
CONVICÇÃO, RACIONALIDADE, CONHECIMENTO MÚTUO E PARADOXOS: INSTRUMENTOS PROSPECTIVOS NA TEORIA CONTÁBIL

Luiz da Costa Laurencel

Doutor em Engenharia de Produção –COPPE/UFRJ

Professor do Mestrado em Ciências Contábeis da UERJ

Professor Associado da UFF

E-mail: lloaurenc.ntg@terra.com.br

RESUMO

O objetivo primordial do trabalho é uma revisão, *lato sensu*, de idéias comuns tanto à teoria da decisão, como à inteligência artificial, relevantes no contexto da teoria contábil em geral. Da enorme literatura sobre o assunto, adaptam-se três estórias que servem de fio condutor para o estudo dos tópicos de *convicção, da revisão de convicção, da racionalidade, do conhecimento mútuo e do paradoxo*. Para cada um deles faz-se um resumo e apontam-se possíveis linhas de pesquisa. A abordagem é iconoclasta, sendo nosso objetivo utilizar o trabalho como instrumento para futuras discussões.

Palabras-chave: Convicção, Revisão de Convicção, Racionalidade, Conhecimento Mútuo e Paradoxo.

ABSTRACT

The main objective of this paper is a revision, lato sensu, of common ideas from decision theory and artificial intelligence with a certain importance to accounting theory in general. From the huge subject literature, three stories are adapted to drive the reader to the study of belief, belief revision, common knowledge and paradox. For each of these subjects a resume is made and some research lines are presented. The approach is iconoclast, the principal objective of the paper been to serve as an instrument for future discussions.

Keywords: Belief, Belief Revision, Common Knowledge and Paradox.

1. INTRODUÇÃO

O conjunto de ferramentas ao alcance do analista da teoria contábil se torna cada vez mais amplo. Da partida dupla, fruto da genialidade de um Lucas Pacioli, chega-se aos pícaros da aplicação interdisciplinar na contabilidade. Na atual realidade contábil, são as idéias de Mattessich, Ijiri, Fentham, Demski e outros, que tornam o contexto um agregado coeso. Contudo, o questionamento continua a excitar os pesquisadores. Positivista? Normativa ou prescritiva? Aproximativa ou difusa? Com expectativas? O objetivo deste artigo é duplo: trazer a lume questões escondidas no arcabouço da teoria da decisão e da inteligência artificial e, concomitantemente, lançar a centelha da parceria (possível?) com a teoria contábil. Isto significa ter uma postura iconoclasta, desobedecendo (em termos!) os cânones mais ortodoxos da literatura científica, mas colocando em relevo alguns pontos que o autor considera importantes. Nossa preferência recai sobre os conceitos de *Convicção*, *Racionalidade*, *Conhecimento Mútuo e Paradoxos*, ou melhor, a busca de instrumentos prospectivos no conhecimento contábil. Ousando, almeja-se uma síntese.

De modo a tornar a leitura menos árdua, utilizam-se três estórias adaptadas da literatura, as quais servem como fio condutor da problemática a ser evidenciada. Apesar de a bibliografia ser ampla, não é localizada. Foi proposital. É opinião do autor que, apesar dos mais de vinte anos decorridos desde o impulso inicial, não há, ainda, uma organicidade ampla capaz de dar conta da dinâmica do processo, com os novos umbrais surgindo em quantidade avassaladora. Estamos apresentando a ponta do iceberg. *Have a nice trip!*

2. CONVICÇÕES

Popeye atua como auditor interno em uma empresa de cabotagem. Sabe que, em geral, o empresário considera a contabilidade como um instrumento de gestão e administração do lucro, preocupado com a apuração dos resultados e dos impostos a pagar. Conhece a distinção entre notas fiscais, que caracterizam entradas ou saídas efetivas de mercadorias e produtos (devidamente discriminadas e gerando os efeitos que lhe são inerentes: físicos, econômicos e financeiros ou legais e fiscais) e “notas frias”. Tem conhecimento que o amplo espectro de situações possíveis de compra e venda na empresa (as quais, sem dúvida, se tornam prováveis) gera um conjunto de instrumentos de controle e gerenciamento de diferentes configurações. Isto acarreta no controle diferenciado do estoque (pois há um registro contábil que pode não ser a verdadeira representação do que está estocado) levando, por sua vez, à correta alocação dos recursos financeiros, com a dicotomia de valor real versus contábil voltando a ocorrer. Em uma auditoria de rotina, considera que as contas a receber e a pagar representam fielmente a realidade. De modo a garantir seu posicionamento, convida um colega auditor a analisar os dados, recebendo pleno aval por seu informe. Algum tempo depois, em uma inspeção casual no estoque, observa que a contagem física difere radicalmente de seu registro contábil. Em virtude desta inconsistência, Popeye foi obrigado a revisar sua convicção. Não podia recusar o fato de as mercadorias não estarem presentes. Levou em consideração a possibilidade de haver esquecido seus óculos e ter se equivocado em função de seu astigmatismo, porém logo descartou a idéia, lembrando que agora usava lentes de contato. Portanto, em virtude da confiança no que havia aprendido no curso de contabilidade, mais do que em seu conhecimento da “lei de Gerson” – levar vantagem em tudo – aceitou que as notas eram realmente falsas. Convenceu-se de que seu colega mentira e passou a acreditar que havia um conluio na firma, apesar de não ter absoluta certeza.

Esta estória é um exemplo de uma *revisão de convicção*, decorrente de alguma forma de informação (no caso, a nota fria), a qual contradiz aquilo que um indivíduo acreditava. Antes da descoberta do engodo, Popeye estava plenamente convencido de que a nota era legítima; aceitava o fato, não como provável, mas sim como *conhecimento*. Observa-se que a revisão não apenas modifica sua

atitude epistemológica em relação ao posicionamento, em relação ao caráter da nota, e também opera mutações em outras convicções distintas.

A revisão de convicção de Popeye é, sem dúvida, *racional*. Todavia, caso houvesse evitado a inconsistência, negando a mácula na nota, ou, afirmando que seu conhecimento de contabilidade estava equivocado, almeçaria ouvir argumentos racionais, reforçadores, antes de aceitar a racionalidade.

A forma de revisão de convicção apresentada na estória é diferente do que ocorre quando Popeye observa ou apreende algo consistente com suas convicções correntes – o que ocorre, por exemplo, quando descobre que seu saldo na conta-corrente bancária é nulo. Uma mutação, com este caráter, é denotada *expansão*, pois há uma adição da nova convicção, com as conseqüências decorrentes dos antigos estados de convicção, sem qualquer tentativa de eliminar convicções conflitantes.

Em um contexto filosófico, já é possível delinear alguns questionamentos da problemática a ser evidenciada. O que garante a racionalidade de uma revisão de convicção ou de uma expansão? Quais regras lógicas, ou não lógicas, determinam revisões de convicção racionais? Haverá alguma relação entre os estados epistemológicos e a tomada de decisão? Será possível programar, em um computador, modelos apropriados de estados epistemológicos e das mutações de tais estados?

Vamos continuar um pouco mais a estória. A relação entre Popeye e Olívia está em crise. Popeye pondera sobre o que teria ocorrido se o casamento não tivesse se realizado e Brutus tivesse tido a primazia. O problema de interesse para Popeye é decidir quais, entre suas convicções correntes, são decorrência de haver desposado Olívia e quais são imanentes, independentes do fato. Popeye tem certeza de que não moraria em seu apartamento em Botafogo e que teria que arrumar a casa por conta própria. Acredita que teria continuado sua vida como contador, porém longe da marinha mercante. Poderia ter se casado com outra mulher ou continuado solteiro. Questiona-se quanto à possibilidade de não ter a “barriguinha” que o consumo de cerveja lhe deixou. Provavelmente, teria adquirido o bom hábito em relação à bebida que possui hoje e teria mantido o costume de comer espinafre.

Nesta situação, Popeye realiza uma forma distinta de mutação epistemológica: uma *contração*. Retrata a informação de haver casado com Olívia e busca encontrar quais convicções foram abandonadas, como conseqüência desta retração, e as que se mantiveram. Novamente, o estado epistemológico resultante tem que possuir coerência.

Através do estudo das revisões, expansões, contrações e de outras formas de mutação de convicções, é possível obter um *critério de racionalidade* para as mudanças. Objetiva-se, pois, a análise de um arcabouço teórico capaz de modelar a dinâmica das convicções e explicar o fluxo de conhecimento que lhe é subjacente. O cerne da problemática se funda nos princípios de racionalidade, que determinam mutações epistemológicas de diferentes configurações. Tais princípios devem ser formulados em um contexto epistemológico geral, capaz de abarcar, entre vários conceitos, *modelos de estados epistemológicos* e uma *taxonomia de mutações epistemológicas*. Tal modelagem deve permitir a implementação computacional através de modelos proposicionais e probabilísticos. Este é o projeto de pesquisa *a la Lakatos* de Peter Gardenfors.

Considere, agora, que Popeye tenha ficado intrigado com a situação das notas e resolva desenvolver um equipamento automático capaz de identificar se a nota é, ou não, fria. Após alguma elucubração, obtém um analisador de notas fiscais que, em 70% das situações, fornece resultados com coerência e justificáveis, porém, em 30% fornece resultados viesados. Obviamente, quando da ocorrência de vício, não há correlação com o diagnóstico. É possível abordar o problema através de um *dicionário de discernimento* ou universo de discurso θ com três conjuntos distintos: *diagnóstico*, onde Mer caracteriza a existência de mercadoria no estoque (isto é, nota verdadeira) e NMer, a não existência de mercadoria (nota fria); *resultado*, onde IMer indica haver mercadoria e NIMer o contrário e, *precisão*, que avalia o quantum

de vício, com Vic explicitando que houve viés e seu complementar NVic. O produto cartesiano dos três conjuntos é denotado Ω .

O equipamento é posto a operar e o resultado é IMer. O que é possível inferir da pertinência ou não da mercadoria no estoque? Para responder a tal questionamento, vai-se inserir a problemática no contexto da teoria clássica de probabilidades.

2.1 Arcabouço probabilístico

O conhecimento corrente é representável por uma distribuição de probabilidades 2^Ω . Associa-se aos eventos de Ω a condição de aditividade usual. A atualização é decorrente da aplicação da regra de Bayes. Tem-se que o resultado do experimento é IMer. O objetivo é determinar $\Pr(\text{Mer})$ sabendo que IMer ocorreu, isto é, $\Pr(\text{Mer} | \text{IMer})$. As seguintes propriedades são válidas: (i) $\Pr(A | B) = \sum_i \Pr(A | B \cap C_i)$ é uma partição do espaço amostral; (ii) o diagnóstico tem veracidade garantida quando não há viés, isto é, $\Pr(\text{Mer} | \text{IMer} \cap \text{NVic}) = \Pr(\text{NMer} | \text{NIMer} \cap \text{NVic}) = 1$; (iii) o resultado do diagnóstico, quando há vício, não possui relação com a existência de mercadoria, $\Pr(\text{Mer} | \text{IMer} \cap \text{Vic}) = \Pr(\text{Mer})$ e (iv) $\Pr(\text{IMer} | \text{NVic}) = \Pr(\text{Mer})$, pois quando não há vício, Popeye obtém o resultado correto relativo ao diagnóstico. Logo,

$$\Pr(\text{Mer} | \text{IMer}) = \Pr(\text{Mer} | \text{IMer} \cap \text{NVic}) \times \Pr(\text{NVic} | \text{IMer}) + \Pr(\text{Mer} | \text{IMer} \cap \text{Vic}) \times \Pr(\text{Vic} | \text{IMer}) =$$

$$= 1 \times \frac{\Pr(\text{IMer} | \text{NVic}) \times \Pr(\text{NVic})}{\Pr(\text{IMer})} + \Pr(\text{Mer}) \times \frac{\Pr(\text{IMer} | \text{Vic}) \times \Pr(\text{Vic})}{\Pr(\text{IMer})} =$$

$$= \frac{0,7 \times \Pr(\text{Mer}) + 0,3 \times \Pr(\text{Mer}) \times \Pr(\text{IMer} | \text{Vic})}{\Pr(\text{IMer})} =$$

$$= \frac{\Pr(\text{Mer}) \times [0,7 + 0,3 \Pr(\text{IMer} | \text{Vic})]}{\Pr(\text{IMer} | \text{NVic}) \times \Pr(\text{NVic}) + \Pr(\text{IMer} | \text{Vic}) \times \Pr(\text{Vic})} = \frac{\Pr(\text{Mer}) \times [0,7 + 0,3 \Pr(\text{IMer} | \text{Vic})]}{0,7 \times \Pr(\text{Mer}) + 0,3 \times \Pr(\text{IMer} | \text{Vic})}$$

Para encontrar o resultado final, é necessário conhecer a probabilidade *a priori* $\Pr(\text{Mer})$ e a condicional $\Pr(\text{IMer} | \text{Vic})$, indicação de mercadoria com ocorrência de vício. De modo a dar continuidade ao processo, um decisor tem que arbitrar valores para tais probabilidades ou conhecer os valores reais. Como agir?

2.2 Contexto do modelo de probabilidades inferior e superior (PIS)

Agora, vai-se considerar o conjunto de distribuições de probabilidades induzidas pelos diferentes valores que as probabilidades desconhecidas podem assumir. Tem-se $L_{\text{inf}}(W) = \inf \Pr_i(W)$ e $L_{\text{sup}}(W) = \sup \Pr_i(W)$. Do resultado anterior, $\Pr(\text{IMer} | \text{Vic}) = \alpha$ e $\Pr(\text{Mer}) = \beta$, $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$, com $L_{\text{inf}}(\text{Mer} | \text{IMer}) = \inf_{(\alpha, \beta) \in (0,1)^2} \Pr(\text{Mer} | \text{IMer}) = 0$ e $L_{\text{sup}}(\text{Mer} | \text{IMer}) = \sup_{(\alpha, \beta) \in (0,1)^2} \Pr(\text{Mer} | \text{IMer}) = 1$. Como o grau de liberdade inerente ao problema é amplo, a ignorância permanece. Caso ao menos a

probabilidade *a priori* α fosse conhecida, teríamos

$$L_{\text{inf}}(\text{Mer} \mid \text{IMer}) = \inf_{\alpha \in (0,1)} \Pr(\text{Mer} \mid \text{IMer}) = \frac{\beta}{0,7\alpha + 0,3}$$

Para escapar do solipsismo do estado de total ignorância, é necessário conhecer $\Pr(\text{Mer})$, o que de nenhum modo esgota as inúmeras possibilidades de solução. Isto nos remete ao modelo de Dempster-Shafer.

2.3 Surgimento das idéias de Dempster

A chave está em raciocinar unicamente em termos da informação factível. No contexto do problema de Popeye, havia uma premissa específica, cujo cômputo probabilístico implicava no conhecimento *a fortiori* de outras probabilidades (ou melhor, da dependência exógena na representação contábil). Vai-se considerar uma situação específica do PIS em que as probabilidades são perfeitamente representáveis em um espaço Z e, para cada $z \in Z$, a determinação do conjunto de eventos compatíveis em Ω é viável. Note que, no experimento, é possível construir um espaço de probabilidade para a variável precisão, com as probabilidades de Vic e do complementar NVic bem definidas. Caso se tenha conhecimento de que o diagnóstico é honesto, resulta que (Mer, NIMer, NVic) não é válida em Ω . O mesmo vale para (NMer, IMer, NVic). Logo, é possível explicitar, para cada componente de $Z = \{\text{precisão}\}$, o conjunto de eventos viáveis de Ω , o que resulta em uma correspondência (uma aplicação multivalorada) Γ de Z em Ω . Em virtude da existência da correspondência, Dempster define $L_{\text{inf}}(W \in \Omega) = \sum_{z \in Z: \Gamma(z) \subset W} \Pr(z)$ e $L_{\text{sup}}(W \in \Omega) = \sum_{z \in Z: \Gamma(z) \cap W \neq \emptyset} \Pr(z)$ que são medidas de probabilidades válidas. Em

uma interpretação informal, é possível considerar a probabilidade inferior como o somatório de todos os eventos de Z para os quais todos os eventos compatíveis se encontram em W . Resulta uma implicação: se $z \in Z$ tem compatibilidade apenas com eventos em W , conhecer z significa conhecer W . A probabilidade superior é o complementar; se $z \in Z$ não tem compatibilidade com W , fica difícil reconhecê-lo. Se z tem ao menos um evento compatível em W , conhecer z pode implicar em conhecer W . Então, a probabilidade superior é a probabilidade inferior acrescida da possibilidade de os componentes em Z permitirem um reconhecimento parcial.

Como atualizar o procedimento se, no experimento, o aprendizado ocorre para IMer? O mecanismo é uma interseção do espaço amostral com a nova evidência Z inalterada. Continuando com o exemplo, é possível retirar os componentes não compatíveis com IMer, gerando nova correspondência. Vale ressaltar que a não atualização de $Z = \{\text{precisão}\}$ é o ponto fraco da metodologia de Dempster, como mostra Levi (1983), resultando em hipóteses não coerentes.

2.4 Enfoque de Shafer

Definitivos nos modelos de cunho Dempster-Shafer são a descrição do conhecimento corrente em espaços de características bem definidas e o relacionamento do universo de discurso, via proposições, com a estrutura dos espaços considerados. Relembrando: L_{inf} dá suporte pleno ao conjunto de hipóteses; já L_{sup} fornece apenas o suporte parcial.

Uma função m de 2^Ω em $[0,1]$ é denotada como *alocação probabilística primordial* se as condições $m(\emptyset) = 0$ e $\sum_{W \subseteq \theta} m(W) = 1$ prevalecem; $m(W)$ representa a coerção de alguma *evidência* – é o grau de *convicção* na proposição caracterizada por W . Uma função *Bel* é uma *função de convicção* se

satisfaz as condições $Bel(\emptyset) = 0$, $Bel(\theta) = 1$ e $Bel\left(\bigcup_{i=1}^n W_i\right) \geq \sum_{I \subseteq \{1, \dots, n\}, I \neq \emptyset} (-1)^{|I|+1} Bel\left(\bigcap_{i \in I} W_i\right)$, W_i subconjuntos de θ . Através da proposição representada por tais subconjuntos, a função de convicção aloca, aos mesmos, a medida (o grau) de nossa total convicção. A cada função de convicção corresponde uma e somente uma alocação probabilística primordial e vice versa, gerando as relações $Bel(W) = \sum_{Q \subseteq W} m(Q)$ para todo $W \subseteq \theta$ e $m(W) = \sum_{Q \subseteq W} (-1)^{|W-Q|} Bel(Q)$. A mesma informação pode ser obtida da função Mut de 2^θ em $[0,1]$, denotada como *função mutualidade* (ou de comunalidade), $Mut(W) = \sum_{W \subseteq Q} m(Q)$, ou da *função dúvida*, com $Duv(W) = Bel(\text{não } W)$ e da *função de probabilidade superior* $P^*(W) = 1 - Duv(W)$, a qual mostra o quanto se deve ter de convicção em W de modo que um amplo espectro de observações desconhecidas sirva como suporte para a proposição W . Portanto, a *verdadeira convicção* na proposição W deve se situar no intervalo entre $Bel(W)$ e $P^*(W)$.

Glenn Shafer não eliminou as limitações do enfoque de A. P. Dempster; muitas das idéias consideradas estão também presentes no escopo de Philippe Smets, o qual será agora apresentado.

2.5 O Modelo de Transferência de Convicção de Smets

O modelo de transferência de convicção (MTC) de Smets não assume, como Shafer, qualquer distribuição de probabilidade em Ω . O MTC não tem caráter probabilístico, sendo de cunho hierárquico, com um nível de *credibilidade* – no qual as convicções são forjadas, atualizadas e combinadas (combinação de *evidências* da teoria Dempster-Shafer) – e um nível de *maturação*, no qual a tomada de decisão é imputada. Está vinculado ao conceito de *função acumulada de convicções fundamentais*, com a acumulação sendo uma argamassa, um conjunto finito de suporte para um determinado grupo de premissas no universo de discurso; vale ressaltar que $m(W)$ só dá suporte para $W \subseteq \theta$ e não satisfaz a propriedade de aditividade: $m(W \cup Q) \neq m(W) + m(Q)$. Como obter os valores de massa? Realizando apostas comportamentais e alterando o dicionário de discernimento; em algumas situações prevalece a subjetividade, nada inviabilizando a fusão com enfoques bayesiano, possibilístico e difuso. Quando se considera que W só possui um suporte parcial, o qual não prevalece para $\text{não}W$, resulta a *função de plausibilidade*, $Plau(W) = 1 - Bel(\text{não}W)$ (análoga a $P^*(W)$ mas sem o caráter presente em Dempster-Shafer). A *função de ignorância* fica definida pela diferença entre $Plau(W)$ e $Bel(W)$, expressa por $Igno(W)$. As funções $Mut(W)$ e $Duv(W)$ fazem parte do MTC. As funções $Bel(W)$, $Plau(W)$, $Mut(W)$ e $m(W)$ são funções duais. O vínculo entre as mesmas ocorre através da transformação de Moebius.

Considere que há suporte suficiente para W , de modo que existe $m(W)$. Manuseando o dicionário de discernimento θ (um banco de dados no qual se almeja realizar uma prospecção de dados com um conjunto de regras previamente determinadas), observa-se que as premissas $Q \subseteq \theta$ não prevalecem. Portanto, a argamassa que satisfaz W agora deve suportar $W \cap \text{não}Q$, resultando $m(W \cap \text{não}Q)$. Olhando para $Igno(W)$ não fica caracterizado quais transferências podem influir sobre as premissas de W ou de $\text{não}W$ (no surgimento de novas evidências). Logo, resulta um *condicionamento*, situação peculiar de um *processo de combinação*. Existem inúmeras regras para combinação. A regra de Dempster-Shafer define a

adição ortogonal $m = m_1 \oplus m_2 = \sum_{R \cap Q = W} m(R) \times m(Q) = m(W)$ e o conflito $Con_{12} = \sum_{R \cap Q \neq W} m(R) \times m(Q)$ e é comutativa e associativa, gerando um potencial estável.

Do que foi exposto deduz-se que existem diferentes abordagens capazes de representar inferências em relação à incerteza: das relações de plausibilidade alcançam-se às funções de convicção de Dempster-Shafer, relações qualitativas de probabilidade, funções de posicionamento, funções de possibilidade ou o escopo difuso. A teoria de probabilidade, a lógica e a inteligência artificial fornecem o embasamento para que a *teoria das convicções e da revisão de convicções* seja, cada vez mais, um tópico essencial no vínculo com a teoria contábil, quer em uma nova reflexão quanto à tomada de decisão, como em aspectos mais pontuais como a análise de carteiras de investimento, auditorias, fraudes e falências, assim como na confiabilidade de sistemas de informação.

O impulso inicial ocorre em Srivastava e Shafer (1992, 1994), com Srivastava (1995, 1996, 1997) e Srivastava e Mock (1999) viabilizando o tema como linha de pesquisa na University of Kansas. Em Srivastava e Mock (2002) ocorre a consolidação das idéias apresentadas com a ampliação do espectro de aplicações, agora denotado *convicção em decisões de negócios*.

3. RACIONALIDADE E CONHECIMENTO MÚTUO

Vamos, agora, operar com o conceito de conhecimento sobre um fato, ou melhor, conhecimento vinculado à *verdade* de uma proposição. Sem dúvida, os conceitos de conhecimento e de convicção estão relacionados. Se um indivíduo acredita que uma proposição é verdadeira, isto não significa que ela o seja. Os indivíduos podem manter falsas convicções, mas não conhecimento falso.

Como o conhecimento sobre uma proposição por um indivíduo é também uma proposição, é possível considerar o conhecimento de um indivíduo, denotado i , sobre o conhecimento de outro, denotado j , em relação a uma proposição. Este procedimento pode ser repetido iterativamente, inúmeras vezes. Logo, se considerarmos um amplo número de indivíduos, é possível afirmar que uma proposição é conhecida por tais indivíduos, ao nível m , se “todos sabem que (todos sabem que) ^{$m-1$} a proposição é verdadeira”. Ou melhor, “todos sabem que” aparece concomitantemente m vezes. De modo análogo, define-se o *conhecimento mútuo* de uma proposição como o conhecimento da proposição ao nível m , para todo m . Isto é, uma proposição é conhecimento mútuo se todos a conhecem, todos conhecem que todos a conhecem, ..., *ad infinitum*. Esta idéia foi introduzida por David Lewis em 1966, quando do seu estudo das convenções sociais. John Harsanyi, de forma independente, no contexto da teoria dos jogos de informação incompleta, observa a importância de conjecturas iterativas concernentes aos parâmetros desconhecidos do jogo. Argumenta que, se um jogador se vê frente a um jogo de informação incompleta, a ação por ele escolhida dependerá da convicção que possui em relação aos parâmetros não conhecidos do jogo. Portanto, tem conhecimento que os demais jogadores agem de forma idêntica. Como a ação de qualquer jogador influencia no ganho dos demais, um jogador deve conjecturar sobre o que os demais estão conjecturando sobre os parâmetros desconhecidos, conjecturar sobre o que os demais estão conjecturando quanto à conjectura dos outros e assim sucessivamente.

De modo a explicitar melhor a idéia de níveis mais elevados de conhecimento, considere a seguinte estória. Em um país latino-americano, o ditador Vasquez decidiu dar anistia a um grande grupo de prisioneiros. A prisão possuía uma característica peculiar: os prisioneiros não podiam se comunicar uns com os outros. Para informar sua decisão, o ditador convoca os prisioneiros. Manda que cada um coloque um chapéu cujo topo não poderia ser visto sob quaisquer circunstâncias. Se tal fato ocorresse, todos seriam mortos. Os chapéus eram todos de topo branco, com exceção de dois, cujo topo era vermelho. Cada prisioneiro podia ver o chapéu dos demais, porém não o seu próprio.

O ditador fez, então, a seguinte preleção: “Cada um de vocês possui um chapéu branco. Contudo, alguns têm um chapéu vermelho. De agora em diante, todo dia, os senhores serão trazidos a esta sala. Se a resposta quanto à cor do chapéu for correta, o prisioneiro será libertado; caso contrário, será fuzilado”.

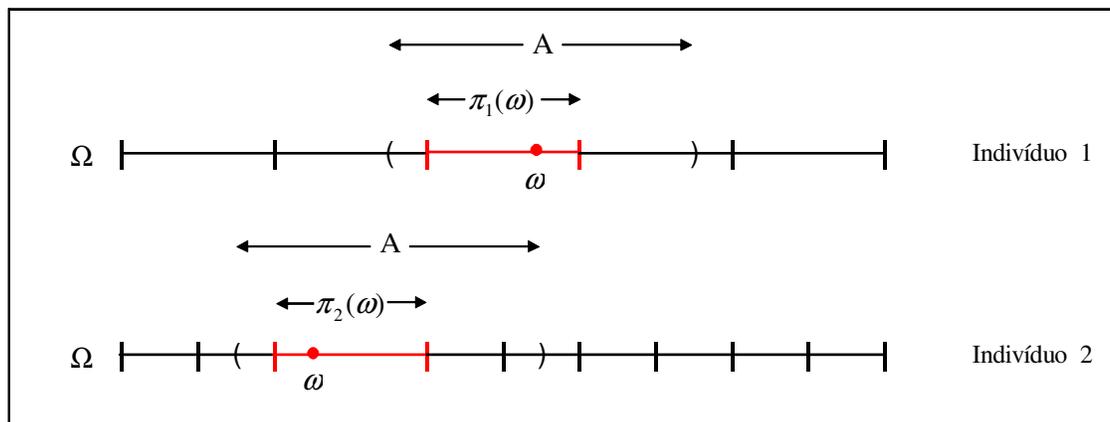
Quanto tempo os prisioneiros levaram para identificar a cor de seus chapéus?

Raciocinemos dia a dia. No dia seguinte à preleção, os prisioneiros com chapéu branco vêem dois chapéus vermelhos e os prisioneiros com chapéu vermelho, um único chapéu da mesma cor. Logo, não podem tirar qualquer conclusão sobre a cor de cada chapéu individual. Em decorrência, retornam à sala no dia seguinte. Obviamente, a situação anterior se repete. Porém, há uma informação adicional: já decorreu um dia. O prisioneiro, com chapéu vermelho, sabe que o outro prisioneiro com chapéu da mesma cor não foi levado para fuzilamento. Logo, quando o prisioneiro não fuzilado reconhece que há um chapéu vermelho, sabe que outro prisioneiro também o possui e que, portanto, tem que ser o seu, pois os demais são brancos. Resulta, então, a liberdade para os prisioneiros com chapéu vermelho no segundo dia.

O que ocorreria se tivéssemos três chapéus vermelhos? Um argumento análogo se aplica, implicando na liberdade para os três prisioneiros no terceiro dia. Fica claro deste *rationale* que tal situação se reproduziria para qualquer número de chapéus vermelhos, desde que o número de brancos lhe fosse igual ou superior.

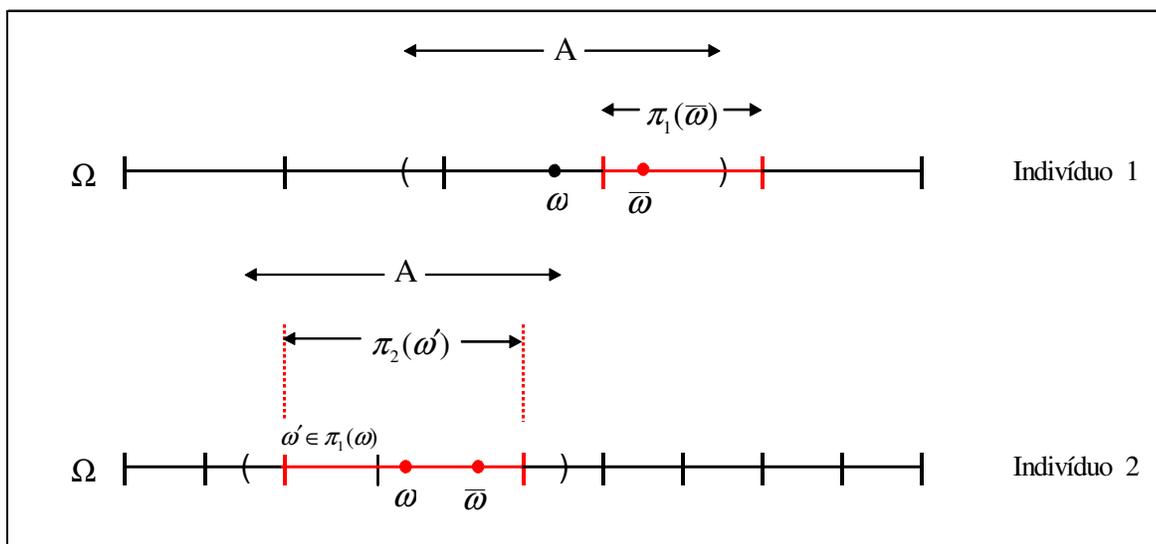
Esta estória mostra que diferentes níveis de conhecimento se relacionam a situações bem diversas, além de enfatizar a distinção entre cooperação e não cooperação, fundamental em teoria dos jogos e, que encontra na relação auditor versus empresário, ou, auditor interno versus auditor externo, plena evidência de um frutífero campo de questionamento. Vale ressaltar, ainda, a possibilidade de se considerar informação completa ou não. A modelagem do conhecimento mútuo é tarefa complexa, pois envolve a definição dos objetos do conhecimento sob evidência. Robert Aumann, em 1976, apresentou a primeira formalização. Em seu modelo, o conhecimento se refere a eventos que são subconjuntos de um conjunto de estados da natureza. Vamos denotá-lo por Ω . Aumann representa os indivíduos por partições de informação, $\pi_i, i = 1, n$. Qual o papel das partições? Caso ocorra um estado $\omega \in \Omega$, o indivíduo i observa a ocorrência do núcleo de sua partição, a qual contém ω . Vamos representá-lo por $\pi_i(\omega)$. A descrição do conjunto de estados da natureza e da estrutura de informação apresentados deve ser considerada como conhecimento mútuo em um sentido primitivo. Portanto, um indivíduo conhece um evento A em ω se $\pi_i(\omega)$ estiver contido em A . As ilações do termo “conhecer” são sutis. Dependem completamente do conhecimento mútuo primitivo da estrutura de informação. Considere a Figura 1 abaixo.

Figura 1



O conjunto Ω é um intervalo, π_1 e π_2 são as partições dos indivíduos e o evento é A . Almeja-se verificar o conhecimento do evento A em suas distintas camadas por ambos os indivíduos, quando ocorre o estado da natureza ω . Como o indivíduo 1 possui partição de informação π_1 , “reconhece” o evento $\pi_1(\omega)$. Como $\pi_1(\omega)$ está contido em A , o indivíduo 1 sabe que o evento A ocorre. De maneira análoga, como $\pi_2(\omega)$ está contido em A , o indivíduo 2 conhece o evento A . À medida que o indivíduo 1 reconhece $\pi_1(\omega)$ e sabe que o indivíduo 2 possui uma partição π_2 , apreende que o mesmo observou a ocorrência de $\pi_2(\omega')$, para algum $\omega' \in \pi_1(\omega)$. Portanto, reconhece que o indivíduo 2 conhece a ocorrência da união dos núcleos $\pi_2(\omega')$ para ω' em $\pi_1(\omega)$. Como tal conjunto está contido em A , o indivíduo 1 conhece que o indivíduo 2 conhece A . Vide a Figura 2 a seguir.

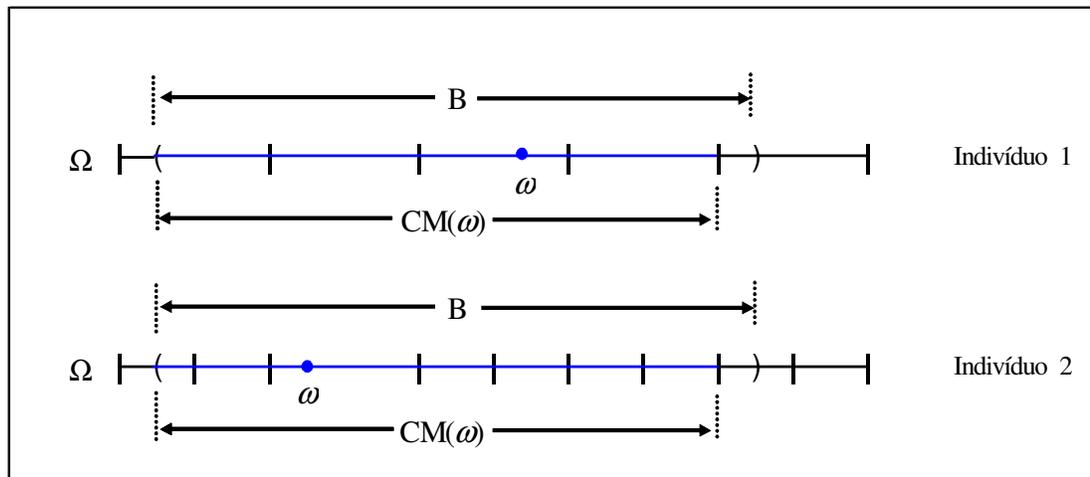
Figura 2



Contudo, o mesmo não ocorre com o indivíduo 2. Na realidade, à medida que o indivíduo 2 reconhece $\pi_2(\omega)$, resulta que $\bar{\omega}$ pode ser o verdadeiro estado da natureza. Como sabe que o indivíduo 1 possui partição π_1 , conhece que o indivíduo pode estar observando $\pi_1(\bar{\omega})$, podendo ficar incerto quanto à ocorrência do evento A . Logo, o indivíduo 2 não sabe se o indivíduo 1 conhece o evento A .

Considere, agora, a Figura 3, na qual se apresenta o conhecimento do evento B . O conjunto *conhecimento mútuo* $CM(\omega)$ é observado por ambos os indivíduos. Além disso, as partições de informação π_1 e π_2 são conhecimento mútuo para o início do conhecimento, pois ambos os indivíduos sabem que o outro reconhece $CM(\omega)$, conhecem que conhecem $CM(\omega)$ e assim sucessivamente. Este conjunto possui um tipo de propriedade ponto fixo, como em Ivar Ekeland (1979, p. 143): $CM(\omega)$ pertence, ao mesmo tempo, ao conjunto de eventos que o indivíduo 1 observa em sua estrutura de informação. Ou melhor, $CM(\omega)$ pertence à junção das duas partições, isto é, ao *mais estreito mútuo vulgar* denotado $\pi_1 \wedge \pi_2$. Como o conjunto B contém $CM(\omega)$ e é conhecimento mútuo que o conjunto B é observado por ambos, então B é conhecimento mútuo.

Figura 3



Embasado na intuição explanada, Aumann define que um conjunto B é conhecimento mútuo em ω se existe um elemento de $\pi_1 \wedge \pi_2$ que contém ω e se encontra contido em B .

Generalizações que permitem estruturas de informação mais complexas, geradas por uma σ -álgebra em um corpo de Borel – caracterizando, assim, um aspecto probabilístico – são apresentadas em Nielsen (1984), Bradenburger (1987), Werlang (1986) e Bradenburger e Dekel (1989). A tese de doutorado de Reny (1988), fornece o escopo da problemática no início da década de 90. Em Geanakoplos (1994) e Vanderschraaf (2001) têm-se abordagens enciclopédicas. Sunder (1999, 2002) apresenta o vínculo com a contabilidade, com a dúvida da convicção dos gerentes em relação às regras de decisão dos investidores e os métodos de contabilidade de inventários LIFO servindo como exemplos (com estrutura ainda incipiente) para o desenvolvimento do tópico.

No artigo de Alberucci e Jäger (2005) fica patente a relação entre o *conhecimento mútuo* e a *convicção*. Ali, mostra-se, adicionalmente, a necessidade da incorporação das diferentes modalidades da *lógica* nas situações de incerteza e ignorância.

4. PARADOXOS E CONTRA-PARADOXOS

Finalmente, vamos apresentar a última estória. Wallygator, um crocodilo, captura uma criança e promete devolvê-la a seu pai, caso o mesmo adivinhe corretamente o que almeja fazer com a criança, no instante em que o mesmo terminar de adivinhar (se mantém ou solta a criança).

Vamos supor que Wallygator seja honesto, ou melhor, que manterá sua intenção original, não afirmando que tinha intenção antípoda. Tal premissa visa apenas a simplificar a estória, pois, se o pai der a resposta correta, não importa qual a intenção de Wallygator. Suponha que o pai adivinhe que a criança será devolvida. Neste caso, o resultado é inequívoco e não há paradoxo: ou Wallygator tenciona devolver a criança (o que caracteriza que o pai está correto e a criança será devolvida) ou pretende reter a criança (e a resposta do pai está equivocada, implicando na manutenção da criança em decorrência da condição de Wallygator). Contudo, se o pai adivinhar que Wallygator não devolverá a criança, resulta uma situação totalmente diferente: ocorre um *paradoxo*, independente da intenção original do crocodilo. Se Wallygator tencionava libertar a criança, a resposta do pai está errada, fazendo com que a criança permaneça cativa. Mas esta é exatamente a adivinhação do pai, o que remete à soltura da criança. Todavia, em virtude desta nova decisão, Wallygator falsificou a adivinhação do pai, resultando em que deve manter a criança. Mas,

esta é a afirmação do pai, o que garante que o mesmo está certo e, portanto, Wallygator deve soltar a criança ... e assim sucessivamente.

O paradoxo de Wallygator e sua argumentação podem ser formalizados através das seguintes equações:

$$q^{t+1} = x^t \prec q^t$$

$$z^t = q^t \quad ; \quad (x^{t+1} = x^t)$$

As variáveis são binárias. O valor 1 representa a soltura da criança e o valor 0, a manutenção. A variável q caracteriza a intenção do crocodilo, x representa a adivinhação do pai e z caracteriza a ação resultante. O conectivo \prec é definido por

$$p \prec q = (p \wedge q) \cup (\bar{p} \wedge \bar{q})$$

É possível complicar a estrutura, via $x^{t+1} = x^t$, introduzindo uma célula de memória q_2 (denotando a primeira por q_1):

$$q_1^{t+1} = (x_t \cup q_2^t) \prec q_1^t$$

$$q_2^{t+1} = (x_t \cup q_2^t)$$

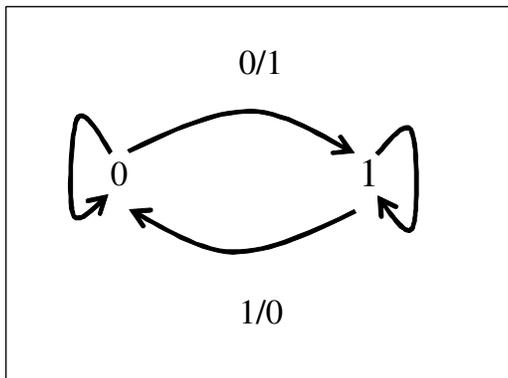
Adicionalmente, pode-se considerar um “indicador do nível de paradoxo” via o conectivo \oplus , definido como “adição módulo 2” e caracterizado por

$$p \oplus q = (p \wedge \bar{q}) \cup (\bar{p} \wedge q)$$

resultando em que há paradoxo se $p^{t+1} = 1$.

O sistema de equações original pode ser representado através de um grafo orientado (um diagrama de estado da natureza), em que os nós representam estados de memória q e as setas, a mutação dos estados.

Figura 4



Qual a importância do paradoxo e do grafo orientado que o pode representar? O paradoxo caracteriza a situação inconcebível onde, concomitantemente, distintas visões de mundo, incompatíveis entre si, coexistem. No contexto da organização industrial, remete à *antinomia funcional*; no contexto da psicologia, psicanálise, ao conceito de *duplo vínculo*, desenvolvido na Escola de Palo Alto através dos trabalhos de Gregory Bateson, Don Jackson e Paul Watzlawick. A junção da aplicabilidade em ambos os contextos fica patente nas análises de Martin (1984), Vargas e Chanzedon (1986), Barel (1979), Cameron (1986), Selvini-Palazolli et al (1984). A efetividade do diagrama de influência – que nada mais é que um grafo orientado – como instrumento de comunicação (e, sem dúvida, de projeção) entre o decisor, o analista de auxílio à decisão e o computador, torna a modelagem das situações de paradoxo instrumento natural nos aspectos normativos da contabilidade. Uma situação interessante ocorre na tecnologia da informação: há uma antinomia entre *outsourcing* e *insourcing* nas firmas de auditoria; o profissional mais bem preparado pode não ser a escolha para definir os atributos da tecnologia na empresa.

Recomenda-se a leitura do conjunto de artigos de Prakash Shenoy, que utiliza os diagramas de influência em distintos contextos. Maxwell e Buede (2003) apresentam evidências de que a interseção com a problemática da *convicção* é uma realidade.

Há, portanto, um elo subjacente entre a análise do paradoxo, os diagramas de influência e uma abordagem prospectiva na busca do conhecimento.

5. BIBLIOGRAFIA

O ordenamento das referências, em contraposição aos cânones usuais, não é lexicográfico, obedecendo ao fluxo das idéias apresentadas no artigo.

- Van Fraassen, B. (1980) Critical notice of Brian Ellis: Rational belief systems. *Canadian Journal of Philosophy* 10, p. 497-511
- Gärdenfors. P. (1984) The dynamics of belief as a basis for logic. *British Journal of Philosophy of Science* 35, p. 1-10
- Gärdenfors. P. (1988) *Knowledge in Flux*. MIT Press
- Gärdenfors. P. (1996) *Belief Revision*. Cambridge University Press
- Dempster, A. P. (1968) A generalization of Bayesian inference. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 30, p. 205-247
- Shafer, G. (1976) *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press
- Shafer, G. (1987) Belief functions and possibility measures. In Bezdek, J. (ed.): *The Analysis of Fuzzy Information*. CRC Press
- Shafer, G. (1990) Perspectives on the theory and practice of belief functions. *International Journal of Approximate Reasoning* 3, p. 1-40
- Shafer, G. e Pearl, J., editors, (1990), *Readings in Uncertain Reasoning*. Morgan Kaufmann
- Smets, P. (2002) Decision making in a context where uncertainty is represented by belief functions. In Srivastava, R. P. e Mock, T. J. (eds.): *Belief Functions in Business Decisions*. Physica-Verlag
- Smets, P. e Kennes, R. (1994) The transferable belief model. *Artificial Intelligence* 66, p. 191-234
- Cobb, B. R., Shenoy, P. P. (2002) A comparison of Bayesian and belief function reasoning. *Working Paper* No. 292, University of Kansas School of Business
- Cobb, B. R. e Shenoy, P. P. (2003) On transformation of belief function models to probability models. *Working Paper* No. 293, University of Kansas School of Business
- Levi, I. (1980) *The Enterprise of Knowledge*. MIT Press

- Levi, I. (1983) Consonance, dissonance and evidentiary mechanisms. In Gardenförs, P. et al, editors, *Evidentiary value: Philosophical, Judicial and Psychological Aspects of a Theory*, p. 27-43, CWK Gleerups
- Fetzer, J. H. (1981) *Scientific Knowledge*. Reidel
- Domotor, Z. (1980) Probability kinematics and representation of belief change. *Philosophy Science* 47, p. 384-403
- Dretske, F. (1981) *Knowledge and the Flow of Information*. Basil Blackwell
- Ellis, B. (1976) Epistemic foundation of logic. *Journal of Philosophical Logic* 5, p.187-204
- Harman, G. (1986) *Change in View: Principles of Reasoning*. MIT Press
- Dubois, D., Grabish, M., Modave, F. e Prade, H. (1997) From decision under uncertainty to multicriteria decision making: an ai perspective. In *Proc. of Poster Session Abstracts of the 15th Inter. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI-97)*, p. 32.
- Breneny, M. e Hooper, A., editors, (1985), *Rationality in Planning*. Pion
- Srivastava, R. P. e Shafer, G. (1992) Belief-function formulas for audit risk. *The Accounting Review* 67(2), p. 249-283
- Srivastava, R. P. e Shafer, G. (1994) Integrating statistical and non-statistical audit evidence using belief functions: A case of variable sampling. *International Journal of Intelligent Systems* 9, p. 519-539
- Srivastava, R. P. (1995) The belief function approach to aggregating audit evidence. *International Journal of Intelligent Systems* 10, p. 329-356
- Srivastava, R. P. (1996) Value judgments using belief functions. *Research in Accounting Ethics* 2 p.109-130
- Srivastava, R. P. (1997) Decision making under ambiguity: A belief function perspective. *Archives of Control Sciences* 6 (XLII), p. 5-27
- Srivastava, R. P. e Mock, T. J. (1999) Evidential reasoning for webtrust assurance services. *Journal of Management Information Systems* 16(3), p. 11-32
- Srivastava, R. P. e Mock, T. J., editors, (2002) *Belief Functions in Business Decisions*. Physica-Verlag
- Dempster, A.P., Yager, R.; Liu, Liping, editors, (2005) *Classic Works on the Dempster-Shafer Theory of Belief Functions*. Springer-Verlag
- Aumann, R. (1976) Agreeing to disagree. *Annals of Statistics* 4, p. 1236-1239
- Harsanyi, J. C. (1977) *Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situation*. Cambridge University Press
- Ekeland, I. (1979) *La Théorie des Jeux et ses Applications à l'Économie Mathématique*. PUF
- Milgrom, P. (1981) An axiomatic characterization of common knowledge. *Econometrica* 49, p. 219-222
- Moses, Y., Dolev, D. e Halpern, J. Y. (1986) Cheating husbands and other stories: a case study of knowledge, action and communication. *Distributed Computing* 1, p. 167-176
- Nielsen, L. (1984) Common knowledge, communication and convergence of beliefs. *Mathematical Social Sciences* 8, p. 1-14
- Bradenburger, A. (1987) *The role of common knowledge assumptions in game theory*. Harvard Business School, mimeo
- Bradenburger, A. e Dekel, E. (1989) The role of common knowledge assumptions in game theory. In Hahn, F. (ed.) *The Economics of Missing Markets, Information and Games*. p. 46-61, Oxford University Press
- Monderer, D. e Samet, D. (1988) *Approximating common knowledge with common beliefs*. Dept. of Mathematics, UCLA, CA, mimeo
- Reny, P. J. (1988) *Rationality, Common Knowledge and the Theory of Games*. Ph. D. Dissertation, Princeton University

- Werlang, S. R. da C., (1986) *Common Knowledge and Game Theory*. Ph. D. Dissertation, Princeton University
- Geanakoplos, J. (1994) Common knowledge. In Aumann, R. and O. Hart (eds.) *Handbook of Game Theory*, vol. 2, Elsevier
- Vanderschraaf, P. (2001) Common knowledge. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <http://plato.stanford.edu/entries/common-knowledge>
- Sunder, S. (1999) Common knowledge and accounting. Plenary address at Accounting, Behavior and Organizations Research Conference, Costa Mesa, CA
- Sunder, S. (2002) Knowing what others know: common knowledge, accounting and capital markets. Yale School of Management, mimeo.
- Alberucci, L. e Jäger, G. (2005) About cut elimination for logics of common knowledge. *Annals of Pure and Applied Logic* 133, p. 73-99
- Watzlawick, P., Helwick, B. J. e Jackson, D. D (1972) *Une Logique de la Communication*. Seuil
- Bateson, G. (1977) *Vers une Écologie de l'Esprit*, tomes 1 et 2. Seuil
- Martin, P. (1984) *Antinomie Fonctionnelle – de l'emploi des paradoxes en entreprise*. Futuribles
- Vargas, G. e Chanzedon, G. (1986) Le paradoxe dans l'organisation et l'organisation du paradoxe. *Revue Française de Gestion*, p. 113-124
- Barel, Y. (1979) *Le Paradoxe et le Système*. PUG
- Cameron, K. S. (1986) Effectiveness as paradox: consensus and conflict in conceptions of organizational effectiveness. *Management Science* 32, p. 539-553
- Selvini-Palazolli, M., Agnolli, L., Diblasio, P. et al (1984) *Dans les Couloirs de l'Organization*. Les Éditions ESF
- Véran, L., Martinet, A., Crozier, M. e Poirier, L. (1988) Dossier: les discours stratégiques. *Revue Française de Gestion*, p. 44-73
- Barlow, R., Howard, R., Oliver, R. M. e Smith, J. Q., editors, (1988), *Conference on Influence Diagrams for Decision Analysis, Inference and Prediction*, May 9-11, University of California, Berkeley, CA
- Howard, R. A. (1988) From influence to relevance to knowledge, in Barlow R. et al, editors, op. cit.
- Halpern, J. I., editor, (1986), *Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge*. Morgan Kaufmann
- Vardi, M. Y., editor, (1988), *Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge*. Morgan Kaufmann
- Halpern, J. I. (1986) Reasoning about knowledge: an overview, op. cit., p. 1-17
- Bicchieri, C. (1988) Common knowledge and backward induction: a solution to the paradox. In M. Vardi, M., ed., op. cit. p. 381-394
- Maxwell, D. T. e Buede, D. M. (2003) Composing and constructing value focused influence diagrams: A specification for decision model formulation. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 12, p. 225-243