Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

INVESTIGAÇÕES EM AULAS DE CÁLCULO NUMÉRICO: descobrindo o método dos trapézios via resolução de problemas

Vilmar Ibanor Bertotti Junior
Janaína Poffo Possamai

Resumo
O objetivo deste estudo é analisar implicações da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas na generalização do método dos trapézios, um dos tópicos do conteúdo de integração numérica. A análise concentra-se nas aulas de cálculo numérico, levando em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes por meio de uma prática educativa. Inicialmente, exploram-se as contribuições teóricas e curriculares que fundamentam essa metodologia, descrevendo as dez etapas que a compõem. Em seguida, são apresentados os procedimentos metodológicos, em que a pesquisa é caracterizada como qualitativa em relação à abordagem do problema, aplicada quanto à sua natureza e segue a abordagem de investigação-ação nos procedimentos. Este artigo também aborda o contexto, a organização e a análise da prática educativa, destacando o uso de um problema gerador de conhecimento. Os resultados indicam a manifestação de autonomia, raciocínio crítico e habilidades argumentativas por parte dos estudantes durante a resolução do problema, bem como na socialização dos resultados durante a plenária.
Palavras-chave: resolução de problemas; ensino superior; ensino de matemática; cálculo numérico; integração numérica.

INVESTIGATIONS IN NUMERICAL CALCULUS CLASSES: uncovering the trapezoidal method through problem solving

Abstract
The aim of this study is to analyze implications of the methodology teaching-learning-evaluation of mathematics through problem solving in the generalization of the trapezoidal rule, one of the topics in numerical integration. The analysis focuses on numerical calculus classes, considering students' prior knowledge through an educational practice. Initially, the theoretical and curricular contributions that underpin this methodology are explored, describing the ten steps that compose it. Subsequently, methodological procedures are presented, with the research characterized as qualitative in terms of problem approach, applied in nature, and following an action research approach in the procedures. This article also addresses the context, organization, and analysis of the educational practice, highlighting the use of a knowledge-generating problem. The results indicate the manifestation of autonomy, critical reasoning, and argumentative skills by students during problem-solving, as well as in the sharing of results during the plenary session.
Keywords: problem-solving; higher education; mathematics education; numerical calculus; numerical integration.

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO UERJ

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

INVESTIGACIONES EN CLASES DE CÁLCULO NUMÉRICO:
descubriendo el método del trapecio a través de la resolución de problemas

Resumen
El objetivo de este estudio es analizar implicaciones de la metodología de enseñanza-aprendizaje-evaluación de matemáticas a través de la resolución de problemas en la generalización del método de los trapecios, uno de los temas del contenido de integración numérica. El análisis se centra en las clases de cálculo numérico, teniendo en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes a través de una práctica educativa. Inicialmente, se exploran las contribuciones teóricas y curriculares que fundamentan esta metodología, describiendo las diez etapas que la componen. Luego, se presentan los procedimientos metodológicos, donde la investigación se caracteriza como cualitativa en cuanto al enfoque del problema, aplicada en su naturaleza y sigue el enfoque de investigación-acción en los procedimientos. Este artículo también aborda el contexto, la organización y el análisis de la práctica educativa, destacando el uso de un problema generador de conocimiento. Los resultados indican la manifestación de autonomía, razonamiento crítico y habilidades argumentativas por parte de los estudiantes durante la resolución del problema, así como en la socialización de los resultados durante la plenaria.
Palabras clave: resolución de problemas; educación superior; enseñanza de matemáticas; cálculo numérico; integración numérica.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os estudos sobre o ensino da matemática têm ganhado destaque, especialmente ao enfatizar a resolução de problemas. Essa abordagem não apenas destaca a utilidade em apresentar aplicações específicas, mas, sobretudo, se revela eficaz para aprender e compreender a disciplina. Autores como Onuchic (1999), Van de Walle (2009), Cai e Lester (2012), Schoenfeld (2016), Allevato e Onuchic (2021) têm ressaltado os benefícios e procedimentos necessários para implementar uma prática de ensino na qual a construção de novos conhecimentos ocorre durante a resolução de problemas matemáticos.

Nesse contexto, emerge o conceito de "problema gerador", referindo-se à construção de um novo conceito, conteúdo, princípio ou procedimento (Allevato, Onuchic, 2021). Tais problemas demandam a aplicação de um conteúdo matemático ainda não abordado em sala de aula. Vila e Callejo (2006) complementam essa ideia, destacando que os problemas são essenciais para focar nos estudantes, em seus processos de pensamento e métodos inquisitivos. Isso os capacita a serem sujeitos autônomos e críticos, capazes de questionar fatos, interpretações e explicações, além de desenvolverem seus próprios critérios e propor soluções.

Diante desse panorama, o contexto de resolução de problemas adotado nesta pesquisa está ligado ao desafio enfrentado pelos estudantes ao lidarem com questões para as quais desconhecem um caminho de resolução. Isso os incentiva a questionar: "Como posso resolvê-los com base nos meus conhecimentos e habilidades adquiridos?"

Os pesquisadores desenvolveram uma prática educativa com cinco problemas específicos da disciplina de cálculo numérico, abordando o conteúdo de integração numérica. O artigo concentra-se na análise do problema 2, buscando conduzir os acadêmicos de engenharia à generalização do método dos trapézios.

Considerando essa caracterização, a prática educativa foi guiada pela metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, assim denominada por Allevato e Onuchic (2021), em que o problema é o ponto de partida para a aprendizagem matemática. Nesse sentido, o estudo busca analisar implicações dessa metodologia,

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

em aulas de cálculo numérico, na generalização do método dos trapézios, levando em conta os conhecimentos prévios dos estudantes. É importante mencionar que a prática foi realizada de forma remota e síncrona, devido à situação de pandemia da Covid-19.

PRINCÍPIOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Antes de adentrar de forma específica na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, é crucial considerar e debater as contribuições teóricas e curriculares que deram origem a essa abordagem.

O ponto de partida para as discussões acerca da resolução de problemas foi a publicação do documento *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics* [1] pelo *National Council of Teachers of Mathematics*[2] – NCTM. Esse documento propôs que o referido tema deveria ser o foco central do ensino de matemática nas escolas, aplicando a disciplina ao mundo real e abordando questões que extrapolam os limites da matemática pura. Professores deveriam incentivar ativamente a prática da resolução de problemas em sala de aula. Além disso, a aprendizagem matemática deveria abranger aspectos sociais, antropológicos e linguísticos, além dos cognitivos (NCTM, 1980).

Em meio a diversas reflexões de pensadores da área, emergiu a ideia de que ensinar por meio da resolução de problemas seria essencial para a aprendizagem dos estudantes. Nesse contexto, o problema foi estabelecido como ponto de partida para a construção de novos conteúdos, com os estudantes atuando como construtores de seu próprio conhecimento, e os professores desempenhando o papel de mediadores nesse processo. Esses princípios foram fundamentados e explorados no documento NCTM *Standards* 2000 (Onuchic, 1999).

Esse percurso na evolução da resolução de problemas destaca diferentes abordagens em sala de aula, incluindo (i) o ensino sobre resolução de problemas, (ii) o ensino para resolução de problemas e (iii) o ensino via/através/por meio da resolução de problemas (Schroeder, Lester Junior, 1989).

O primeiro concentra-se nas heurísticas, ou seja, estratégias gerais de como resolver um problema. Já a segunda abordagem enfatiza a resolução como uma consequência do aprendizado matemático. Exercícios, muitas vezes disfarçados como problemas, são apresentados aos estudantes como uma aplicação posterior dos conceitos matemáticos ensinados pelos professores (Allevato, Onuchic, 2021).

Cai e Lester (2012) argumentam que, para transformar os estudantes em bons resolvedores de problemas, é crucial modificar a concepção de que a resolução de problemas seja uma consequência dos conceitos ensinados. Eles propõem a sua integração como parte intrínseca da aprendizagem da matemática, conhecida como ensino através da resolução de problemas. Desse modo, apresenta-se, na próxima seção, a metodologia dessa vertente.

METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No contexto brasileiro, o Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas - GETERP desenvolveu um roteiro para orientar a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação

[1] Uma Agenda para Ação: Recomendações para a Matemática Escolar.
[2] Conselho Nacional dos Professores de Matemática.

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

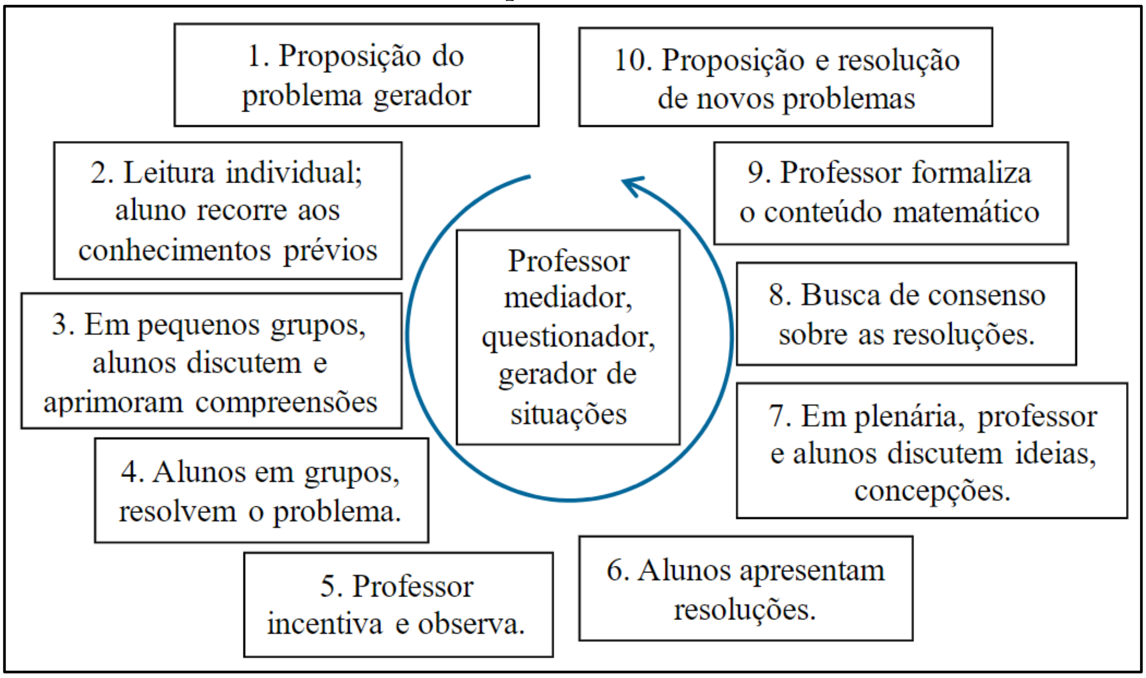
de matemática através da resolução de problemas. É fundamental ressaltar que, nessa abordagem, é crucial que o professor, ao ensinar, e o estudante, como participante ativo, estejam envolvidos no processo de aprendizagem, no qual a avaliação desempenha um papel central (Onuchic, Allevato, 2011).

Hoffmann (2019) destaca que, ao incorporar a palavra composta "ensino-aprendizagem-avaliação", a avaliação assume um papel mediador. Essa prática implica em um constante diálogo entre o professor e os estudantes, contribuindo ativamente para um processo investigativo da aprendizagem. Nesse contexto, Onuchic e Allevato (2011, p. 81) afirmam que:

> O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário.

Com base nessas considerações, a metodologia é composta por dez etapas, apresentadas na Figura 1.

Figura 1: Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 55)

Essa é a proposta original da metodologia desenvolvida pelas autoras Allevato e Onuchic (2021). No entanto, devido à situação de pandemia desencadeada pela Covid-19, essas etapas precisaram ser adaptadas para serem aplicadas em aulas remotas e síncronas. Essas adaptações foram propostas por Bertotti Junior e Possamai (2020), e na etapa 3, que, no modo presencial, é realizada exclusivamente pelos estudantes em grupos, tornou-se uma atividade conjunta entre o professor e os estudantes na sala de aula virtual. A realização dessa etapa durante a aula síncrona é crucial para evitar períodos de ociosidade dos estudantes, que podem ocorrer ao aguardar discussões necessárias com o professor.

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

UERJ UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Na etapa 5, que envolve o incentivo e a observação dos estudantes, é necessário um tempo inicial para que o professor organize os grupos em *chats* de discussão. Após essa organização, os estudantes podem iniciar a resolução dos problemas.

Já na etapa 6, em que o registro de resoluções seria feito na lousa, foi adaptado para o compartilhamento de tela. Os estudantes são orientados a compartilhar suas resoluções um dia antes da apresentação no grande grupo, ou seja, durante a etapa da plenária. Essa abordagem visa estimular a discussão durante a etapa 8, que busca consenso sobre as resoluções.

Dentro desse contexto de prática educativa, é importante salientar que é por meio dessas etapas que cercam a resolução de problemas que se torna possível investigar a aprendizagem matemática dos estudantes envolvidos nesta pesquisa.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

No que tange aos procedimentos metodológicos, a pesquisa[3] configura-se como qualitativa e descritiva, estabelecendo uma ligação direta entre o participante e o ambiente de ensino (remoto) no qual a prática educativa se desdobrou. Por meio da coleta de dados e observação sistemática, procedeu-se a uma interpretação dos fenômenos analisados (Kauark, Manhães, Medeiros, 2010).

É relevante frisar que os próprios pesquisadores integram esse cenário, atuando de maneira colaborativa com os estudantes durante o processo, conduzindo uma pesquisa descritiva por meio do registro dos estudantes. Com isso, a perspectiva deste estudo visa registrar e avaliar os raciocínios, o protagonismo, as tomadas de decisões e os obstáculos enfrentados pelos estudantes, com o intuito de agrupar e analisar os dados da pesquisa.

No âmbito dos procedimentos, a pesquisa é de investigação-ação, na qual pesquisadores e estudantes cooperam e participam ativamente desse processo por meio da prática educativa realizada. Para tanto, foram adotadas adaptações do ciclo básico de Tripp (2005) para este estudo, organizando as fases da pesquisa da seguinte maneira:

(i) Fase I: Planejar melhorias na prática - relacionada à leitura e análise dos referenciais teóricos relacionados à resolução de problemas para a construção da prática educativa desenvolvida;

(ii) Fase II: Implementar a melhoria planejada – consolidou-se por meio do desenvolvimento de um problema que visava à generalização do método dos trapézios;

(iii) Fases III e IV – Monitorar e descrever os efeitos da ação e avaliar os resultados da ação – envolveram a observação dos pesquisadores sobre os grupos enquanto estes resolviam as atividades.

Estabelecidos esses procedimentos, segue-se a apresentação sobre a caracterização e o contexto da pesquisa.

CARACTERIZAÇÃO E CONTEXTO DA PESQUISA

A prática educativa ocorreu de maneira virtual e síncrona no primeiro semestre de 2020, em resposta à pandemia de Covid-19. Participaram 72 acadêmicos de engenharia de alimentos, mecânica, civil, produção e química, matriculados em turmas matutina e noturna de uma universidade comunitária em Blumenau/SC.

---

[3] Esta pesquisa foi submetida e aprovada pelo Comitê de Ética na Pesquisa em Seres Humanos da Universidade Regional de Blumenau – FURB, parecer nº 4.149.696.

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

A análise considerou dados apenas dos grupos em que todos os membros consentiram com a pesquisa, denominados GM1 (Grupo 1 Matutino), GN1 (Grupo 1 Noturno), e assim por diante, enquanto os estudantes foram identificados como E1, E2, E3 etc.

Antes de abordar o problema 2, intitulado "Como podemos calcular a área de uma região?", os estudantes resolveram um problema preliminar chamado "Você sabe calcular áreas?". Esse problema visou resgatar o conhecimento prévio dos estudantes em relação ao conceito de área, abrangendo diversas figuras geométricas como quadrados, triângulos e trapézios. Adicionalmente, discutiram como esses conceitos se relacionavam com seus contextos profissionais, proporcionando uma base para a resolução do problema principal.

É relevante observar que antes da resolução dos problemas, os pesquisadores (P1, P2 e P3) apresentaram aos estudantes a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas. Isso foi feito para que eles compreendessem as etapas dessa abordagem metodológica e entendessem seu papel como participantes ativos.

Durante a aula, os estudantes foram organizados em equipes no Microsoft Teams, compreendendo de 3 a 4 integrantes, e foram guiados pelos pesquisadores na discussão e resolução do problema. As ferramentas de áudio, videoconferência, escrita e compartilhamento de telas disponíveis no *software* foram amplamente utilizadas para debates e compartilhamento de ideias. Durante a resolução dos problemas, eles também utilizaram recursos computacionais como GeoGebra, Microsoft Word e Excel para organizar e construir o conhecimento.

Após a conclusão da resolução dos problemas, sob orientação e observação dos pesquisadores, que estavam prontos para auxiliar quando necessário, todos retornavam à sala virtual da turma para socializar os resultados através do compartilhamento de tela. Ao final, o pesquisador P1 formalizava o conteúdo com os estudantes.

A fim de avaliar a prática educativa, foram estabelecidos critérios de análise com base nos referenciais teóricos relacionados à resolução de problemas. Foram criadas categorias que consideram a abordagem do conteúdo, o papel do professor como mediador e incentivador, o problema como gerador de conhecimento e ponto de partida para a aprendizagem matemática, e a participação dos estudantes de Engenharia, destacando autonomia, argumentação na resolução de problemas e socialização dos resultados na plenária.

A próxima seção apresentará e analisará o problema desenvolvido com os estudantes.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DO PROBLEMA "COMO PODEMOS CALCULAR A ÁREA DE UMA REGIÃO?"

O referido problema propôs aos estudantes o uso de retângulos e trapézios para preencher a área de uma figura irregular. A partir dessa abordagem, puderam comparar a eficácia de cada método ao lidar com uma região cujas funções que a delimitam não são conhecidas, e mesmo quando conhecidas, não podem ser integradas analiticamente. A análise desenvolvida pelos estudantes tinha como objetivo alcançar a generalização do método dos trapézios, tornando-o aplicável em qualquer situação.

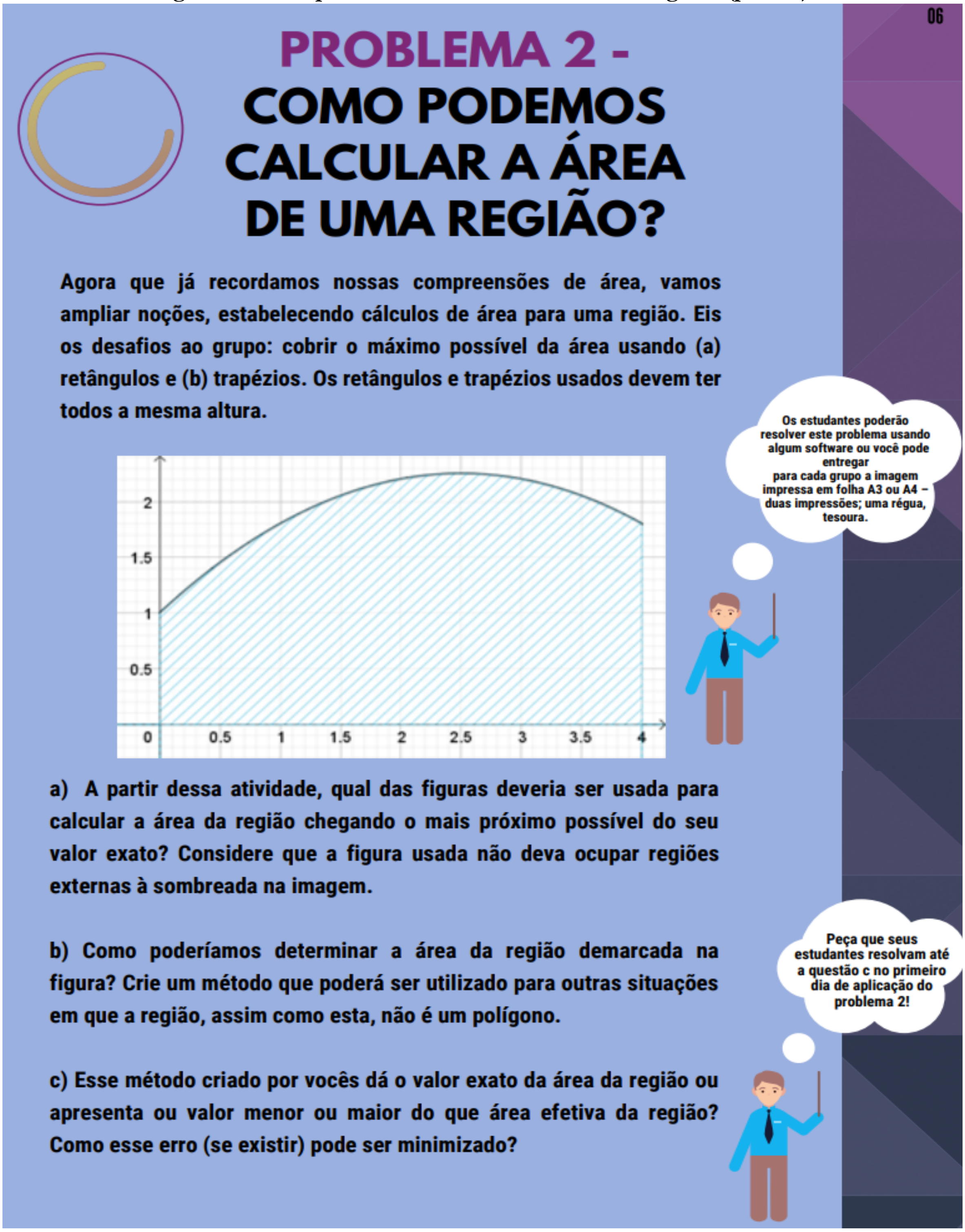
Esse problema foi dividido em duas etapas devido à sua extensão. Nesse contexto, apresenta-se a primeira etapa na Figura 2, abrangendo as questões a, b e c.

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO UERJ

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Figura 2: Como podemos calcular a área de uma região? (parte 1)



Fonte: Bertotti Junior (2021, p. 142)

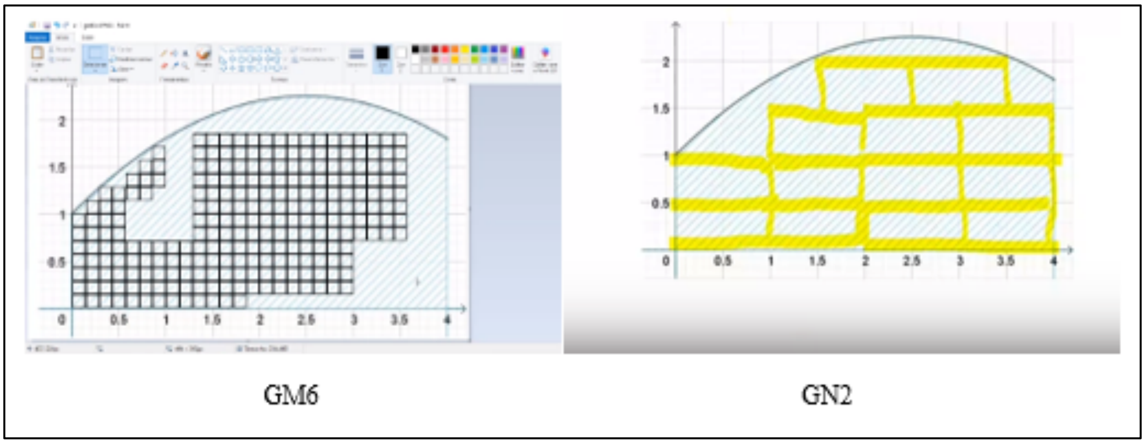
Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370
UERJ UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Etapa de resolução nos grupos

O problema apresentado anteriormente estava estruturado em sete questionamentos (parte 1 e parte 2). A questão (a) solicitava que os estudantes respondessem qual das figuras (trapézios ou retângulos) deveria ser usada para calcular a área da região, buscando se aproximar o máximo possível do seu valor exato. Ressalta-se que essas figuras não deveriam ocupar áreas externas à região sombreada na imagem. A Figura 3 ilustra as construções feitas por alguns dos grupos para atender à questão proposta.

Figura 3: Processo de construção da questão a



Fonte: Acervo de pesquisa

Os recursos computacionais utilizados para a discussão nos grupos foram o Microsoft Paint (GM6) e a Ferramenta de Captura do Windows (GN2). Vale ressaltar que a determinação da altura foi baseada no eixo das abscissas para alguns e como uma medida constante nas ordenadas para outros, o que gerou discussões entre os estudantes, conforme evidenciado na transcrição do grupo GN1:

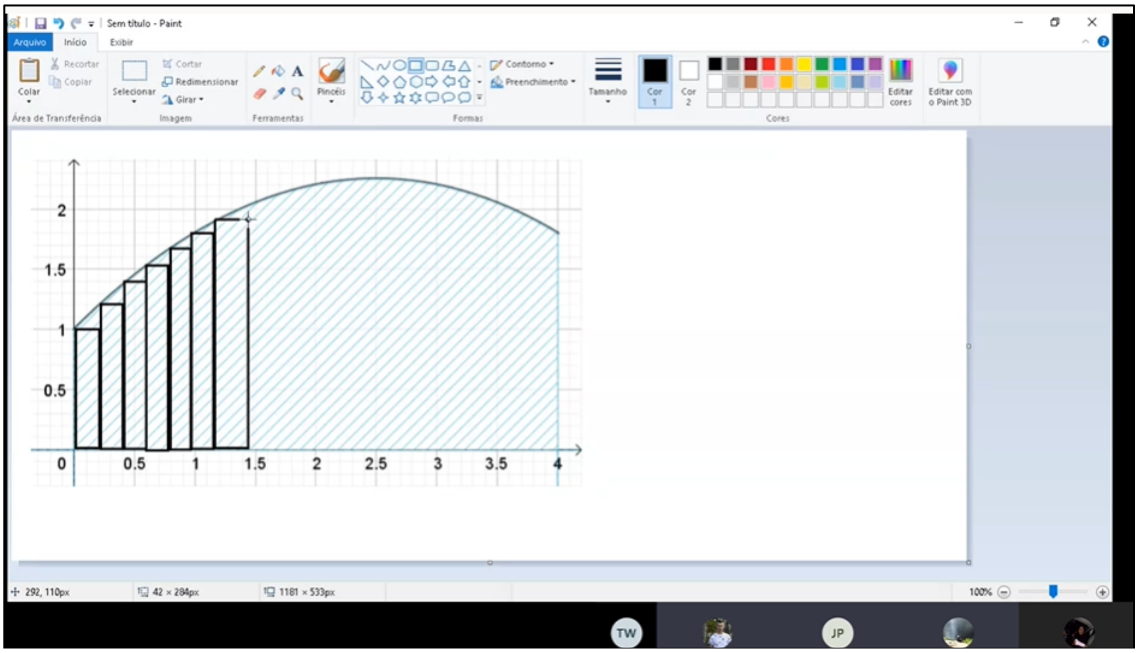
> (E21 falando): Pessoal, será que estamos fazendo certo, porque vejam bem, vou reler a questão: 'cobrir o máximo possível da área usando retângulos e trapézios, sendo que os retângulos e trapézios usados devem ter todos a mesma altura'. Então acho que está errado.
> (E19 falando): Mas será que o trapézio tem que ter a mesma altura do retângulo, ou será que todos os retângulos têm que ter a mesma altura e todos os trapézios também têm que ter a mesma altura?
> (E21 falando): Acho que é a segunda opção, mas não está errado, as nossas figuras estão ficando com a mesma altura, pois ela está sendo considerada de 0,5 em 0,5cm.
> (E20 falando): Ah, verdade, a altura é baseada no eixo x e não no eixo y.
> (E21 falando): Certo, agora entendi, é que eu estava confundindo a altura com a largura das figuras.

A discussão apresentada por esse grupo, que também ocorreu em outros, é importante ser incentivada na plenária, a fim de explorar hipóteses sobre qual critério adotar na comparação entre trapézios e retângulos, qual referencial considerar para a altura, entre outros aspectos que levam à generalização.

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

O grupo GN1 explorou a criação de um critério de comparação entre retângulos e trapézios, estabelecendo regularidades em relação à medida utilizada no eixo das abscissas. Essa abordagem é evidenciada na fala do estudante E20, que debateu a construção em andamento no grupo, conforme apresentados na Figura 4 e na próxima transcrição.

Figura 4: Processo de construção do método realizado pelo GN1



Fonte: Acervo de pesquisa

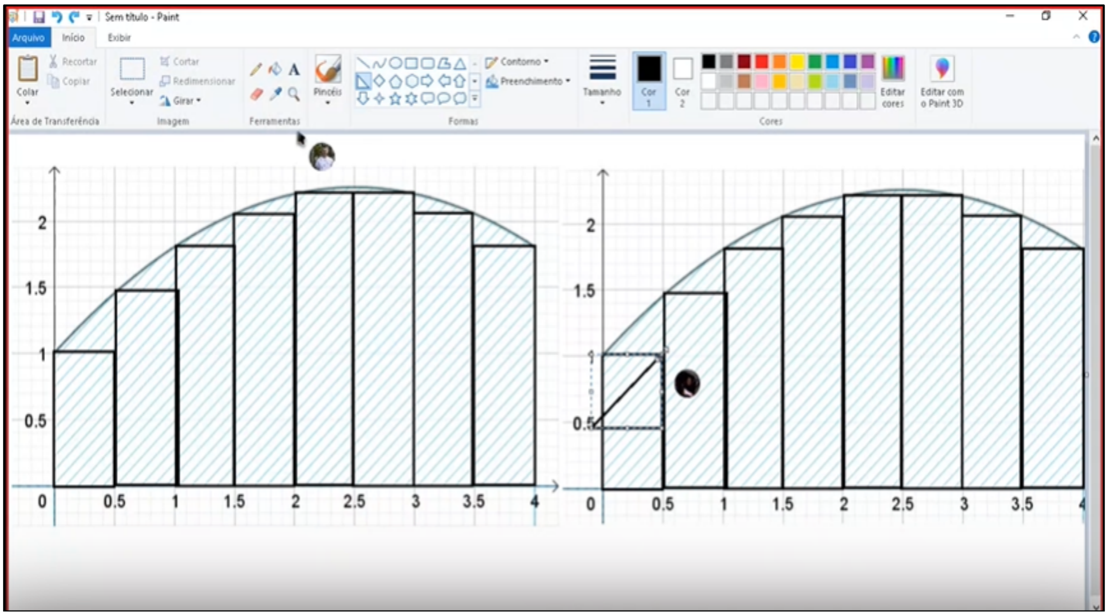
> (E20 falando): Não estou entendo o que você está fazendo. Não teríamos que dispor esses retângulos com uma altura padronizada?
> (E19 falando): O que precisamos fazer é preencher uma das figuras com retângulos e a outra com trapézios.
> (E20 falando): Sim, mas os nossos retângulos estão sem medidas. Não teria que seguir pelo menos os eixos? Como do 0 ao 0,5, do 0,5 ao 1, do 1 ao 1,5, e assim por diante?
> (E18 falando): Verdade, pois senão teremos vários retângulos sem nenhum padrão e não conseguiríamos comparar os métodos depois.
> (E21 falando): Sim, a E20 tem razão, precisamos criar um padrão, pois precisaremos comparar depois se o método dos retângulos ou dos trapézios é mais eficiente.

Essa discussão destaca a importância do trabalho em grupo, no qual os estudantes colaboram na construção conjunta da solução do problema, aprendendo por meio das interações entre eles, negociando e alcançando uma compreensão compartilhada (Cai, Lester, 2012). Nesse contexto, é relevante ressaltar que o uso da tecnologia também possibilitou essa construção coletiva, visto que mais de um usuário manipulava a construção simultaneamente, utilizando a ferramenta de controle de acesso fornecida pelo Teams, conforme ilustrado na Figura 5.

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Figura 5: Construção de retângulos e trapézios realizada pelo GN1



Fonte: Acervo de pesquisa

Na Figura 5, é possível verificar que dois estudantes estão trabalhando simultaneamente no Microsoft Paint para construir a solução, e cada usuário é identificado pela sua foto, que acompanha o cursor do *mouse*.

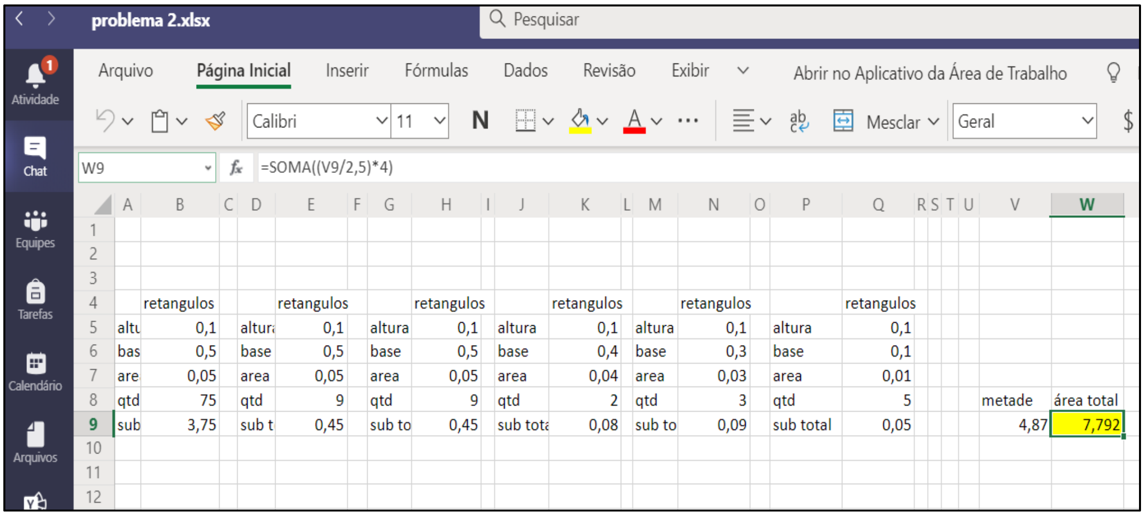
Durante as discussões, todas as equipes destacaram a necessidade de utilizar retângulos e trapézios cada vez menores para cobrir a área com mais eficiência. O estudante E25 do GN2 afirma: "Percebam que agora nós já ocupamos um pouco mais de espaço na figura. Agora, se nós dividíssemos as partes não preenchidas por retângulos menores ainda, iríamos ocupando cada vez mais. Se fizermos infinitos, ocuparemos toda a região".

Essas discussões da questão (a) já apontavam para as conclusões da questão (b), que solicitava que os estudantes criassem um método para calcular a área de uma região, que pudesse ser utilizado em outras situações, e a questão (c), que questionava como o erro do método proposto poderia ser minimizado.

Alguns grupos indicaram que o cálculo de integral definida poderia ser utilizado para determinar a área, enquanto outros sugeriram que o melhor método é usar trapézios, descrevendo o processo. O grupo GM12 descreve o processo usando um exemplo, mas não consegue sistematizar uma generalização, como retrata a transcrição da fala de E15, que utiliza uma planilha de Excel para realizar e justificar os cálculos, ilustrada na Figura 6.

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Figura 6: Processo de construção da questão c (GM12)



problema 2.xlsx

W9 =SOMA((V9/2,5)*4)

	A	B	D	E	G	H	J	K	M	N	P	Q	V	W
4		retangulos		retangulos		retangulos		retangulos		retangulos		retangulos		
5	altu	0,1	altur	0,1	altura	0,1	altura	0,1	altura	0,1	altura	0,1		
6	bas	0,5	base	0,5	base	0,5	base	0,4	base	0,3	base	0,1		
7	are	0,05	area	0,05	area	0,05	area	0,04	area	0,03	area	0,01		
8	qtd	75	qtd	9	qtd	9	qtd	2	qtd	3	qtd	5	metade	área total
9	sub	3,75	sub t	0,45	sub to	0,45	sub tota	0,08	sub to	0,09	sub total	0,05	4,87	7,792

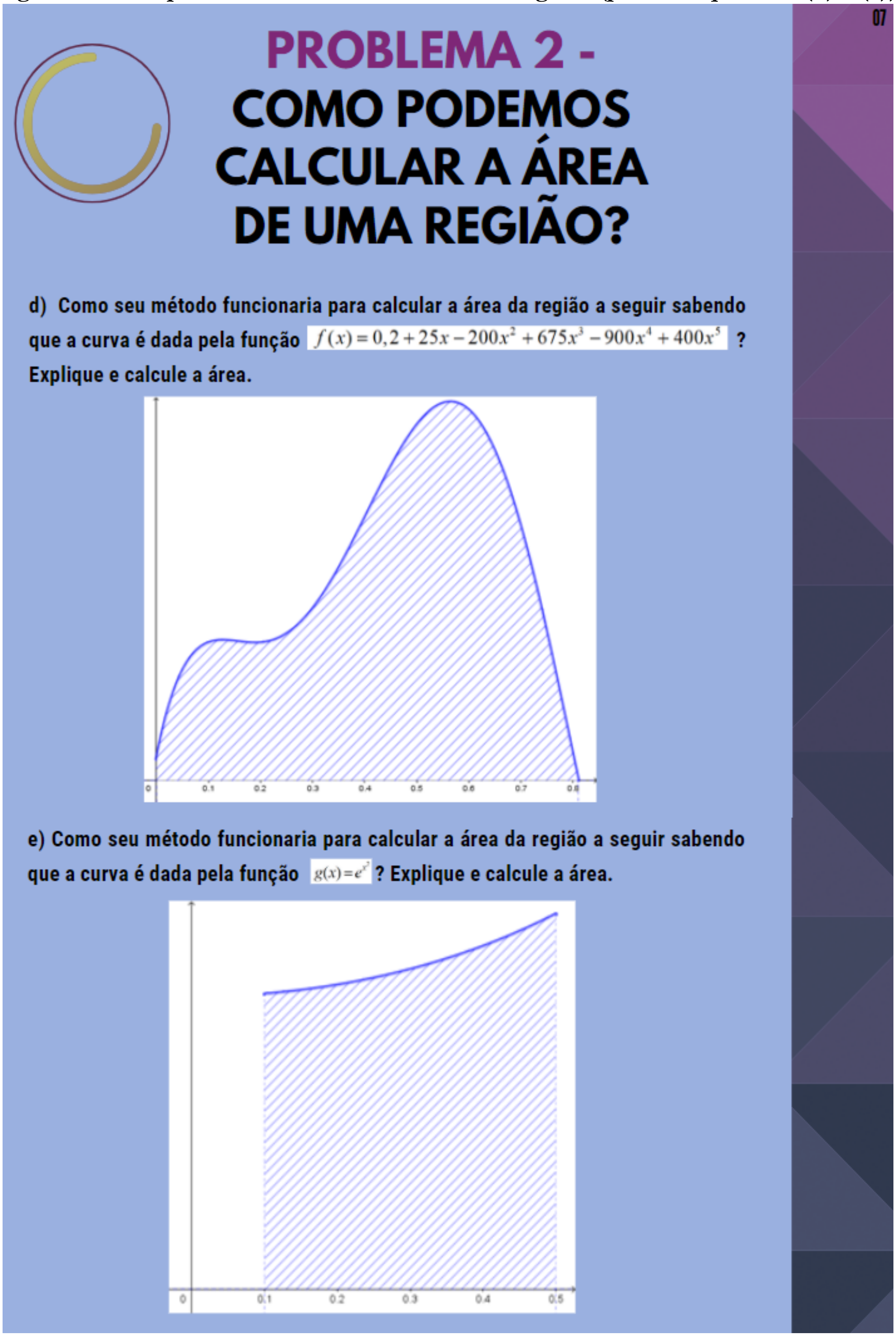
Fonte: Acervo de pesquisa

> (E15 falando): Se você acompanhar pela foto, podemos dividir parte dos retângulos com altura de 0,1 décimo (se referiu ao eixo y), com 0,5 décimo (eixo x). Multiplicando um pelo outro temos os valores individuais de cada retângulo. Aí contei quantos se comportam da mesma forma. Na parte em cima do gráfico fui dividindo-os com uma base menor até chegar no valor da área total aproximada somando todas as subáreas.

Nas questões subsequentes (d) e (e), que estão incluídas na segunda parte do problema, são apresentados dois gráficos, bem como são fornecidas as expressões algébricas das funções. Destaca-se que apenas a primeira função é passível de ser integrada analiticamente. O propósito dessa abordagem é permitir que os grupos validem e reflitam sobre as proposições realizadas, conforme evidenciado na Figura 7.

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Figura 7: Como podemos calcular a área de uma região? (parte 2 – questões (d) e (e))



Fonte: Bertotti Junior (2021, p. 147)

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Na resolução dessas questões, é interessante destacar o trabalho realizado pela equipe GM1, em que o estudante E1 comentou que o único método viável para calcular a questão (d) seria por meio de integração, pois não era possível calcular com trapézios devido à falta de valores de y fornecidos. No entanto, era possível sim, uma vez que a expressão algébrica da função foi fornecida, e a escala do eixo x também. O E1 resolveu o problema enquanto compartilhava sua tela para demonstrar suas ações, e os demais integrantes o acompanhavam sem questionar, conforme parte da transcrição das discussões do grupo.

> E1: Vocês conseguem calcular essa questão por integração enquanto eu resolvo as outras questões?
> E2: Então, eu não lembro como faz integração.
> E1: É o cálculo de uma integral definida. Você vai precisar integrar a função colocando os limites de 0 a 0,8. Entendeu?
> E2: Sim, vou tentar.
> (A E2 teve dificuldades em resolver a integral, pois não se recordava das técnicas de integração. Assim, a E3 ajudou nesse processo respondendo:
> E3: Nessa função você aumenta um grau do x no numerador e no denominador repete o procedimento e a constante sai para fora da integral.
> E2: Lembrei, precisa ver naquelas tabelas qual a integral de x^n.
> E3: Isso mesmo.
> (Assim, conseguiram finalizar essa questão).

Alguns grupos resolveram a questão (d) usando integral definida, enquanto outros também usaram o método criado por eles comparando os resultados, como mostra a transcrição do grupo GM12.

> E15: A questão d não é difícil, podemos resolver ela integrando a função. Se bem que o limite no eixo x passa um pouco de 0,8. Vamos considerar quanto?
> E16: Sim, ela passa um pouquinho do risquinho do valor de 0,8. Mas é muito pouco, não tem como saber quanto vale esse pouco.
> E15: Então consideramos os limites de 0 até 0,8?
> E16: Sim.
> E16: Quanto deu o resultado de vocês?
> E15: Deu 1,6416 u.a. Eu coloquei a integral em um programinha que tenho aqui para confirmar o resultado também e deu certo.
> E17: Eu não entendi, como vocês fizeram? (O estudante não se recordava como resolvida integral)
> E15: Nós podemos resolver dividindo a função por partes. Faz como cada termo da função sendo uma integral, entende? Por exemplo, para 0,2 dx, temos uma resultante de 0,2x, para 25x dx temos uma resultante de $25x^2/2$ e assim por diante. Aí no final, depois de integrarmos cada termo, substituímos os limites e somamos tudo para obter a área. Você também fez assim E16?
> E16: Sim, só pensei nessa possibilidade também.
> E17: Entendi, agora com você falando lembrei como faz.

Nessa metodologia, percebe-se a importância do trabalho em grupo, uma vez que se um estudante não compreende um questionamento, o outro colega consegue, na maioria das vezes, elucidar essa dúvida para prosseguirem na questão. Quando trabalham sozinhos, nem sempre possuem essa oportunidade e " [...] embora aprender seja um processo reflexivo e interno, os estudantes podem testar, explorar, modificar e, assim, desenvolver novas ideias pela interação com os outros alunos e com o professor (Van de Walle, 2009, p. 54)."

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

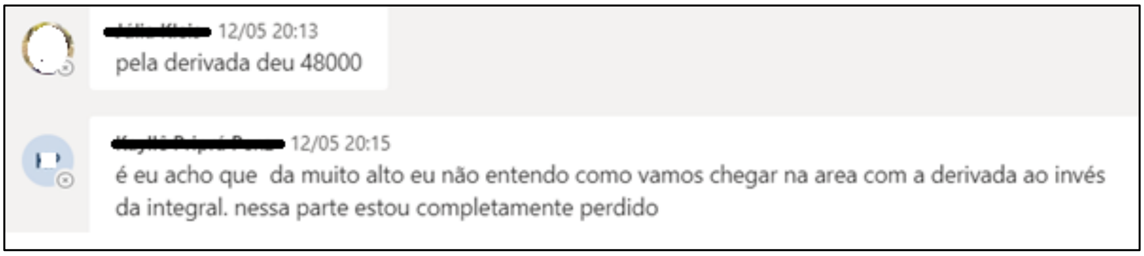
DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Nessa questão os estudantes apresentaram dúvidas conceituais, como: "[...] para obtermos a área dessa região precisamos integrar ou derivar?", conforme mostra a transcrição do grupo GN6.

> E31: Acho que precisamos integrar.
> E32: Eu estou procurando no caderno de Cálculo 2 o que precisamos fazer para obter a área de uma função.
> E33: Mas se for por integral, como vamos fazer se não temos os limites?
> E34: Mas acredito que não precisa ter limites;
> E33: Como não precisa de limites?
> E34: Você não se lembra que nas aulas de Cálculo começamos aprendendo integrais que não possuíam limites nelas? [O estudante se referiu às integrais indefinidas]
> E33: Mas a área é delimitada por um limite.
> E34: E como vamos achar esses limites?
> E33: Acredito que o limite seja de 0 até 0,8, olhando para o eixo x.
> E32: Acho que não, pois me parece que a linha da função não começa no zero.
> E33: E se nós derivássemos essa função várias vezes até chegarmos a um valor constante, esse não seria o valor da área?
> E34: Pode ser que sim, a gente já fez isso nas aulas de cálculo, em que precisávamos derivar várias vezes uma função, mas não lembro para que fazíamos isso.

Nesse momento, o E31 escreve no *chat* que, para ele, não ficou claro como chegar a um valor de área por meio de uma derivada, conforme transcrição na Figura 8.

Figura 8: Discussão na resolução da questão (d)



Fonte: Acervo de pesquisa

> E31: Eu também acho que deu um valor muito alto, será que é isso mesmo?
> E33: Pois é, também não tenho certeza se é desse modo que faz.

Assim, preferiram resolver essa questão por métodos numéricos, utilizando retângulos, por não terem certeza se o cálculo de área é realizado por meio de derivada ou integral (erros conceituais).

Na discussão da questão (e), os grupos também tentaram resolver usando integração definida e integração por partes, mas perceberam que não seria possível. Alguns grupos consultaram o caderno da disciplina de Cálculo 2, enquanto outros confirmaram suas conclusões em *softwares*. Ao constatar a impossibilidade de uma resolução analítica, os grupos retornavam para o método proposto na questão (b) e discutiam aspectos que não haviam verificado na abordagem inicial, como evidencia a fala de E15 do grupo GM12.

> E15: Exato, então podemos resolver do seguinte modo: a altura do trapézio seria a unidade mínima identificada no eixo x, de 0,1. Então teríamos, desse modo, 4 trapézios no total com essa altura. E para encontrarmos os valores das bases, teríamos que substituir o valor de x na função, aí encontramos os valores de y.

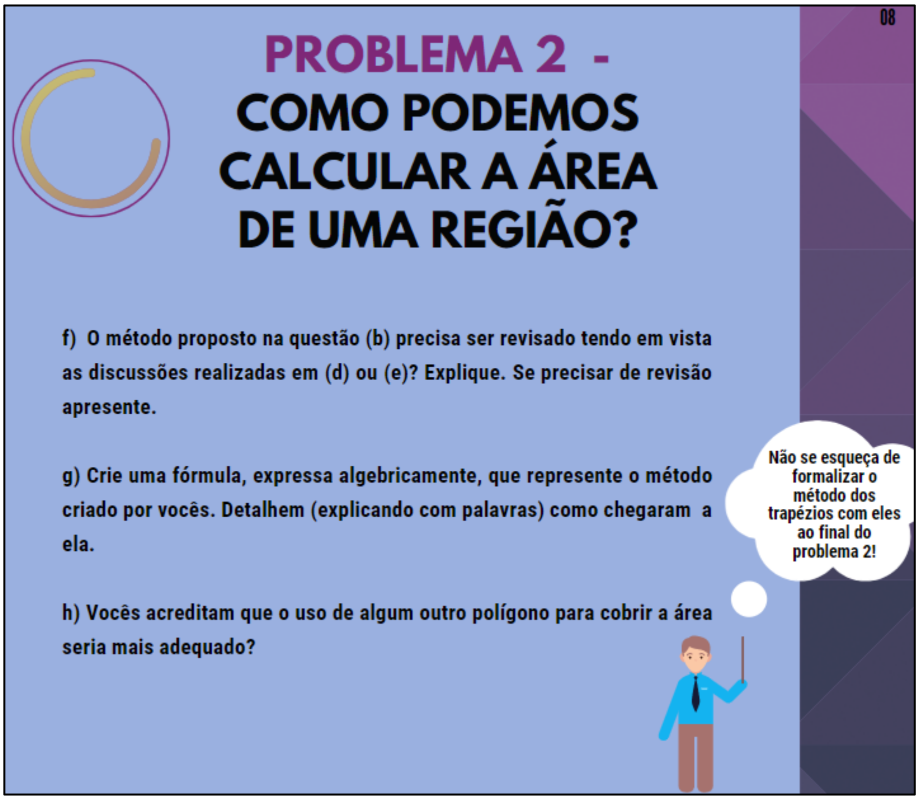
Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

O grupo GN2, em vez de substituir os valores de x na função para encontrar os valores de y, utilizou o GeoGebra para discussão e coleta de valores, ou seja, de maneira visual e gráfica, bem como na contagem dos quadrados contemplados na região. Nesse contexto, destaca-se que "[...] a abordagem visual tem demonstrado facilitar a formulação de conjecturas, refutações, explicações de resultados e sobre comportamentos dos objetos, dando espaço, portanto, à reflexão" (Allevato, Jahn, Onuchic, 2017, p. 250).

Na sequência, os grupos resolveram as questões (f) e (g), conforme apresentadas na Figura 9. A questão (h) foi adicionada a este problema após a sua aplicação.

Figura 9: Como podemos calcular a área de uma região? (parte 2 – questões (f), (g) e (h))



Fonte: Bertotti Junior (2021, p. 150)

Na questão (f), alguns grupos ficaram em dúvida sobre que tipo de revisão estava sendo solicitada, se era em relação à integral definida ou aos formatos geométricos usados, o que demanda uma reformulação dessa questão. Assim, a questão apresentada era: "f) O método proposto precisa ser revisado? Explique. Se precisar de revisão, apresente". Posteriormente, foi modificada para: "f) O método proposto na questão (b) precisa ser revisado tendo em vista as discussões realizadas em (d) ou (e)? Explique. Se precisar de revisão, apresente".

Na questão final (g), a generalização foi verificada por alguns grupos que utilizaram a linguagem usual em detrimento da algébrica para descrever suas conclusões, enquanto outros ainda indicaram o cálculo de integral definida como um método a ser utilizado. O grupo GM4 descreveu na discussão a generalização que foi usada por eles, na fala do estudante E5, e o grupo GN2, na fala do estudante E23:

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

> E5: Acredito que como temos vários trapézios dispostos na figura e todas as alturas são iguais, podemos colocar o h/2 em evidência, e então multiplicamos isso pela base maior e pela base menor de cada trapézio. Além disso, quando as bases se repetem, ou seja, uma base se torna a mesma para o outro trapézio, podemos rearranjar a equação para chegar na fórmula geral.
> E23: Isso, então podemos denominar a fórmula como sendo n os quadradinhos inteiros multiplicado pela área, e m vexes a área dividido por 2 como sendo os quadradinhos que não contemplavam a região regular da figura. Ou seja, temos $n \cdot a + \frac{m \cdot a}{2}$.

O grupo GN3 questionou o pesquisador se era necessário criar um método, uma vez que indicaram que a integral definida poderia ser usada tanto na questão (d) quanto na (e). Em sua intervenção, o pesquisador pediu para que tentassem calcular usando integral, e como conclusão, eles voltaram a revisar o que fizeram e construíram o método apresentado na Figura 10.

Figura 10: Resolução da questão (e) pelo GN3

Método: para determinar a área aproximada.

$$A_{Ta} = \left[\frac{(b_1 + B_1)h}{2}\right] + \left[\frac{(B_1 + B_2)h}{2}\right] + \cdots \left[\frac{(B_{n-1} + b_n)h}{2}\right]$$

Onde, obtemos:

$$A_{Ta} = \frac{h}{2}[b_1 + 2B_1 + 2B_2 + \cdots + B_{n-1} + b_n]$$

Onde A_{Ta} é a área total aproximada.

Fonte: Acervo de pesquisa

Nesse contexto, observa-se que o pesquisador não teve a necessidade de oferecer uma orientação pronta ao grupo, mas apenas estimular a reflexão e a discussão entre eles. Como destacam Pironel e Vallilo (2017, p. 293), "[...] a interação entre eles é de fundamental importância para a resolução do problema, o professor tem que manter, tanto quanto possível, uma aparente neutralidade intelectual para que sejam evitadas respostas diretas às questões dos estudantes".

Enfatiza-se que durante essa etapa da resolução, as gravações em áudio e vídeo das discussões entre as equipes se revelaram recursos valiosos para subsidiar a avaliação.

Na sequência, serão discutidas as etapas posteriores à resolução do problema.

Etapas após a resolução

É importante destacar que essa prática educativa foi dividida em duas partes, com a primeira abrangendo as questões de (a) até (c) e a segunda englobando as demais. Ao término de cada parte, foram conduzidas as etapas de plenária, busca de consenso e formalização. Essa segmentação revelou-se importante, pois manteve os estudantes engajados na busca por soluções e proporcionou um aprofundamento mais significativo durante as discussões. Apresentar o problema em uma única vez teria sido limitante devido ao tempo disponível. O Quadro 1 apresenta a quantidade de aulas dedicadas a esse problema.

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Quadro 1: Carga horária destinada ao problema

Atividades	*Turmas matutino e noturno*
Resolução da parte 1 (a até c)	2 horas-aula
Discussão e formalização da parte 1	1 hora-aula
Resolução da parte 2 (d até g)	3 horas-aula
Discussão e formalização da parte 2	2 horas-aula

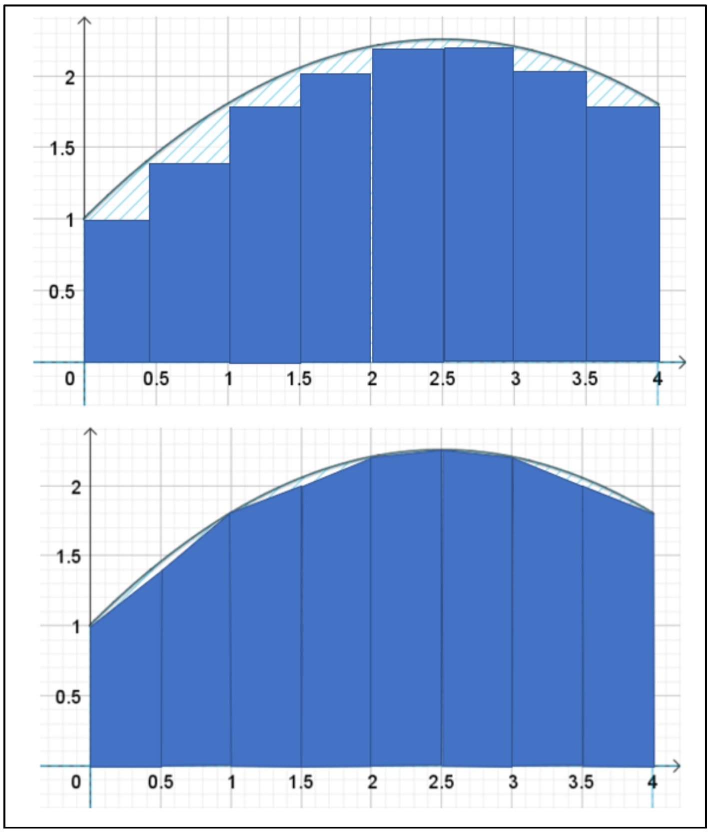
Fonte: Elaborado pelos autores

Nas etapas de plenária e busca de consenso, os grupos chegaram à conclusão de que o método dos trapézios foi mais eficaz do que o método dos retângulos. Durante a plenária, notou-se que os estudantes apresentaram registros que facilitaram a exposição de suas argumentações, como evidenciado na transcrição da apresentação do grupo GM4.

> E4: Ali na imagem do gráfico a gente preencheu com retângulos e em baixo com trapézios, visualmente a gente já consegue ver que os trapézios são melhores para preencher a área. Na letra A, a gente respondeu que seriam melhores os trapézios, pois existe um grau de maior liberdade para manipular as formas e preencher a área desejada.

Essa fala também pode ser evidenciada por meio da Figura 11.

Figura 11: Resolução do grupo GM4



Fonte: Acervo de pesquisa

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO UERJ

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

O grupo GM7 também apresentou cálculos para justificar sua resposta:

> E11: Fazendo os cálculos das áreas dos dois, a gente chegou à seguinte conclusão: que fazendo a área com trapézios é um pouco mais preciso do que com retângulos, porque ele se aproxima mais da linha, não perfeitamente, porque ainda fica uma margem de erro.

A fala apresentada pelo grupo pode ser visualizada na Figura 12.

Figura 12: Resolução do grupo GM7

❖ **Área usando retângulos:**

A_1 $= 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$ u.a **A_5**$= 2{,}2 \cdot 0{,}5 = 1{,}1$ u.a

A_2 $= 1{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}7$ u.a **A_6**$= 2{,}2 \cdot 0{,}5 = 1{,}1$ u.a

A_3 $=1{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}9$ u.a **A_7**$= 2{,}1 \cdot 0{,}5 = 1{,}05$ u.a

A_4 $= 2{,}1 \cdot 0{,}5 = 1{,}05$ u.a **A_8**$= 1{,}8 \cdot 0{,}5 = 0{,}9$ u.a

Área do retângulo:
A= base. altura

A_t $= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8$

A_t $= 7{,}3$ u.a

❖ **Área usando trapézios:**

$T_0= \frac{(1{,}48+1)}{2} 0{,}5 = 0{,}6u.a$ $T_1=\frac{(1{,}8+1{,}48)}{2} \cdot 0{,}5 = 0{,}82u.a$ $T_2=\frac{(2{,}1+1{,}8)}{2} \cdot 0{,}5 = 0{,}975u.a$

$T_3=\frac{(2{,}3+2{,}1)}{2} \cdot 0{,}5 = 1{,}1u.a$ $T_4=\frac{(2{,}4+2{,}3)}{2} \cdot 0{,}5 = 1{,}175u.a$ $T_5=\frac{(2{,}4+2{,}3)}{2} \cdot 0{,}5 = 1{,}175u.a$

$T_6=\frac{(2{,}3+2{,}1)}{2} \cdot 0{,}5 = 1{,}1u.a$ $T_7=\frac{(2{,}1+1{,}8)}{2} \cdot 0{,}5 = 0{,}975u.a$

A_t $= T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 + T_7$

A_t $= 7{,}94$ u.a

Área do trapézio:
$\mathbf{A}= \frac{(b+B)}{2} \cdot h$

R: O trapézio deve ser utilizado. Sua lateral inclinada faz com que exista menos área sem ser calculada, assim diminuindo a margem de erro e chegando mais proximamente do valor exato da área abaixo da curva.

Fonte: Acervo de pesquisa

O grupo GN2, que criou a fórmula $n \cdot a + \frac{m \cdot a}{2}$, também utilizou recursos visuais para defender suas ideias, conforme indicado na Figura 13.

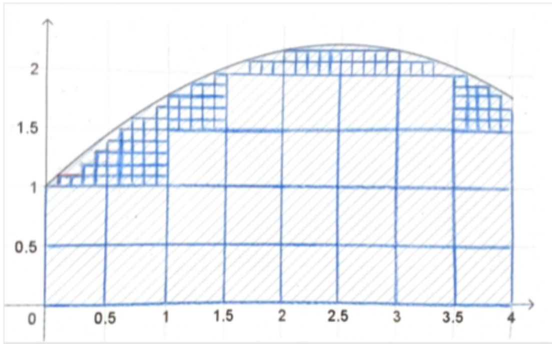
Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

UERJ
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Figura 13: Resolução do grupo GN2

a) Com as limitações de um desenho manual, o grupo decidiu usar como tamanho mínimo os quadrados da malha quadriculada, que estava impressa ao fundo da figura.



Desse modo, obtivemos as seguintes medidas:

- Cada quadrado possui 0.01µ.m. área;
- Foram criados 26 conjuntos de 25 quadrados cada;
- Foram contados individualmente os quadrados que estavam próximos a curva;
- Contabilizamos, assim, 749 quadrados que, combinados, geram uma área equivalente a 7,49 µ.m.

Fonte: Acervo de pesquisa

É possível observar, a partir das produções escritas dos grupos, que eles se empenharam em defender suas ideias e justificar suas soluções, empregando recursos computacionais para efetuar cálculos, criar imagens e outros registros que sustentaram a discussão durante a plenária. Van de Walle (2009, p. 108) destaca a relevância desse procedimento:

> Quando os estudantes escrevem, eles podem primeiro parar e pensar. Eles podem incorporar desenhos e simbolismos para ajudar a transmitir suas ideias. Eles podem pesquisar uma ideia ou rever um trabalho relacionado para ajudar a reunir ideias. Todo esse processo forma um pensamento reflexivo muito poderoso e deliberado.

Como encerramento dessa primeira etapa da plenária, durante a formalização, discutiu-se o tipo de trapézio mais eficiente, chegando à conclusão de que seria adequado utilizar trapézios retângulos, com a altura mantida como um valor constante determinado no eixo das abcissas. Vale ressaltar que, nesse caso, a base menor e a base maior nem sempre estão na mesma posição, podendo a base menor estar à direita e a maior à esquerda, dependendo da inclinação da curva.

Após a formalização da primeira parte do problema, a segunda parte acabou se constituindo como a proposição de um novo problema, que teve como intuito a validação e generalização do método. Na etapa da plenária, a partir da Figura 14, é possível verificar que o grupo GN3 aponta na sua solução a relação entre integral definida e numérica como possibilidades de resolução da questão (d).

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Figura 14: Resolução do grupo GN3

Podemos usar a fórmula do trapézio em cada subintervalo e por fim somarmos todas as áreas obtidas para a aproximar a área total.
Vejamos:

$$f(x) = 0{,}2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

$$\int_0^{0{,}8} 400x^5 - 900x^4 + 675x^3 - 200x^2 + 25x + 0{,}2$$

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{0{,}8-0}{8} = 0{,}1$$

	X_1 (b_1)	X_2 (B_1)	X_3 (B_2)	X_4 (B_3)	X_5 (B_4)	X_6 (B_5)	X_7 (B_6)	X_8 (b_{n-1})	X_9 (b_n)
X	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
f(x)	0,2	1,289	1,288	1.607	2,456	3,325	3,464	2,363	0,232

$$A_{Ta} = \frac{h}{2}[b_1 + 2(B_1 + B_2 + B_3) + \cdots + B_{n-1} + b_n]$$

$$I_T = A = \frac{0{,}1}{2}[0{,}2 + 2(1{,}289 + 1{,}288 + 1{,}607 + 2{,}456 + 3{,}325 + 3{,}464 + 2{,}363) + 0{,}232]$$

$$I_T = A = \frac{0{,}1}{2}[0{,}2 + 2(15{,}792) + 0{,}232]$$

$$I_T = A = \frac{0{,}1}{2}[0{,}2 + 31{,}584 + 0{,}232]$$

$$I_T = A = \frac{0{,}1}{2}[31.584{,}432]$$

Fonte: Acervo de pesquisa

Analisando a Figura 14, observam-se alguns equívocos de notação, tanto na integral definida quanto na fórmula do método dos trapézios proposta pela equipe. Esses erros, presentes também nas falas dos estudantes, não foram questionados pelas demais equipes e tampouco foram destacados pela professora ou pelo pesquisador durante a plenária. A correção adequada da nomenclatura foi registrada na devolutiva do registro fornecido ao grupo e no momento da formalização do conteúdo, uma vez que se prioriza a construção de ideias e a compreensão em detrimento de termos, definições ou simbolismo que são incorporados após a construção dos significados. Nesse sentido, corroboram as ideias de Schoenfeld (2016, p. 2, tradução nossa):

> A matemática é um conteúdo vivo que busca compreender os padrões que permeiam o mundo ao nosso redor e a mente dentro de nós. Embora a linguagem da matemática seja baseada em regras que devem ser aprendidas, é importante para a motivação os alunos irem além das regras para serem capazes de expressar coisas na linguagem da matemática. Essa transformação sugere mudanças tanto no conteúdo curricular quanto no estilo de ensino.

Além disso, é importante ressaltar que esses equívocos de simbolismo também servem como evidências de que as ideias são genuínas, originadas das discussões e construções do grupo, uma vez que, quando reproduzidas a partir de livros ou outras fontes de consulta, dificilmente essas falhas ocorrem.

Como formalização da segunda parte, foi apresentada a representação convencional do método dos trapézios, baseando-se nas fórmulas propostas pelos grupos, tanto na linguagem usual quanto na forma algébrica.

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO UERJ

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando o propósito desta pesquisa, que visa analisar as implicações da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas, no contexto das aulas de cálculo numérico, destaca-se o alcance de potenciais benefícios. Os resultados evidenciam a autonomia dos estudantes na busca e construção do conhecimento, refletida nas resoluções, participação na plenária e observações sistemáticas dos pesquisadores.

A pesquisa proporcionou uma oportunidade para os estudantes investigarem e resolverem um problema, contribuindo para a generalização do método dos trapézios, fundamental na Engenharia, mostrando que o problema gerador foi o ponto de partida para a aprendizagem matemática.

Além disso, o trabalho colaborativo em grupo emergiu como uma constante, evidenciado pelos registros de áudio e vídeo, bem como pela interação durante a socialização dos resultados. Essa abordagem, ressaltando a cooperação e a colaboração, é crucial e merece estímulo nas salas de aula, pois proporciona um ambiente propício para discussão, debate e desenvolvimento do raciocínio sob diferentes perspectivas.

No enfrentamento de possíveis obstáculos, é vital que o professor demonstre confiança, encorajando os estudantes a refletirem sobre suas interpretações sem receio de errar, pois todo o processo é discutido, debatido, consensado e formalizado, promovendo a conscientização dos pontos de êxito e desafios ao longo do percurso.

Apesar das dificuldades, como a falta de microfone em alguns *notebooks* e o desafio de acompanhamento simultâneo pelos pesquisadores, os estudantes conseguiram construir os conceitos necessários para a resolução do problema.

Como sugestão para futuras pesquisas, recomenda-se o incentivo e desenvolvimento de outras práticas educativas no campo da resolução de problemas para estudantes de Engenharia, considerando a escassez de estudos nesse contexto. Isso contribuiria para a ampliação do conhecimento e aprimoramento das estratégias pedagógicas.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; JAHN, Ana Paula; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O computador no ensino e aprendizagem de Matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas. *In*: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio. (Org.). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 247-278.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? *In:* ONUCHIC, Lourdes de la Rosa *et al.* (Org.). *Resolução de Problemas:* Teoria e Prática. E-book. 2 ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021, p. 37-57.

BERTOTTI JUNIOR, Vilmar Ibanor. *A Resolução de Problemas como proposta de abordagem do conteúdo de integração numérica em aulas de cálculo numérico na Educação Superior*: uma prática educativa realizada em contexto de ensino remoto. 2021. 258f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau. Blumenau.

BERTOTTI JUNIOR, Vilmar Ibanor; POSSAMAI, Janaína Poffo. Resolução de Problemas: reflexões de uma prática realizada com o uso de tecnologias digitais da informação e comunicação em aulas remotas no ensino superior. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 485-

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO UERJ

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

511, 2020. Disponível em https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p485-511. Acesso em 15 dez. 2023.

CAI, Jinfa; LESTER, Frank. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? Tradução de Antonio Sergio Abrahão Monteiro Bastos e Norma Suely Gomes Allevato. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 60, p. 147-162, jan./jun. 2012.

HOFFMANN, Jussara. *Avaliação Mediadora*: uma prática em construção da pré-escola à universidade. 35 ed. Porto Alegre: Mediação, 2019. 192 p.

KAUARK, Fabiana da Silva; MANHÃES, Fernanda Castro; MEDEIROS, Carlos Henrique. *Metodologia da Pesquisa*: Um guia prático. Itabuna: Via Litterarum, 2010. 86 p.

NCTM. *An Agenda for Action*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.73-98, dez. 2011. Disponível em https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739. Acesso em 20 dez. 2023.

PIRONEL, Márcio; VALLILO, Sabrina Aparecida Martins. O papel da Avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. *In:* ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio (Org.). *Perspectivas para Resolução de Problemas***.** São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 279-304.

SCHOENFELD, Alan H. Heurísticas na sala de aula. *In:* KRULIN, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Editora Atual, 1997, p. 13-31.

SCHROEDER, Thomas L.; LESTER JUNIOR, Frank K. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In*: TRAFTON, Paul R.; SHULTE, Albert P. (Org.). *New directions for elementary school mathematics*. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005. Disponível em https://www.scielo.br/j/ep/a/3DkbXnqBQqyq5bV4TCL9NSH/?format=pdf&lang=pt. Acesso em 20 dez. 2023.

VAN DE WALLE, John A. *Matemática no Ensino Fundamental*: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584 p.

Submetido em janeiro de 2024
Aprovado em setembro de 2024

Revista teias
ProPEd/Uerj | e-ISSN: 1982-0305 | ISSN: 1518-5370

DOI: 10.12957/teias.2025.81518
e81518

Informações das autoras

Vilmar Ibanor Bertotti Junior
Instituto Federal Catarinense – IFC
E-mail: vbt.junior@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0046-2486
Link Lattes: http://lattes.cnpq.br/4352426456934726

Janaína Poffo Possamai
Universidade Regional de Blumenau – FURB
E-mail: janainap@furb.br
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3131-9316
Link Lattes: http://lattes.cnpq.br/9011361495097968