

DIFERENTES ABORDAGENS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Ana Célia de Jesus Martins¹
Maria Neuraildes Gomes Viana²
Manoel dos Santos Costa³

Resumo

Apesar de haver um reconhecimento da importância da resolução de problemas nas aulas de Matemática, alguns autores defendem perspectivas diferentes quanto à sua aplicação no que tange ao processo de ensino e aprendizagem. Assim, o presente artigo tem por objetivo apresentar alguns conceitos sobre a resolução de problemas na visão de alguns pesquisadores e discutir as diferentes abordagens e possibilidades de utilizá-las em sala de aula, isto é, ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para resolver problemas e ensinar através da resolução de problemas. Trata-se de uma pesquisa qualitativa de arcabouço bibliográfico, cujas informações foram coletadas por meio de materiais escritos e publicados em livros, anais de eventos científicos, periódicos e teses de doutorado, que têm servido como referência para novos trabalhos científicos. O estudo analítico-descritivo desenvolvido possibilitou concluir que, dentre as três abordagens, a que mais leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes e que promove a construção de novos conhecimentos, conceitos e conteúdos matemáticos, e, conseqüentemente, o desenvolvimento de competências e habilidades, é o ensino de Matemática “através” da Resolução de Problemas. Além disso, essa abordagem inclui no seu desenvolvimento as demais, ou seja, o ensino “sobre” e “para” a resolução de problemas.

¹ Mestranda em Gestão de Ensino da Educação Básica pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Professora de Matemática do Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IEMA) e Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática na Educação Básica (GEPEMEB). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9109-9960>. E-mail: anamartins701@hotmail.com

² Mestranda em Gestão de Ensino da Educação Básica pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Secretaria Municipal de Educação de Bacabeira/MA. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática na Educação Básica (GEPEMEB). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9758-422X>. E-mail: mng.viana@discente.ufma.br

³ Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Professor e Pesquisador do Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IEMA) e do Programa de Pós-Graduação (Mestrado) em Gestão de Ensino da Educação Básica da Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Membro do Grupo de Pesquisa e Estudos Avançados em Educação Matemática (GPEAEM) e Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática na Educação Básica (GEPEMEB). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8774-9633>. E-mail: manolopromat@hotmail.com

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino e Aprendizagem; Resolução de Problemas.

DIFFERENT APPROACHES TO PROBLEM SOLVING IN THE TEACHING-LEARNING PROCESS OF MATHEMATICS

Abstract

Although the importance of problem solving in mathematics classes is acknowledged, some authors advocate different perspectives on its application in the teaching and learning process. Thus, this paper aims to present some concepts about problem solving in the view of some researchers and discuss the different approaches and possibilities of using them in the classroom, i.e., teaching about problem solving, teaching to solve problems, and teaching through Problem Solving. This is a qualitative bibliographic research whose information was collected through written materials published in books, proceedings of scientific events, journals, and doctoral theses, which have served as reference for new scientific work. The analytic-descriptive study developed allowed us to conclude that, among the three approaches, the one that mostly takes into account students' previous knowledge, and promotes the construction of new knowledge, concepts, and mathematical content, and consequently the development of competences and skills, is the teaching of mathematics "through" Problem Solving. Moreover, this approach includes the others in its development, that is, teaching "about" and "for" problem solving.

Keywords: Mathematics Education; Teaching and Learning; Problem Solving.

DIFERENTES ENFOQUES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Resumen

Aunque se reconoce la importancia de la resolución de problemas en las clases de matemáticas, algunos autores defienden diferentes perspectivas sobre su aplicación en relación con el proceso de enseñanza y aprendizaje. Así, este trabajo tiene como objetivo presentar algunos conceptos sobre la resolución de problemas en la visión de algunos investigadores y discutir los diferentes enfoques y posibilidades de utilizarlos en el aula, es decir, enseñar sobre la

resolución de problemas, enseñar a resolver problemas y enseñar a través de la Resolución de Problemas. Se trata de una investigación cualitativa de marco bibliográfico, cuya información fue recogida a través de materiales escritos y publicados en libros, anales de eventos científicos, revistas y tesis doctorales que han servido de referencia para nuevos trabajos científicos. El estudio analítico-descriptivo desarrollado permitió concluir que, entre los tres enfoques, el que más tiene en cuenta los conocimientos previos de los alumnos y promueve la construcción de nuevos conocimientos, conceptos y contenidos matemáticos y, en consecuencia, el desarrollo de competencias y habilidades es la enseñanza de las matemáticas "a través" de la Resolución de Problemas. Además, este enfoque incluye en su desarrollo los otros, es decir, la enseñanza "sobre" y "para" la resolución de problemas.

Palabras clave: Educación Matemática; Enseñanza y Aprendizaje; Resolución de Problemas.

INTRODUÇÃO

A resolução de problemas tem sido considerada, nas últimas décadas, uma das principais metodologias de ensino para o desenvolvimento dos conteúdos (objetos de conhecimento) matemáticos em sala de aula. Documentos oficiais (BRASIL, 1998; 2018) mostram que vem ocorrendo no Brasil uma renovação/reformulação curricular em que se procurou incorporar algumas inovações propostas pelas pesquisas da área de Educação Matemática, em que “a resolução de problemas tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, novos conhecimentos proporcionam a resolução de intrigantes e importantes problemas” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 37).

O atual documento de referência curricular do Brasil, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC, apresenta a resolução de problemas como um eixo articulador de grande destaque que se constitui em uma forma privilegiada da atividade matemática, motivo pelo qual deve ser “ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018, p. 266).

Além disso, a resolução e elaboração de problemas se apresentam no documento como competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos ao longo da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio).

Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a Resolução de Problemas, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos (BRASIL, 2018, p. 277).

Em outras palavras, o que a BNCC recomenda é que a resolução de problemas possa caminhar no sentido de desenvolver nos alunos o protagonismo para além de resolver os problemas propostos pelo professor. Nessa perspectiva, educadores matemáticos afirmam que a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciarem as informações que estão ao seu alcance.

À vista disso, os alunos terão oportunidade de construir e/ou expandir seus conhecimentos acerca dos conteúdos, conceitos e procedimentos matemáticos, ampliando a visão que têm dos problemas, desenvolvendo, assim, sua autoconfiança e autonomia. Dessa forma, os professores envolvem os alunos em atividades fundamentadas em problemas que requerem pensamentos ativos e criativos para que aprendam Matemática por meio da resolução de problemas (VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO, ONUCHIC, 2021).

Concordamos que ideias matemáticas são, com frequência, resultados de experiências com resolução de problemas, e não de elementos fornecidos antes delas. Assim sendo, pode-se pensar em ensinar Matemática em sala de aula partindo da resolução de problemas, estimulando os alunos a utilizarem os conhecimentos prévios que possuem, construindo, assim, novas ideias.

Com o objetivo de apresentar conceitos sobre problemas e discutir as diferentes abordagens da resolução de problemas e as possibilidades de utilizá-las nas aulas de Matemática, organizamos o presente artigo em quatro seções principais, além desta Introdução. Iniciamos, questionando sobre o que é um problema, seguido de uma breve abordagem da metodologia utilizada na pesquisa. A seção subsequente tem por incumbência apresentar as diferentes

abordagens da resolução de problemas nas aulas de Matemática, e na seção intitulada “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”, é feita uma abordagem reflexiva acerca dessa concepção. Finalizamos com as Considerações Finais e as Referências.

O QUE É UM PROBLEMA?

Ainda que, no geral, a expressão ‘resolução de problemas’ remeta às questões relativas ao ensino de Matemática, percebemos que também vem sendo amplamente utilizada em outras áreas do conhecimento, por isso, tem sido um tópico presente nos currículos escolares (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). Salienta-se que, “embora o termo ‘problema’ esteja presente no dia a dia de pessoas que trabalham com a Matemática, percebe-se que nem sempre seu uso vem acompanhado de um consciente posicionamento sobre o seu significado” (ALLEVATO; JAHN; ONUCHIC, 2017, p. 252).

Isso nos permite questionar: Afinal, o que é um problema? Esse questionamento é para nós o impulso para o desenvolvimento das atividades em sala de aula e, conseqüentemente, para a produção do conhecimento matemático. Encontramos na literatura várias discussões acerca dos diversos significados que alguns estudos explicitam acerca do que é um problema. Por isso, traremos aqui o entendimento de alguns pesquisadores.

Polya (1962 *apud* HEMBREE; MARSH, 1993, p. 152) expressa em sua concepção que “ter um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível”.

De acordo com Lester (1983 *apud* ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 15), problema é “uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”. Na compreensão de Onuchic (1999, p. 215), um problema “[...] é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. E ainda esclarece que “o problema não é um exercício no qual o aluno aplica de forma

quase mecânica uma fórmula ou uma determinada técnica operatória” (ONUCHIC, 1999, p. 215).

Portanto, um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e nos utilizamos de mecanismos que nos levam de forma imediata à solução. Sendo assim, é possível que uma situação represente um problema para uma pessoa, enquanto para outra, esse problema não existe, seja porque ela não se interessa pela situação, seja porque já possui mecanismos para resolvê-la e, por isso, pode reduzi-la a um simples exercício (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Para Vianna (2002, p. 402), um problema “é uma situação em que um sujeito é solicitado a realizar uma tarefa para a qual não possui um método de resolução determinado. Se a realização da tarefa não for desejada pelo sujeito, a situação não pode ser considerada um problema”. Ainda, segundo o autor, uma pessoa está diante de um problema quando se confronta com uma questão ou uma situação para a qual não sabe dar uma resposta, ou que não sabe resolver usando os conhecimentos de que dispõe. Desse modo, um problema é ligado àquilo que é o mundo e às preocupações do indivíduo, podendo ser um problema para uma pessoa e não ser para outra pessoa.

Além disso, esse autor também considera um problema como sendo

[...] tudo o que, de uma maneira ou de outra, implica da parte do sujeito a construção de uma resposta ou de uma ação que produza certo efeito. A noção de problema não tem sentido se o sujeito puder aplicar um sistema de respostas inteiramente constituído (VIANNA, 2002, p. 402).

Com essas definições, os autores querem explicitar que uma situação só pode ser considerada um problema na medida em que existe um reconhecimento dela como tal e em que não dispomos de procedimentos prévios que nos permitam solucioná-la imediatamente. Sendo assim, essas “definições” conduzem à constatação de que elas não têm a ver com um conteúdo de uma disciplina; trata-se do “desejo” que a pessoa deve ter para chegar a uma solução ou resposta (VIANNA, 2002). De fato, essas definições sobre o que é problema não se prendem a um determinado conteúdo.

Então, o que dizer sobre um problema matemático?

Hiebert e seus colaboradores (1977 *apud* VAN DE WALLE, 2009, p. 57) veem um problema matemático como sendo “qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm regras ou métodos prescritos ou memorizados, nem há sentimentos por parte dos estudantes de que há um método ‘correto’ específico de solução”. No entender de Dante (1989, p. 45), um problema matemático é “qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la”.

Apesar dessas definições, o que se observa em sala de aula é que não há um consenso por parte dos professores “de” e “que” ensinam Matemática sobre o que de fato é um problema matemático e sobre o papel da resolução de problemas no ensino de Matemática (THOMPSON, 1989; COSTA, 2012).

Em um estudo realizado em 1989 com professores, Thompson percebeu duas concepções sobre o que vem a ser um problema, de acordo com as respostas dadas por esses professores. A primeira concepção deixa claro que problema é uma “descrição de uma situação envolvendo quantidades estabelecidas, seguida de uma pergunta sobre algumas relações entre as quantidades cuja resposta pede a aplicação de uma ou mais operações aritméticas” (THOMPSON, 1989, p. 235). A autora apresenta evidências das noções de que o principal é conseguir a resposta, e que, uma vez conseguida, o problema estará resolvido.

A segunda concepção inclui atividades que envolvem quebra-cabeças, labirintos e ilusão de ótica. Nela, a autora considera que os problemas devem possibilitar diversas abordagens para a resolução, as quais não devem ficar dependentes somente dos elementos conhecidos, mas levar à busca de novas descobertas. Nessa concepção, a resolução de problemas envolve alguns desafios, diversão e frustrações.

A partir desses pontos de vista, é notório que nem sempre seja possível determinar se uma atividade é um exercício ou um problema sem considerar a experiência que ela vai configurar com os estudantes, com seus conhecimentos prévios e com os objetivos estabelecidos para a realização da atividade. Ocorre que existem tarefas que são, na realidade, exercícios, constituindo, como o

próprio nome diz, recursos para exercitar, para praticar um processo ou algoritmo (COSTA, 2012).

Levando em consideração essas definições, é que assumimos em nossa pesquisa que uma atividade matemática é considerada um problema quando o aluno demonstra interesse em resolvê-la, mas ainda não possui conhecimentos disponíveis para tal procedimento.

PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

O presente texto se configura como uma pesquisa de natureza qualitativa, cujo arcabouço bibliográfico se propõe a apresentar conceitos sobre problemas e a analisar as diferentes abordagens da resolução de problemas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática na visão de pesquisadores que desenvolvem estudos nesse contexto. Para isso, utilizamos materiais escritos e publicados em anais de eventos científicos, livros, periódicos e teses de doutorado, que têm servido como referência para novos trabalhos científicos.

A partir daí, este texto apresenta características analítico-descritivas que, embora o assunto seja conhecido (a resolução de problemas), descrevem de forma detalhada o fenômeno em estudo (suas abordagens no ensino de Matemática) a fim de proporcionar uma nova e aprofundada visão da temática (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Esse tipo de pesquisa (qualitativa) coloca o pesquisador em contato direto com a temática em desenvolvimento, e o estudo bibliográfico permite fornecer informações contextualizadas do problema, apontando e discutindo possíveis soluções (GIL, 2017). A escolha por esse percurso metodológico se deu pelo interesse em aprofundar e divulgar algumas contribuições de estudos relacionados à resolução de problemas e suas abordagens no ensino de Matemática no contexto da sala de aula, conforme segue na próxima seção.

DIFERENTES ABORDAGENS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Apesar de haver um reconhecimento da importância da resolução de problemas para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, vale ressaltar que existem diferentes formas de abordá-la em sala de aula. Alguns autores defendem perspectivas diferentes quanto à sua aplicação (ALLEVATO, ONUCHIC, 2021).

As abordagens e perspectivas que serão apresentadas e discutidas neste texto já haviam sido apontadas por Hatfield (1978) e ratificadas no final da década de 1980 por Schroeder e Lester (1989). Os autores evidenciaram sua coexistência ao apresentarem uma caracterização para o currículo de Matemática, destacando três formas de se conceber a resolução de problemas que consideram essenciais na configuração de sua abordagem e que caracterizam a atividade de ensino do professor: (1) ensinar **sobre** resolução de problemas; (2) ensinar **para** resolver problemas; (3) ensinar **através** da resolução de problemas (grifos nossos).

Em alguns trabalhos publicados por Allevato e Onuchic (2019; 2021), as autoras também se dedicaram a explicar de forma detalhada as características fundamentais e as implicações pedagógicas de cada uma dessas abordagens.

Ensinar **sobre** resolução de problemas refere-se a teorizar acerca da resolução de problemas; isso corresponde a considerá-la como um novo conteúdo, em que são abordados temas relacionados aos problemas, por exemplo, explicar estratégias e métodos para os alunos obterem a solução. Um dos mais importantes representantes dessa linha é George Polya, por meio do conhecido “roteiro dos quatro passos”, registrado no livro “A arte de resolver problemas”.

Ao ensinar **para** resolver problemas, o professor apresenta a Matemática “formal” referente a determinado conteúdo ou a um tópico matemático, para, em seguida, propor aos estudantes “problemas” como possibilidade de aplicação do que foi estudado, com o intuito de verificar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Ou seja, “[...] nessa abordagem, apenas após ter desenvolvido a parte “teórica” referente a um determinado

tópico matemático, é que o professor propõe problemas aos alunos, de fato, como aplicação dos conteúdos estudados” (ALLEVATO, ONUCHIC, 2021, p. 40).

Nessa abordagem, a Matemática é ensinada de maneira fragmentada, isto é, separada de suas aplicações e conexões, e a resolução de problemas é utilizada para favorecer a teoria de um significado prático. Essa é a prática mais usada nas aulas de Matemática e fortemente presente nos livros didáticos (COSTA, 2012).

Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem (BRASIL, 1998, p. 37).

Em 1964, Luís Alberto dos Santos Brasil, com contribuições publicadas em seu livro intitulado “Estudo dirigido de Matemática no ginásio”, já alertava a comunidade escolar para essa prática de ensino. De acordo com o autor,

[...] o problema é empregado, pelos professores, na verificação e na fixação da aprendizagem. Atentando, porém, para a história das ciências, notamos que o problema antecede invariavelmente as descobertas, é o provocador dos estudos e orientador das construções teóricas. Por que no ensino da matemática especialmente, invertemos a ordem natural das coisas? (BRASIL, 1964, p. 22).

A par disso, Allevato e Onuchic (2021) apontam que um bom caminho para que haja mudança no ensino de Matemática seria a utilização de uma metodologia de ensino **através** da resolução de problemas. As autoras consideram que o termo “através” significa ao longo, no decorrer do processo de resolução, enfatizando “o fato de que ambas, Matemática e resolução de problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente” (p. 40).

Essa concepção de ensino de Matemática através da resolução de problemas, apesar de ter mais de quatro décadas de sua referência por Hatfield (1978), ainda se mantém bastante atual, pois sinaliza para uma “nova” maneira de se desenvolver o ensino de Matemática. Uma ampliação dessa abordagem é

proposta por Allevalo e Onuchic (2021) na denominada “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”.

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 47).

As autoras defendem a ideia de que nessa metodologia, a avaliação ocorre ao mesmo tempo em que os problemas são resolvidos pelos estudantes. Parte-se de uma visão de que, além do ensino e da aprendizagem, ocorre também a avaliação de forma integrada ao processo. A ampliação dessa abordagem será mais bem detalhada na próxima seção.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA METODOLOGIA NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Nesta seção, pretendemos destacar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que vem sendo amplamente discutida por pesquisadores do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), coordenado pela Prof.^a Dr.^a Lourdes Onuchic, e do Grupo de Pesquisas e Estudos Avançados em Educação Matemática (GPEAEM), liderado pela Prof.^a Dr.^a Norma Allevalo. As produções desses grupos abrangem uma variedade de conteúdos matemáticos em todos os níveis de ensino (Fundamental, Médio e Superior), assim como a formação do professor que ensina Matemática em que se faz uso dessa metodologia.

Com base na concepção adotada por Onuchic (1999), assumimos que uma atividade matemática será um problema quando o aluno demonstrar que tem interesse em realizá-la, mas ainda não possui conhecimentos disponíveis para tal. Partindo dessa ideia, o professor poderá trabalhar a Matemática a partir da resolução de problemas, ou seja, com os problemas sendo um caminho pelo qual o currículo possa ser desenvolvido. Considerando essa concepção, a aprendizagem será uma consequência do processo de resolução.

Vale ressaltar, conforme apontam Allevato e Onuchic (2021), que, apesar de ter sido elementar no ensino de Matemática no final dos anos 1980, foi a partir daí que a resolução de problemas começou a ganhar destaque no cenário educacional, com as publicações do National Council of Teachers of Mathematics, especialmente nos Standards (NCTM, 1980), em que foi destacada como primeiro padrão de processo para o ensino e a aprendizagem de Matemática, e o ensino através da resolução de problemas sendo fortemente recomendado.

No Brasil, essa recomendação se deu a partir das orientações curriculares propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998). Esse documento indicava a resolução de problemas como ponto de partida para o desenvolvimento das atividades matemáticas em sala de aula. Reforçando essa recomendação, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) sugere, em algumas de suas competências e habilidades matemáticas, a elaboração e resolução de problemas. Ou seja, a BNCC recomenda que o desenvolvimento da capacidade de elaborar e resolver problemas, explorá-los, generalizá-los, e até de propor novos problemas a partir desses, seja um dos propósitos para o ensino de Matemática em sala de aula. Isso vai ao encontro das propostas de alguns pesquisadores (ONUCHIC; ALLEVATO, 2018), que indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para o desenvolvimento da Matemática na sala de aula.

Então, questionamo-nos: Como os professores devem ensinar Matemática a seus alunos partindo da resolução de problemas?

Para ensinar Matemática a partir da resolução de problemas, de acordo com Van de Walle (2009), o professor precisa criar um ambiente que motive e estimule os estudantes durante suas aulas. Para isso, o autor sugere que para obter êxito, a aula deve ser desenvolvida envolvendo três importantes momentos, por ele denominados: fase **antes**, fase **durante** e fase **depois** da resolução de problemas (grifos nossos).

No primeiro momento, **antes** da resolução do problema, o professor terá que garantir que todos os estudantes estejam mentalmente prontos para

receber a tarefa e se assegurar de que as expectativas estejam claras. No segundo momento, **durante** a resolução do problema, o professor deve observar e avaliar os estudantes durante o desenvolvimento da resolução do problema. Finalmente, no terceiro momento, **depois** da resolução do problema, o professor deve aceitar as soluções dadas pelos estudantes, sem se preocupar em julgá-las, conduzindo uma discussão em que os estudantes apresentem suas justificativas e avaliações sobre os resultados e os métodos utilizados. A partir daí, o professor formaliza os novos conceitos e conteúdos que foram construídos.

Podemos observar esses elementos e seus respectivos objetivos no Quadro a seguir:

Quadro 1 - Formato de aula em três fases proposto por Van de Walle

Fase ANTES	Preparando os alunos
	<ul style="list-style-type: none"> • Verifique se o problema foi compreendido. • Ative os conhecimentos prévios úteis. • Estabeleça expectativas claras para os produtos.
Fase DURANTE	Alunos trabalhando
	<ul style="list-style-type: none"> • Deixe os alunos construírem seus conhecimentos, evitando antecipações desnecessárias. • Escute cuidadosamente. • Forneça sugestões adequadas. • Observe e avalie.
Fase DEPOIS	Alunos debatendo
	<ul style="list-style-type: none"> • Encoraje a formação de uma Comunidade de Estudantes. • Escute/aceite as soluções dos estudantes sem julgá-las. • Sintetize as principais ideias e identifique futuros problemas.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 62)

De acordo com Van de Walle (2009), é importante considerar essas três fases e os objetivos de cada uma no desenvolvimento de atividades matemáticas envolvendo a resolução de problemas. Na maioria das vezes, essas fases são concebidas ao redor de um único problema; por isso, se o tempo for dividido para cada fase, ficará mais fácil aplicá-las e concluí-las em uma aula completa, dependendo da turma, do problema proposto e do objetivo da aula. Ainda, de acordo com o autor, os objetivos propostos para cada fase não precisam ser abordados na ordem em que estão listadas no quadro.

Além disso, Van de Walle (2009) ressalta que a resolução de problemas deve ser vista como a principal estratégia de ensino, pois ela possibilita ao professor que inicie seu trabalho em sala de aula partindo do conhecimento prévio do aluno, ao contrário do que é feito normalmente em aulas tradicionais, em que o ensino parte do professor, e aquilo que os estudantes trazem de conhecimentos para a sala de aula é ignorado. O autor ainda destaca o valor de ensinar a partir da resolução de problemas, apesar de não ser fácil, pois as atividades precisam ser planejadas diariamente, levando em consideração a compreensão e os conhecimentos prévios dos estudantes e as necessidades do currículo.

Para realizarem com eficiência seu trabalho, os professores de Matemática devem se envolver com quatro componentes básicos durante o desenvolvimento de suas atividades: (1) valorizar a disciplina (componente curricular), o que significa fazer Matemática com prazer; (2) compreender como os estudantes aprendem e constroem ideias; (3) ter habilidades de planejar e selecionar as atividades de maneira que os estudantes aprendam Matemática num ambiente de resolução de problemas; (4) integrar a avaliação ao processo de ensino com o intuito de aperfeiçoar e melhorar a aprendizagem dos estudantes (VAN DE WALLE, 2009).

Aos terceiro e quarto componentes está vinculada a ideia da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Uma metodologia de ensino diferente das tradicionais que, em geral, enfatizam as regras de “como fazer” uma atividade. Trata-se de uma metodologia na qual a construção de conhecimento se faz “a partir” e “através” de problemas, denominados geradores, ou seja, aqueles que são propostos como ponto de partida e orientação para o ensino e a aprendizagem de novos conteúdos, conceitos, princípios ou procedimentos matemáticos. Por meio dessa metodologia de ensino, professores e alunos desenvolvem juntos um trabalho em que a aprendizagem se dá de modo colaborativo durante as aulas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2007).

Para que o professor obtenha êxito com o uso dessa metodologia de ensino, as autoras recomendam que os problemas sejam propostos de modo que

os estudantes possam se empenhar no “pensar sobre” e no desenvolvimento de importantes conceitos e procedimentos matemáticos. De acordo com esse enfoque, o ponto de partida das atividades matemáticas deixa de ser a definição dos conceitos e passa a ser o problema, de modo que a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida como aplicação da aprendizagem, mas como orientação para a construção da aprendizagem (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

Nesse contexto, “[...] é frequentemente difícil planejar mais do que alguns poucos dias de aula à frente. Se há um livro-texto tradicional, será preciso, muitas vezes, fazer modificações” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 223), pois existem bons motivos que possam justificar tal esforço, dentre os quais destacamos os cinco padrões de procedimento para a Matemática escolar, apontados pelo NCTM (2000), entre os quais a Resolução de Problemas aparece em primeiro lugar, seguida por Raciocínio e Prova, Comunicação, Conexão e Representação.

Considerando esses procedimentos, a abordagem que é explicitamente recomendada por essa organização é a do ensino de Matemática através da resolução de problemas. Assim, os estudantes percebem que são capazes de aprender Matemática e desenvolvem o entusiasmo por construírem conhecimento por meio do seu próprio raciocínio e esforço. E os professores, ao experimentarem ensinar Matemática através da resolução de problemas, não voltam aos moldes que costumavam ensinar antes, pois, dessa forma, conseguem obter dados para a tomada de decisões em sala de aula (ALLEVATO, 2014).

Por isso, para que os professores possam usufruir melhor essa metodologia de ensino em sala de aula, Allevato e Onuchic (2021) sugerem que eles proponham aos estudantes problemas que tenham como objetivo a construção de novos conceitos e conteúdos antes de apresentarem sua teoria e a linguagem matemática formal, e que estejam de acordo com o ano/série de escolaridade.

Além disso, alguns autores têm-se debruçado na tentativa de indicar caminhos para que o professor possa colocar em prática o uso da resolução de

problemas em suas aulas. Assim sendo, apresentaremos uma sugestão mais atual proposta por Allevato e Onuchic (2021, grifos nossos), em que as autoras apresentam dez etapas para o desenvolvimento das atividades matemáticas em sala de aula.

(1^a). **Preparação do problema** - Selecionar ou preparar um problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento;

(2^a). **Leitura individual** - Entregar o problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura;

(3^a). **Leitura em conjunto** - Solicitar nova leitura do problema, agora em pequenos grupos de alunos;

(4^a). **Resolução do problema** - Não havendo dúvidas quanto ao enunciado do problema, os alunos, em seus grupos, buscam resolvê-lo;

(5^a). **Observar e incentivar** - Enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento deles e estimula o trabalho colaborativo. Como mediador, leva os alunos a pensarem, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles;

(6^a). **Registro das resoluções na lousa** - Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções;

(7^a). **Plenária** - Os alunos são convidados a discutir as diferentes resoluções registradas na lousa, defender seus pontos de vista e esclarecer suas dúvidas;

(8^a). **Busca do consenso** - Sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto;

(9^a). **Formalização do conteúdo** - Nesse momento, o professor registra na lousa uma apresentação formal do conteúdo matemático, organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando conceitos, princípios e procedimentos construídos através da resolução do problema;

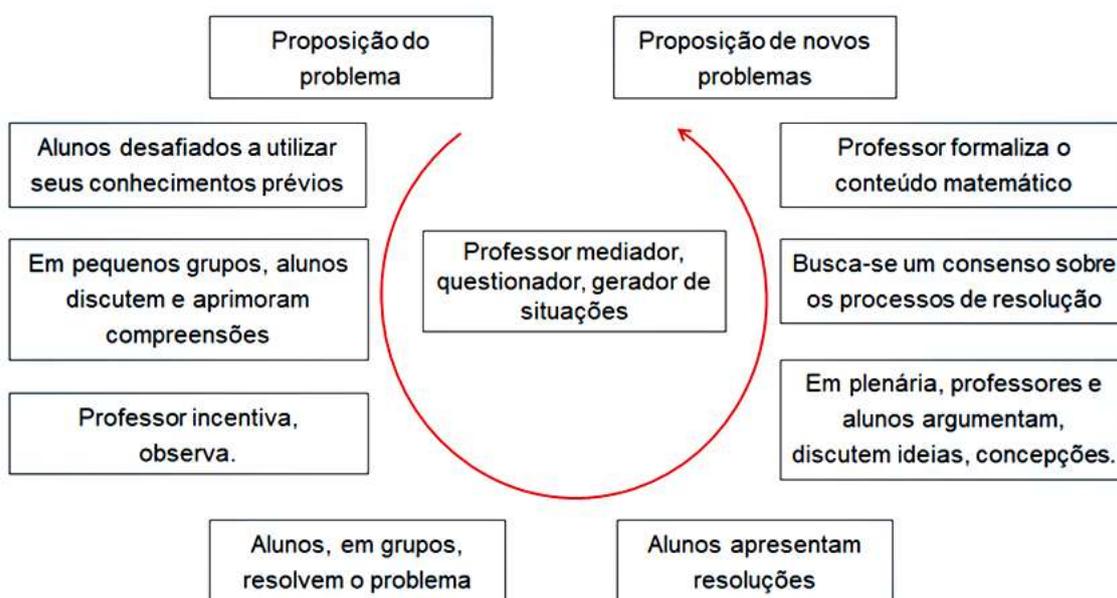
(10^a). **Proposição e resolução de novos problemas** - Nessa última etapa, o professor ou os próprios alunos propõem novos problemas relacionados ao conteúdo estudado em sala de aula, com o intuito de reforçar ou avaliar a

aprendizagem após a formalização do conteúdo, ou mesmo de ampliar a aprendizagem, reiniciando o ciclo das dez etapas.

Vale destacar que essas etapas são flexíveis e, portanto, devem ser utilizadas e/ou adaptadas conforme a necessidade de cada turma.

Assim, a fim de relembrarmos essas etapas, apresentaremos a seguir um esquema sintético para que o professor possa usufruir melhor a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em suas aulas.

Figura 1 - Esquema da Metodologia proposta por Allevato e Onuchic



Fonte: Allevato; Onuchic (2021)

Nessa metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático, de acordo com o programa da disciplina para a série/ano escolar em que eles se encontram, e que seja mais apropriado à resolução do problema proposto. O ensino e a aprendizagem de um tópico matemático começam com um problema gerador que expressa aspectos-chave desse tópico; técnicas matemáticas são desenvolvidas na busca de soluções para o problema apresentado e a avaliação é feita continuamente durante a sua resolução (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

Ou seja, nessa metodologia, a avaliação se faz presente em todo o processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Pironel e Vallilo (2017), a

avaliação é intrínseca aos atos de ensinar e aprender, uma vez que deve favorecer a compreensão do desenvolvimento do estudante, permitindo ao professor que trace estratégias para o planejamento de suas aulas.

Ao finalizarmos esta seção, destacaremos alguns fatores relativos a essa abordagem. Segundo Allevato e Onuchic (2021), a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas não exclui as demais abordagens, ou seja, os ensinamentos “para” e “sobre” a resolução de problemas.

Isso significa que, quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre Resolução de Problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO, 2005, p. 61).

Concordamos com as autoras (ALLEVATO, 2005; ALLEVATO; ONUCHIC, 2021) que a abordagem de ensino de Matemática através da Resolução de Problemas é uma metodologia que, em nossa visão, apresenta-se mais completa que as outras duas, mas não as exclui do processo. Além disso, e de acordo com as autoras, essa abordagem incentiva o estudante a ser mais autônomo, a construir seu próprio conhecimento e a perceber suas reais condições de aprendizagem e dificuldades, o que possibilita o desenvolvimento de sua capacidade de pensar matematicamente, utilizando diferentes estratégias de resolução, propiciando aumentar sua compreensão em relação aos conteúdos, conceitos e procedimentos matemáticos. Além disso, permite tanto aos estudantes quanto aos professores realizarem uma avaliação mais consistente e individualizada, possibilitando o redirecionamento das atividades de ensino como um todo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente texto tem por finalidade apresentar algumas reflexões acerca dos conceitos e das abordagens que fundamentam a resolução de problemas nas aulas de Matemática, apresentando aquela que os documentos oficiais e

pesquisadores da área indicam como sendo a mais ideal para a compreensão e construção do conhecimento por parte dos alunos, ou seja, o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas.

Essa abordagem considera o problema como ponto de partida e orientação para a aprendizagem matemática, colocando o aluno no centro das atenções das atividades em sala de aula, sem deixar de lado o papel do professor, que é o de organizar e mediar os processos de resolução, buscando a formação de alunos autônomos e responsáveis pelo seu processo de aprendizagem. Do mesmo modo, o ensino-aprendizagem-avaliação abordado de forma integrada tem por objetivo expressar uma concepção de que ambos (ensino-aprendizagem e avaliação) devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo estudante, e, dessa forma, a avaliação é realizada durante todo o processo de resolução do problema.

Isso significa dizer que o uso da avaliação, dessa forma, potencializa o desenvolvimento do aluno na aprendizagem matemática, além de auxiliá-lo no seu desenvolvimento crítico e criativo para que se torne um cidadão participativo em sua comunidade.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. *Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência*. 370 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. *VIDYA*, Santa Maria, 2014, v. 34, n. 1, p. 209-232, jan./jun., 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/26/214>. Acesso em: 08 dez. 2022.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O Ensino de Números Reais e Proporcionalidade através da Resolução de Problemas. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2007, Santiago de Querétaro. *Anais do XII CIAEM*. Benemérita Escuela Normal de Querétaro: Edebé México, 2007, p. 1-12, CD-ROM.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; JAHN, Ana Paula; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O Computador no Ensino e Aprendizagem de Matemática: reflexões sob a Perspectiva da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL-JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio. (Org.). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 247-277.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. As Conexões Trabalhadas através da Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática. *REnCiMa - Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. São Paulo, v. 10, n. 2, p. 1-14, 2019. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2334>. Acesso em: 29 jan. 2023.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et al. (Org.). *Resolução de Problemas: teoria e prática*. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021, p. 37-57.

BRASIL, Luís Alberto dos Santos. *Estudo Dirigido de Matemática no Ginásio*. São Paulo: Fundo de Cultura, 1964.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros curriculares nacionais - Matemática 1º e 2º ciclos: Matemática*. Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Educação é a Base. Brasília: MEC, 2018.

COSTA, Manoel dos Santos. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de *Proporcionalidade através da Resolução de Problemas*: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de matemática. 292 f. 2012. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. São Paulo: Editora Ática, 1989.

ECHEVERRÍA, María Del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In: POZO, Juan Ignacio. (Org.). *A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 13-42.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. revisada. Campinas: Autores Associados, 2012.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisas*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

HATFIELD, Larry L. Heuristical Emphases in the Instruction of Mathematical Problem Solving: Rationales and Research. In: HATFIELD, Larry L.; BRADBARD, David A. (Org.). *Mathematical Problem Solving: papers from a research workshop*. Columbus: ERIC, 1978.

HEMBREE, Ray; MARSH, Harold. Problem solving in early childhood: building foundations. In: JENSEN, Robert J. (Org.). *Research ideas for the classroom: Early Childhood Mathematics*. New York: NCTM and Macmillan, 1993, p. 151-170.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics - NCTM. *An agenda for action: recommendations for school mathematics for the 1980s*. Reston: NCTM, 1980. Disponível em: <<http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=17278>>. Acesso em: 25 fev. 2023.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics - NCTM. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM, 2000. Disponível em: [https://www.nctm.org/store/Products/NCTM-Principles-and-Standards-for-School-Mathematics,-Full-Edition-\(PDF\)/](https://www.nctm.org/store/Products/NCTM-Principles-and-Standards-for-School-Mathematics,-Full-Edition-(PDF)/). Acesso em: 18 dez 2022.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo Carvalho. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005, p. 213-231.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. O Trabalho com Conexões através da Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, *Anais do VII SIPEM*. SBEM, 2018. p. 1-12.

PIRONEL, Márcio. VALLILO, Sabrina Aparecida Martins. O papel da Avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL-JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio. (Org.). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 279-304.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SCHROEDER, Thomas L.; LESTER JR, Frank K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, Paul R.; SHULTE, Albert P. (Ed.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. Reston: NCTM, 1989.

THOMPSON, Alba G. Learning to Teach Mathematical Problem Solving: Changes in Teachers' Conceptions and Beliefs. In: CHARLES, Randall I.; SILVER, Edward A. (Ed.). *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Virginia: Laurence Erlbaum Associates, 1989.

VAN DE WALLE, John A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Tradução: Paulo Henrique Coloneses, 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIANNA, Carlos Roberto. Resolução de Problemas. In: Futuro Congressos e Eventos (Org.). *Temas em Educação I - Livro das Jornadas*. Curitiba: Futuro Congressos e Eventos, 2002, p. 401-410.

Recebido em: 01/04/2023

Aprovado em: 24/07/2023

Publicado em: 26/07/2023