\{1 + (1 + r) + (1 + r)^2 + \dots + (1 + r)^{n-1}\}$$

$$B_n = (1 + r)^n B_0 + k\{((1 + r)^n - 1) / r\}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \{B_n / (1 + r)^n\} = B_0 + k / r$$

Item 5) - Prova de que na equação (20)

$$(S_{t+j} - S_t) = \Delta S_{t+1} + \Delta S_{t+2} + \Delta S_{t+3} + \dots + \Delta S_{t+j}$$

Veja-se que

$$(S_{t+1} - S_t) = \Delta S_{t+1}$$

$$(S_{t+2} - S_t) = (S_{t+2} - S_{t+1}) + (S_{t+1} - S_t) = \Delta S_{t+2} + \Delta S_{t+1}$$

$$(S_{t+3} - S_t) = (S_{t+3} - S_{t+2}) + (S_{t+2} - S_{t+1}) + (S_{t+1} - S_t) = \Delta S_{t+3} + \Delta S_{t+2} + \Delta S_{t+1}$$

e assim por diante. Vem então:

$$(d^1 + d^2 + d^3 + \dots + d^j) \Delta S_{t+1} = d(1 + d + d^2 + \dots) \Delta S_{t+1} = d(1-d)^{-1} \Delta S_{t+1}$$

$$(d^2 + d^3 + \dots + d^j) \Delta S_{t+2} = d^2(1 + d + d^2 + \dots) \Delta S_{t+2} = d^2(1-d)^{-1} \Delta S_{t+2}$$

$$(d^3 + d^4 + \dots + d^j) \Delta S_{t+3} = d^3(1 + d + d^2 + \dots) \Delta S_{t+3} = d^3(1-d)^{-1} \Delta S_{t+3}$$

$$(d^j + d^{j+1} + d^{j+2} + \dots + d^n) \Delta S_{t+j} = d^j(1 + d + d^2 + \dots) \Delta S_{t+j} = d^j(1-d)^{-1} \Delta S_{t+j}$$

demonstrando então o resultado no texto

Item 6) - Note-se que se a série dos superávits é I(1), portanto a sua primeira diferença é I(0) que é a variável do lado direito da equação (20) no texto, e se a série da dívida é também I(1), mas é cointegrada com a série dos superávits, então a variável do lado esquerdo na equação (20) é também I(0). Isso significa que as duas variáveis I(0) da equação podem ter uma representação VAR do tipo:

$$\begin{bmatrix} \Delta S_t \\ X_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(L) & b(L) \\ c(L) & d(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S_{t-1} \\ X_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$$

com $a(L) = a_1 + a_2L + a_3L^2 + \dots + a_pL^{p-1}$

e onde L é o operador de defasagens (lag operator). O modelo VAR bivariado acima pode ser ainda escrito como:

$$\begin{bmatrix} \Delta S_t \\ \Delta S_{t-p+1} \\ X_t \\ X_{t-p+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \dots a_p & b_1 \dots b_p \\ I_{p-1} & 0 \\ c_1 \dots c_p & d_1 \dots d_p \\ 0 & I_{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S_{t-1} \\ \Delta S_{t-p} \\ X_{t-1} \\ X_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ 0 \\ u_{2t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

sendo aqui representado por:

$$z_t = Az_{t-1} + v_t$$

É fácil ver que no modelo VAR acima a previsão para j períodos adiante seria:

$$z_{t+j} = A^j z_t$$

Desse modo os dois lados da equação (20) no texto seriam, respectivamente:

$$X_t = g' z_t, \quad \Delta S_{t+j} = h' A^j z_t,$$

onde h' é um vetor linha tendo a unidade como primeiro elemento

e com os demais elementos sendo iguais a zero, enquanto

g' é um vetor linha com os p primeiros elementos iguais a zero, o elemento seguinte (isto é, elemento $p+1$) sendo a unidade e os restantes $p-1$ elementos novamente iguais a zero.

Desse modo a equação (20) no texto fica

$$g'z_t = \sum_{i=1}^{\infty} h' \alpha^i A^i z_t$$

onde $\alpha^i = d^i (1-d)^{-1}$.

$$\text{Como } \sum_{i=1}^{\infty} \alpha^i A^i = \alpha A (I - \alpha A)^{-1}$$

já que por serem as séries $I(0)$ a matriz A tem a soma dos elementos de cada linha (ou cada coluna) que é menos do que a unidade. Segue então

$$g'z_t = h' \alpha A (I - \alpha A)^{-1} z_t$$

Assim, a hipótese nula no modelo VAR seria:

$$H_0 : g'(I - \alpha A) - h' \alpha A = 0$$

que, é fácil ver, resulta nas seguintes restrições quanto aos coeficientes do modelo VAR:

$$a_1 = -c_1, \dots, a_p = -c_p, d_1 + b_1 = \alpha^{-1}, b_2 = -d_2, \dots, b_p = -d_p$$

Portanto, se no teste de hipótese tais restrições forem rejeitadas tem-se também a rejeição da sustentabilidade da razão Dívida/PIB.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABEL, A. B. Can the Government Roll Over its Debt Forever? *Business Review*, p. 3-18, Nov./Dec. 1992.
- BLANCHARD O. J. Suggestions for a New Set of Fiscal Indicators. *Working paper*, n. 79, OECD Economics and Statistics Department, April 1990. 34 p.
- BLANCHARD O. J.; WEIL P. Dynamic Efficiency and Debt Ponzi Games Under Uncertainty. NBER, Program in Financial Studies and Monetary Economics, Harvard University, February 1991.
- BLANCHARD, O. J. et al. The Sustainability of Fiscal Policy : New Answers to an Old Question", OECD Economic Studies, n. 15, p. 7-36, Autumn 1990.
- BOHN, Henning. Are stationarity and cointegration restrictions really necessary for the intertemporal constraint? *Journal of Monetary Economics*, v. 54, n.7, 1837-1847, 2007.
- CAMPBELL, J. Y.; SHILLER, R. J. Cointegration and Tests of Present Value Models. *Journal of Political Economy*, v. 95, n. 5, p. 1062-1088, October 1987
- FISCHER, S. Seignorage and the Case for National Money. *Journal of Political Economy*, v. 90, n. 2, p. 295-313, April 1982.
- HAMILTON, J. D.; FLAVIN, M. On the Limitations of Government Borrowing: a Framework for Empirical Testing. *American Economic Review*, v. 76, n. 4, Sept. 1986.
- ROSSI, José W. A Dívida Pública no Brasil e a Aritmética da Instabilidade. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 17, n. 2, p. 369-380, Agosto 1987.
- _____. A Demanda por Moeda no Brasil: o que Ocorreu a Partir de 1980? *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 18, n. 1, p. 37-53, Abril 1988.
- _____. The Demand for Money in Brazil: What Happened in the 1980s? *Journal of Development Economics*, v. 31, n. 2, p. 357-367, 1989.

- _____. A Equação da Restrição Orçamentária do Governo: Uma Resenha dos Usos e Interpretações. *Texto para Discussão*, IPEA, n. 254, Abril 1992. 48 p.
- _____. O Modelo Hiperinflacionário da Demanda por Moeda de Cagan e o Caso do Brasil, *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 24, n. 1, p. 73-95, Abril 1994.
- _____. A Solvência da Dívida: Testes para o Brasil. *Textos para Discussão*, IPEA, n.493, Julho 1997. 55 p.
- SARGENT, T. J. The End of Four Big Inflatins. In: SARGENT, T. J. *Rational Expectations and Inflation*. New York: Harper & Row, 1986. p. 40-109.
- SARGENT, T. J.; WALLACE, N. Some Unpleasant Monetarist Arithmetic. *Quarterly Review*, p. 1-17, Fall 1981.

NOTAS EXPLICATIVAS

- ¹ Em Rossi (1997), esses ativos externos são levados em conta tanto na discussão sobre a equação da restrição orçamentária do Governo como na solvência da dívida pública; um bom tratamento da matéria pode ser visto ainda em Buitier e Patel (1992).
- ² É bom ressaltar que apesar de se estar usando aqui as variáveis em valores reais os resultados não mudariam quando as variáveis são definidas em valores nominais, conforme se mostra no **Item 1 do Apêndice**.
- ³ Note-se que um investimento com taxa de juros anual r aplicado por um ano rende $(1+r)$, mas com capitalização semestral renderia $(1+r/2)^2$, com capitalização trimestral $(1+r/4)^4$, e com n capitalizações renderia $(1+r/n)^n$; ou ainda $((1+r/n)^{n/r})^r$ que com n tendendo a infinito daria e^r . Aplicando raciocínio semelhante, conclui-se que quando n tende a infinito a razão $(1+r/n)^n / (1+\rho/n)^n$ tenderá a $e^r / e^\rho = e^{r-\rho}$.
- ⁴ Note-se que da equação (29) vem $dt_n^*/dn = (r-\rho)(db_n/dn)$
e como da equação (8) se tem
 $b_n = (e^{(r-\rho)n} - 1)(g-t)/(r-\rho) + b_0 e^{(r-\rho)n}$, segue
 $db_n/dn = e^{(r-\rho)n} (b_0(r-\rho) + g-t)$, $(db_n/dn)|_{n=0} = b_0(r-\rho) + g-t$,
que substituído na primeira equação resulta em
 $dt_n^*/dn = (r-\rho)(t^* - t)$.
- ⁵ De qualquer modo, deve ser aqui ressaltado, conforme foi-me alertado por um leitor anônimo da revista Economia Aplicada, que tais testes econométricos (isto é, com base em testes de estacionaridade de séries e cointegração entre séries) foram questionados em importante artigo de Bohn (2007).
- ⁶ Na verdade, o quadro é ainda mais sério quando se usa a fórmula dada na equação (28), que leva em conta o fato de que quanto maior a carga tributária mais difícil torna-se aumentá-la ainda mais; recorde-se que a equação tem no denominador a carga tributária passível de apropriação pelo Governo. O resultado neste caso seria um indicador de 4,7% hoje.
- ⁷ Só como ilustração, se por exemplo a razão base monetária/PIB for cerca de 3%, então para cada ponto percentual de expansão do PIB o governo poderia gerar receita com a emissão de base monetária de 0,03% do PIB (isto supondo naturalmente elasticidade unitária da base monetária com relação à renda); essa é a chamada receita de senhoriagem.
- ⁸ Ressalte-se que o aumento brusco da demanda por encaixes monetário traz uma oportunidade ímpar para se reduzir a dívida do Governo virtualmente a custo zero, pois se a população deseja mais encaixe monetários pode-se usar a emissão monetária para resgatar títulos governamentais praticamente sem custo. Porém, conforme nos mostrou Sargent (1986), a qualificação é que as reformas monetárias precisam ser críveis, caso contrário a retenção de moeda será logo desfeita, já que qualquer indício, ou mesmo suspeita, de que as reformas irão fracassar, leva imediatamente os agentes a tentar se livrar da moeda adicional, e é isso que traz de volta a inflação.
- ⁹ É oportuno distinguir aqui entre a senhoriagem e o imposto inflacionário da emissão da base monetária. Como $d(M/P) = dm = dM/P - (M/P)(dP/P)$, ou $dm = dM/P - m\pi$, segue $dM/P = \rho m + \pi m$, isto supondo-se que a expansão da base monetária real se dê à mesma taxa que a da expansão do PIB real (ρ); no lado direito desta equação, o primeiro termo é a receita de senhoriagem e o segundo termo é a receita do imposto inflacionário. Para usar a mesma razão base monetária/PIB de 3% utilizada acima, se ela for mantida constante ao longo do tempo, então com taxa de inflação de 10%, por exemplo, o Governo poderá financiar um déficit de 0,3% do PIB, ou seja, este é o montante do imposto inflacionário neste caso.
- ¹⁰ Um bom exemplo disso se deu no episódio de hiperinflação na Bolívia entre 1984/1985 quando a taxa de inflação anual foi de 11.000%. A receita do Governo com a emissão de moeda, que era 14% do PIB em 1984, caiu para 8% em 1985 (ver esses números em Rossi (1992)).

- ¹¹ Em matéria correlata, Rossi (1994) usou o modelo de demanda por moeda de Cagan e estimou para o Brasil, com dados mensais no período de alta inflação entre janeiro de 1980 e dezembro de 1993, que a taxa de inflação mensal que maximizava o imposto inflacionário foi em geral um pouco menor do que a taxa de inflação então observada, o que estaria de acordo com a evidência empírica disponível para situações de hiperinflação.
- ¹² Foi o que ocorreu no México onde o déficit público que em 1981 já era de 14% subiu ainda mais, atingindo 18% em 1982. Em consequência, a fuga de capitais entre 1979 e 1982 chegou a 7 bilhões de dólares anuais. O ataque especulativo ao que restava das reservas cambiais precipitou uma crise externa sem precedentes e que resultou na suspensão dos pagamentos externos do país em agosto de 1982 (ver esses números em Rossi (1992)).
- ¹³ Uma situação de excesso de capital pode ser definida como aquela em que os recursos destinados ao investimento bruto excedem a sua contribuição à produção total. Veja-se que por definição o investimento bruto (IB) é igual a formação de capital mais a depreciação do estoque de capital, ou seja, $IB = \rho K + \delta K = (\rho + \delta)K$, onde se está supondo que a formação de capital cresce à mesma taxa que a da expansão do PIB; sendo δ a taxa de depreciação do estoque de capital. A contribuição do estoque de capital para a produção é dada por sua taxa bruta de retorno vezes o estoque de capital, ou seja, RK , cuja taxa líquida de retorno é dada por $R - \delta$. Num mundo sem incerteza, a taxa de juros dos títulos do Governo deve ser igual à taxa líquida de retorno do capital, ou seja, $r = R - \delta$. Assim diz-se haver excesso de capital se a cada ano se tiver $(\rho + \delta) > R$. Combinando esses resultados vem $r < \rho$ que caracteriza, pois, uma situação de excesso de capital.