

“Uma teoria experimental dos quanta de luz” de Louis de Broglie: uma tradução comentada

Alexsandro de Almeida Barros

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática – UEPB.

Marcos Antônio Barros

Professor do Programa de Pós-graduação em Ensino de
Ciências e Educação Matemática – UEPB

Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências – UFBA.

✉ marcos_fis@hotmail.com

Recebido em 13 de dezembro de 2017

Aceito em 24 de maio de 2018

Resumo:

Este artigo apresenta e discute uma das comunicações escritas em língua inglesa, enviada a *Philosophical Magazine* pelo físico francês Louis de Broglie, em 1924, intitulada “A tentative theory of light quanta”. No referido trabalho, de Broglie traz uma síntese das ideias tratadas em outros três artigos publicados em francês e propõe a elaboração de uma teoria dualística para a luz, enquanto explicação para muitos fenômenos que não podiam ser corretamente explicados pelas teorias ondulatória e corpuscular, se isoladas. Além de discutir resultados já conhecidos pela comunidade científica de sua época, os trabalhos de de Broglie apresentam ideias totalmente originais, embora já contivessem conceitos que são cruciais para a explicação de muitos fenômenos conhecidos atualmente (a exemplo do laser). Acreditamos que este material possa servir de suporte para a discussão dos principais aspectos dos trabalhos iniciais de de Broglie, haja vista que algumas de suas ideias são ainda adotadas, atualmente, e constituem parte dos conteúdos de física moderna e contemporânea.

Palavras-chave: De Broglie, Quanta de luz, Dualidade onda-partícula, Física Moderna e Contemporânea.

De Broglie’s “A tentative theory of light quanta”: a commented translation

Abstract:

This article presents and discusses one of the communications written in English, sent to *Philosophical Magazine* by the French physicist Louis de Broglie, in 1924, entitled "A tentative theory of light quanta". In this work de Broglie brings a synthesis of the ideas treated in three other articles published in French and proposes the elaboration of a dualistic theory for light as an explanation for many phenomena that could not be correctly explained by the wave and corpuscular theories if isolated. In addition to discussing results already known to the scientific community of his time, de Broglie's works present totally original ideas and had already contained concepts that are crucial for explaining many phenomena known today (e.g. laser). We believe that this material can serve as a support for the discussion of the main aspects of de Broglie's initial works, since some of his ideas are still adopted today and are part of the contents of modern and contemporary physics.

Keywords: De Broglie, Quanta of light, Wave-particle duality, Modern and contemporary physics.

“Una teoría experimental de la cuenta de luz” de Louis de Broglie: una traducción comentada

Resumen:

Este artículo presenta y discute una de las comunicaciones escritas en lengua inglesa, enviada a *Philosophical Magazine* por el físico francés Louis de Broglie, en 1924, titulada "La intensa teoría de la luz cuánta". En el referido trabajo, de Broglie trae una síntesis de las ideas tratadas en otros tres artículos publicados en francés, y propone la elaboración de una teoría dualística para la luz como explicación para muchos fenómenos que no podían ser correctamente explicados por las teorías ondulatoria y corpuscular, si aisladas. Además de discutir resultados ya conocidos por la comunidad científica de su época, los trabajos de Broglie presentan ideas totalmente originales y ya contenían conceptos que son cruciales para la explicación de muchos fenómenos conocidos actualmente (a ejemplo del láser). Creemos que este material puede servir de soporte para la discusión de los principales aspectos de los trabajos iniciales de Broglie, teniendo en cuenta que algunas de sus ideas todavía se adoptan actualmente y forman parte de los contenidos de física moderna y contemporánea.

Palabras clave: De Broglie, Cuánto de luz, Dualidad onda-partícula, Física Moderna y Contemporánea.

INTRODUÇÃO

A Teoria quântica é indubitavelmente uma das grandes conquistas do pensamento científico do século XX. Poderíamos nos referir a sua essência e contrastes com a física clássica de variadas formas. De maneira simplista, podemos caracterizá-la, por exemplo, em termos de “pacotes” de energia, do papel desempenhado pela probabilidade, da relação entre observador e objeto quântico, em termos da impossibilidade de medir, simultaneamente e sem incertezas, determinadas grandezas, ou, ainda, em termos de uma dualidade onda-partícula¹. Esse último aspecto esteve intimamente ligado a debates e interpretações diferentes, ocorridos a partir do início do século XX, dentre os quais podemos destacar, por um lado, os físicos Bohr e Heisenberg e, do lado dos dissidentes, de Broglie, Einstein e Schrödinger. O que Popper (1982) chamou de “o cisma na física” nunca realmente cessou, levando-nos ainda hoje à sensação de desconforto em torno da teoria quântica.

Dentre os principais estudos realizados naquele período, podemos destacar o problema da distribuição de energia no espectro contínuo do corpo-negro; a introdução da ideia de *quanta* de energia na radiação em 1905; o cálculo do calor específico dos sólidos em 1907; o modelo de estados estacionários discretos proposto por Bohr em 1913 e os estudos com os fenômenos de interferência e difração² de raios X entre as décadas de 1890 e 1910.

¹ Ver (BALSAS 2013, p. 15); (PESSOA JR., 2003, p.1).

² Uma análise detalhada da descoberta dos raios X por Röntgen em 1895, bem como a repercussão de seus trabalhos, pode ser encontrada em Martins (1998) e Martins (1997). Um resumo acerca dos primeiros estudos

Os estudos com os raios X e os artigos de Einstein de 1905 e 1909 sobre a “radiação negra”³ tiveram particular importância para os primeiros trabalhos do físico francês Louis de Broglie sobre os quanta de luz, publicados entre os anos 1922 e 1924. No primeiro⁴ destes artigos, de Broglie assume uma natureza corpuscular para luz e estuda a radiação negra como sendo um gás formado por quanta, semelhantemente ao que havia feito Einstein em 1905, na explicação sobre o efeito fotoelétrico.

Entretanto, a novidade introduzida por de Broglie consistiu em atribuir aos quanta uma massa finita e tratá-los empregando as equações da relatividade. Utilizando-se dessa abordagem, ele obteve vários resultados compatíveis com a teoria eletromagnética da luz, como também mostrou ser possível obter a lei de Planck da radiação negra sem nenhuma hipótese ondulatória, utilizando apenas mecânica estatística, teoria da relatividade e a hipótese de moléculas de luz - muito embora esse último feito já tivesse sido realizado em 1921 por outro físico. Pouco tempo depois, em seu segundo artigo de 1922⁵, o físico francês mostra que é possível explicar um fenômeno atribuído à interferência de ondas, utilizando-se da ideia de moléculas de luz, acima descrita, embora não tenha tentado explicar os fenômenos usuais de interferência nesse trabalho⁶.

Em trabalhos posteriores, a abordagem corpuscular foi substituída por uma combinação entre aspectos ondulatórios e corpusculares, dando início à elaboração de uma teoria dualística para a luz. Em resumo, ele atribui a todo objeto quântico (elétron, próton, quantum de luz, etc.) um tipo de processo periódico interno, defendendo que não existem diferenças entre os quanta de luz e os demais objetos quânticos e que ambos devem ser tratados, utilizando-se as equações da teoria quântica, $E=h\nu$ e de energia da relatividade, $E=mc^2$.

A velocidade destes corpúsculos - acredita de Broglie - corresponde à velocidade de grupo de um conjunto de ondas de fase cujas frequências são ligeiramente próximas entre si.

com raios X é feita na seção 1.7 de Martins e Rosa (2014). Este livro apresenta uma análise detalhada das publicações originais em francês de de Broglie. Apenas duas das comunicações de de Broglie, uma publicada na revista *Nature* (DE BROGLIE, 1923d) e outra na *Philosophical magazine*, foram escritas em inglês.

³ Isto é, a radiação de corpo negro. Esta é uma nomenclatura que às vezes será adotada também por de Broglie, no seu artigo, para se referir a este tipo de radiação.

⁴ (DE BROGLIE, 1922a).

⁵ (DE BROGLIE 1922b).

⁶ (MARTINS, ROSA, 2014, pp. 135-161).

Além disso, segundo ele, todas as partículas podem sofrer o fenômeno de interferência, ao atravessar fendas estreitas e elas não obedecem ao princípio da inércia em regiões, nas quais estão livres de forças externas ⁷.

Os artigos iniciais de de Broglie foram escritos à medida que ele ia desenvolvendo sua tese⁸ de doutoramento, defendida ao final de 1925. Todos os pontos de sua teoria, tratados nos artigos, seriam melhorados ou mais bem detalhados nesta tese. Antes da defesa, entretanto, o autor escreveu um resumo das suas ideias em forma de outro artigo (em inglês), em agosto de 1923, que foi publicado em 1924 na revista *Philosophical Magazine*⁹. Como ressalta Martins e Rosa (2014, p.197), grande parte do conteúdo deste último artigo corresponde aos três apresentados à Academia de Ciências em 1923. Em muitos pontos, o artigo escrito em inglês é mais completo e esclarece pontos obscuros das publicações anteriores em francês.

Como nos ressalta Guido Bacciagaluppi (2013, p.341), na conferência de Solvay, em 1927, a teoria de de Broglie foi amplamente discutida, apresentando quinze páginas dedicadas à teoria da onda piloto, com questões e comentários de Born, Brillouin, Ehrenfest, Lorentz, Kramers, Einstein, Schrödinger e Pauli. Após o seu seminário, vários questionamentos foram realizados e, dentre eles, a famosa questão levantada por Pauli (p.365), levando em consideração o processo de medida quântica, a partir da formulação apresentada em sua teoria. De fato, a questão não foi respondida com todo o detalhe necessário, além de não conseguir, naquele momento, dar uma interpretação física para a sua “onda Piloto”, que era definida no espaço de configurações e não no espaço-tempo. Posteriormente, em 1952, como nos assegura Bacciagaluppi (2013, p.229), ele e D. Bohm retomam os trabalhos dando uma nova interpretação aos fenômenos quânticos.

Apresentamos, a seguir, uma tradução para o português daquele artigo e comentaremos alguns pontos que julgamos mais relevantes para a compreensão do contexto, no qual os trabalhos do físico francês estavam inseridos. Acreditamos que este material possa servir de suporte para a discussão dos principais aspectos dos trabalhos iniciais de de Broglie, haja vista que algumas de suas ideias são, ainda, adotadas, atualmente, e constituem parte dos conteúdos de física moderna e contemporânea.

⁷ (*ibid*, p. 175, 192; BROWN, MARTINS, 1984).

⁸ (DE BROGLIE, 1924f).

⁹ (DE BROGLIE, 1924a)

TRADUÇÃO

A Tentative Theory of Light Quanta.

de LOUIS DE BROGLIE^{*10}

I. O Quantum de Luz.

A evidência experimental, acumulada nos últimos anos, parece ser bastante conclusiva em favor da realidade dos quanta de luz. O efeito fotoelétrico, que é o mecanismo principal da troca de energia entre radiação e matéria, parece reforçar a possibilidade de sempre estar governado pela lei fotoelétrica de Einstein; experimentos sobre ações fotográficas; os resultados recentes de A. H. Compton sobre a mudança no comprimento de onda dos raios-X espalhados¹¹ teriam grande dificuldade de serem explicados sem uso do conceito de quantum de luz. O lado teórico da teoria de Bohr - sustentada por muitas provas experimentais - fundamenta-se no postulado de que átomos podem emitir ou absorverem¹² energia radiante de frequência ν somente em quantidades finitas iguais a $h\nu$, e a teoria de

¹⁰ Comunicado por R. H Fowler, M. A.

¹¹ [N.T.] De Broglie refere-se aqui aos experimentos de Arthur Compton sobre o espalhamento dos raios X, realizados em torno dos anos 1920. Compton (1923) mostrou que diferentemente do que ocorria com os raios X de baixo poder de penetração (cujos resultados experimentais eram explicados classicamente por J. J. Thompson), o comprimento dos raios X de alto poder de penetração não mantinham o mesmo comprimento de onda após o espalhamento. Compton mostrou, ainda, que “o comprimento de onda dos raios espalhados é inquestionavelmente maior do que o dos raios primários que os excita” (COMPTON, 1923, tradução nossa) e que o comprimento dessa radiação secundária depende do ângulo de espalhamento (JAMMER, 1966, p.158). Compton tentou explicar o fenômeno, inicialmente, utilizando a teoria ondulatória e, após tentativas malsucedidas, utilizou a hipótese dos *quanta* juntamente com a dinâmica relativística para o elétron e obteve uma boa concordância; muito embora outros fenômenos como a interferência, ainda não podiam ser explicados senão pela teoria ondulatória. Em suma, a descoberta do efeito Compton não era àquela época um argumento crucial a favor dos *quanta*, segundo explicam Martins e Rosa (2014, pp.128-134).

¹² [N. T.] Bohr inicialmente fundamenta seu modelo de órbitas circulares para o átomo de hidrogênio em dois postulados. O primeiro, chamado “postulado quântico”, estabelece um conjunto de estados estacionários discretos ($n = 1, 2, 3, \dots$) como condição para a estabilidade de um sistema atômico, sendo que em cada transição entre dois desses estados, o sistema absorve ou emite radiação de frequência ν , igual à diferença de energia entre aqueles estados dividida pela constante de Planck h (o que equivale dizer que o sistema emite ou absorve energia em quantidades $E=h\nu$). O segundo postulado diz respeito à quantificação do momento angular permitido para órbitas circulares (BALSAS, 2013, p. 52). Com esses dois postulados, Bohr encontra uma excelente concordância com a fórmula empírica obtida por Balmer em 1885. Entretanto, a abordagem inicial de Bohr era não-relativística e, após outros experimentos, realizados em 1914, mostrarem pequenos desacordos entre essa teoria e os comprimentos de onda nas linhas de emissão, Bohr introduz no seu modelo a variabilidade relativística da massa dos átomos de hidrogênio na expressão matemática da frequência ν (JAMMER, 1966, p. 89).

Einstein das flutuações de energia na radiação negra¹³ leva-nos necessariamente às mesmas ideias.

Vou admitir, neste trabalho, a existência real dos quanta de luz, e tentar ver como seria possível conciliá-la com a forte evidência experimental na qual se baseou a teoria ondulatória.

Por questão de simplicidade, é natural admitir que os quanta de luz são idênticos e que apenas suas velocidades são diferentes. Assumo que “a massa de repouso” de todo quantum de luz tem um dado valor m_0 , uma vez que os átomos de luz têm velocidades muito próximas à velocidade limite de Einstein c . Eles precisam ter uma massa extremamente pequena (não no senso matemático de infinitamente pequeno); a frequência da radiação correspondente deve estar relacionada à energia total do quantum pela relação

$$h\nu = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \left(\beta = \frac{v}{c} \right);$$

Mas, já que $1 - \beta^2$ é muito pequeno, podemos escrever,

$$\beta = \frac{v}{c} = 1 - \frac{1}{2} \frac{m_0^2 c^4}{h^2 \nu^2}.$$

Os quanta de luz podem ter velocidades com valores ligeiramente diferentes de c , mas que não podem ser diferenciados por nenhum meio experimental. Aparentemente, m_0 deve ser no máximo da ordem de 10^{-50} g ¹⁴.

¹³ [N.T.] Einstein, em seu artigo de 1905, afirma que “A radiação monocromática de baixa densidade [baixa temperatura] (dentro do domínio de validade da fórmula de Wien) se comporta do ponto de vista da termodinâmica como sendo constituída de um número de quanta de energia independentes, de valor $R\beta\nu/N$ ” (EINSTEIN, 1905, p. 372, da versão inglesa). Como lembra Max Jammer, a ideia de uma radiação com estrutura granular era totalmente contrária à teoria eletromagnética ondulatória da luz adotada na época – e que era apoiada por importantes experimentos (JAMMER, 1966, p.30).

¹⁴ [N. T.] Como lembra Martins e Rosa (2014), a ideia de uma massa não nula para os quanta de luz atribuída por de Broglie foi imediatamente criticada por Wilhelm Anderson em uma nota rápida, publicada na mesma revista. Anderson utilizou as fórmulas relativísticas de de Broglie e mostrou que seria possível escolher um valor de frequência (ou de período) tal que levaria à velocidade nula das ondas. Em suas palavras, “M. De Broglie estima

Naturalmente, o quantum de luz deve ter uma simetria binária interna correspondente a uma simetria de uma onda eletromagnética definida por algum eixo de polarização. Devemos nos referir novamente a este ponto posteriormente.

II. A radiação Negra como um gás de Quanta.

Consideremos um gás¹⁵ constituído pelos quanta de luz, conforme já fora descrito. Em uma dada temperatura (não muito próxima ao zero absoluto), quase todos estes átomos de luz teriam velocidades $v = \beta c$ aproximadamente igual a c . A energia total de um destes átomos é

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

E seu momentum é

$$G = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

Temos, então, aproximadamente que,

$$G = \frac{W}{c}.$$

A pressão do gás nas paredes do recinto fechado é facilmente verificada como sendo

m_0 como sendo da ordem $10^{-50}g$. Vamos tomar um oscilador de período $T=726_{2/3}$ segundos. Se introduzirmos na fórmula de De Broglie $m_0 = 10^{-50}$, $c = 3.10^{10}$, $h = 6,54. 10^{-27}$ e $v = 1/T = 1 / 726_{2/3} = 3/ 2180$, o resultado será $v = 0$ ” (ANDERSON, 1924, tradução nossa).

¹⁵ [N.T.] Um tratamento mais detalhado para o gás de quanta é feito no capítulo “La mécanique statistique et les quanta” de sua tese (DE BROGLIE, 1924f, p. 104-22). De Broglie inicia o capítulo debatendo alguns resultados conhecidos da termodinâmica estatística e, em seguida, estuda as novas concepções de equilíbrio de um gás, a hipótese dos átomos de luz e as flutuações de energia na radiação negra.

$$p = \frac{n}{6} \cdot G_c = \frac{1}{3} nW,$$

Se n for o número de quanta de luz num elemento de volume, esta expressão é a mesma que a fornecida pela teoria eletromagnética; enquanto que sem o uso das fórmulas da relatividade, devemos encontrar um resultado duas vezes maior que esse.

Agora surge uma questão: podemos aplicar aos quanta de luz a lei da partição da energia de Maxwell? Ela ainda é válida na dinâmica de Einstein e no teorema de Liouville¹⁶, em que está embasada a Dinâmica Estatística. Podemos usar, então, para uma célula elementar de extensão-em-fase, um valor proporcional a $dx dy dz dp dq dr$, se x, y e z forem coordenadas retangulares e p, q e r os momentos correspondentes. Em consequência da lei de distribuição canônica, o número de átomos cujos pontos representativos estão no elemento $dx dy dz dp dq dr$ deve ser proporcional a

$$e^{-\frac{W}{kT}} = dx dy dz dp dq dr = e^{-\frac{W}{T}} 4\pi G^2 dG dv,$$

Se dv for um elemento de volume e G o momentum. Mas desde que $G = \frac{W}{c}$, este número também é dado por

$$G^t e^{-\frac{W}{kT}} w^2 dw dv.$$

¹⁶ [N.T.] O teorema de Liouville (juntamente com outros princípios) fornece a fundamentação para toda a mecânica estatística atual. Grosso modo, esse teorema estabelece que para um sistema clássico de N partículas, isolado em um volume V e cuja dinâmica obedece às equações de Hamilton, a extensão no espaço de fases Γ (um espaço formado pelas coordenadas generalizadas q das partículas e seus momentos generalizados p) permanece constante durante a evolução do estado mecânico do sistema. Isto é, a medida do volume $V(t_1)$ do espaço de fase ocupado em forma contínua por pontos fase $\Gamma(t_1)$ é igual à medida do volume $V(t_2)$ ocupado pelas mesmas partes no instante t_2 . Matematicamente, o teorema de Liouville pode ser expresso através da equação $\partial \rho / \partial t = 0$, isto é, a derivada total de ρ no espaço de fase é nula para qualquer ponto e qualquer instante. A função $\rho(p, q, t)$ é a densidade de probabilidade de encontrar o sistema em um elemento de volume $dp dq$ no espaço de fase ao tempo t (STARIOLO, 2014, pp. 3-4; LUZZI, 1999, p. 66).

Cada quantum tem uma energia $h\nu$; então a energia total contida num volume dv transportada pelos quanta de luz é:

$$C^t e^{\frac{h\nu}{kT}} d\nu dv.$$

Esta é, obviamente, a forma limite da lei de radiação de Wien. Há dois anos¹⁷, utilizei a hipótese de Planck¹⁸ de que a extensão-em-fase era¹⁹ $\frac{1}{h^3} dx dy dz dp dq dr$ e mostrei que era possível encontrar para a densidade de energia radiante um valor²⁰

$$u_\nu d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 e^{\frac{-h\nu}{kT}} d\nu.$$

Este foi um resultado animador, mas não completo. Considerar os elementos de extensão em fase parecia ter um caráter um tanto misterioso e arbitrário. Além disso, a lei de

¹⁷ Veja *Journal de Physique*, Novembro 1922.

¹⁸ [N. T.] De Broglie cita essa hipótese de Planck em sua tese: “L’extension en phase d’une molécule est divisée en cellules d’égale probabilité dont la valeur est finie et égale à h^3 ” (DE BROGLIE, 1924f, p. 109). Ou seja, de acordo com esta hipótese, a extensão em fase de uma molécula pode ser dividida em células de igual probabilidade, cujo valor é igual a constante de Planck elevada à terceira potência.

¹⁹ [N. T.] Aqui há um pequeno erro de composição do artigo original: a expressão correta envolve a constante h elevada à terceira potência, e não h com subscrito 3. Em outras partes do artigo a expressão está escrita de maneira correta.

²⁰ [N.T.] Este resultado faz parte de sua primeira comunicação de 1922 (DE BROGLIE, 1922a). Naquele artigo, de Broglie parte inicialmente da ideia de quanta de luz e deduz a *forma geral* da lei de Wien – um resultado que, aliás, já havia sido obtido antes por outros estudiosos. Entretanto, a determinação da constante daquela fórmula era feita até então recorrendo-se à teoria ondulatória; o estudioso considerou o efeito causado pela polarização da luz e deduziu a fórmula de Wien utilizando somente mecânica estatística e relatividade (DARRIGOL, 1923, p. 333; LOCHACK, 1982, p. 937, citados por MARTINS, ROSA, 2014, pp.152-153). No entanto, de Broglie vai além e tenta deduzir, naquele artigo, a lei de Planck da radiação, a partir da ideia de átomos de luz sem recorrer à teoria ondulatória ou eletromagnética. Como ele próprio comentará mais adiante, foi necessário considerar que os quanta estavam aglomerados em moléculas, constituindo um gás. Neste modelo, o número de átomos de luz poderia variar para cada molécula, e ter-se-ia, dessa forma, uma mistura de diferentes “gases de luz”. Somando as energias de todos esses gases através de uma série, ele obteve a lei de Planck (MARTINS, ROSA, 2014, p. 154).

Wien é apenas uma forma limite da atual lei de radiação e fui obrigado a supor uma espécie de aglomeração de quanta para justificar outros termos da série.

Parece que essas dificuldades são agora eliminadas, mas devemos, antes de tudo, esclarecer outras ideias²¹. Retomaremos a discussão acerca do gás de “radiação negra” posteriormente.

III. Um Importante Teorema Acerca do Movimento dos Corpos .

Consideremos um móvel cuja “massa de repouso” é m_0 . Com relação a determinado observador, sua velocidade é $v = \beta c$ ($\beta < 1$). Em decorrência do princípio de energia inercial, ele contém uma energia interna equivalente a $m_0 c^2$. Além disso, a relação quântica sugere

atribuir a esta energia interna um fenômeno periódico de frequência $\nu_0 = \frac{1}{h} m_0 c^2$. Para um

observador fixo, a energia total é $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ e a frequência correspondente é $\nu = \frac{1}{h} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$.

Entretanto, se esse observador fixo observa o fenômeno periódico interno, ele verá a frequência diminuída e igual $\nu_1 = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$, o que significa dizer que, para ele, o fenômeno aparenta variar como $\sin 2\pi \nu_1 t$. A frequência ν_1 é essencialmente diferente da frequência ν_0 , mas são relacionadas por um importante teorema que nos fornece uma interpretação física de ν .

Suponhamos que no instante zero, o móvel coincide, no espaço, com uma onda de frequência ν , definida acima, se propagando com velocidade $\frac{c}{\beta} = \frac{c^2}{v}$. De acordo com as concepções de Einstein, entretanto, essa onda não pode transportar energia.

²¹ [N.T.] Nas duas próximas seções, de Broglie apresentará a ideia de ondas associadas às partículas, desenvolvida no primeiro artigo de 1923 (DE BROGLIE, 1923a), e a relação entre ótica e mecânica, apresentada no segundo artigo do mesmo ano (DE BROGLIE, 1923b). No trabalho seguinte, (DE BROGLIE, 1923c), o autor empregou a ideia de ondas associadas às partículas para deduzir novamente a fórmula da radiação de corpo negro de Planck. Essa dedução será apresentada de forma resumida por de Broglie na seção VIII do presente artigo, quando retomará a discussão do gás de quantum.

Nosso teorema é o seguinte: “Se, no início, o fenômeno interno do móvel está em fase com a onda, esta harmonia de fase irá sempre se manter”. De fato, no instante t , o móvel está a uma distância da origem $x = vt$ e o fenômeno interno é proporcional a $\sin 2\pi\nu_1 t \frac{x}{v}$; no mesmo local, a onda é determinada por $\sin 2\pi\nu \left(t - \frac{\beta x}{c} \right) = \sin 2\pi\nu x \left(\frac{1}{v} - \frac{\beta}{c} \right)$. Os dois senos serão iguais e a harmonia de fase vai sempre ocorrer se a seguinte condição for satisfeita:

$$\nu_1 = \nu(1 - \beta^2),$$

Condição claramente satisfeita pelas definições de ν e ν_1 .

Esse importante teorema está implícito na transformação de tempo de Lorentz. Se τ é o tempo próprio medido por um observador que se move juntamente com o móvel, o fenômeno interno será definido por este observador como sendo $\sin 2\pi\nu_0 \tau$. De acordo com a transformação de Lorentz, um observador parado deve descrever o fenômeno como $\sin 2\pi\nu_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left(t - \frac{\beta x}{c} \right)$, que pode ser interpretado como a representação de uma onda de frequência $\frac{\nu_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, espalhando-se ao longo do eixo com velocidade $\frac{c}{\beta}$.

Somos inclinados a admitir que qualquer móvel seja, talvez, acompanhado por uma onda e que é impossível separar a propagação desta onda do movimento do corpo²².

Essa ideia pode ser expressa também de outra forma. As ondas²³ de grupo, cujas frequências são aproximadamente iguais, possuem uma “velocidade de grupo” U , que foi

²² [N.T.] Uma representação didática desta situação é descrita em Martins e Rosa (2014, p.171).

²³ [N.T.] Após a apresentação de sua tese, de Broglie foi questionado a respeito da verificação experimental dessas ondas. Um experimento sugerido por ele foi o de difração de elétrons em cristais. A verificação experimental, entretanto, já havia sido despretensiosamente realizada em 1921 por Davisson e Kunsman. A ligação entre esse experimento e a teoria de de Broglie foi corretamente interpretada por Walter Elsasser, em 1925 (JAMMER, 1966, p. 249; BROWN, MARTINS, 1984).

estudada por Lord Rayleigh, e que na teoria usual é a velocidade de “propagação de energia”. Esta velocidade de grupo é relacionada à velocidade V pela relação

$$\frac{1}{U} = \frac{d\left(\frac{v}{V}\right)}{dv}.$$

Se v é igual $v = \frac{1}{h} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e V igual a $\frac{c}{\beta}$, encontramos $U = \beta c$ – que significa dizer “A velocidade do móvel é a velocidade de energia de um grupo de ondas possuindo frequências $v = \frac{1}{h} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e velocidades $\frac{c}{\beta}$ correspondendo a valores ligeiramente diferentes de β ”.

IV. Dinâmica e Ótica Geométrica.²⁴

Tentar estender as ideias anteriores para o caso de velocidade variável é um problema bastante difícil, mas muito sugestivo. Se um móvel descreve uma trajetória curva em um meio, dizemos que este meio é um campo de força; a energia potencial pode ser calculada para qualquer ponto e, quando o corpo atravessa este ponto, tem uma velocidade determinada pelo valor constante de sua energia total. Parece natural supor agora que a onda

²⁴ [N.T.] Nesta sessão, de Broglie irá apresentar parte dos resultados desenvolvidos no segundo artigo de 1923. Além de propor uma alteração na lei da inércia, a fim de explicar os fenômenos tipicamente ondulatórios (como veremos na sessão VI), de Broglie chama a atenção naquele artigo também para a *equivalência* entre o princípio de Fermat (da ótica geométrica) e o princípio mínima ação na forma de Maupertuis (da mecânica clássica). Embora inicialmente esteja trabalhando com estes princípios no limite clássico, de Broglie mostrará na sua tese (e antes da tese numa pequena nota anexada por ele ao final do artigo 1924a) que as expressões relativísticas destes dois princípios conduzem ao mesmo resultado. Por enquanto, ele aplicará a analogia (no domínio clássico) às condições de estabilidade do átomo de Bohr. Entretanto, como veremos na nota anexada por de Broglie, ele obterá um resultado notável ao expressar essa analogia numa notação espaço-temporal; estabelecendo, desta forma, uma relação geral em quatro dimensões, na qual tanto a relação quântica entre energia e frequência, quanto a famosa expressão $p=h/\lambda$, são casos particulares (MARTINS, ROSA, 2014, p.182-183; MARTINS, 2011, p. 399). Para maiores detalhes envolvendo os princípios de Maupertuis e Fermat (no domínio clássico), consultar Dugas (1955, p. 260), Martins e Silva (2007), e Moreira (1999).

de fase deve ter, em qualquer ponto, uma velocidade e uma frequência determinada pelo valor *que β teria se o corpo lá estivesse*. Durante a propagação, a onda de fase tem uma frequência ν constante e uma velocidade V que varia constantemente.

Possivelmente, um novo eletromagnetismo nos fornecerá as leis dessa complicada propagação, mas parece que sabemos de antemão o resultado: “Os raios da onda de fase são idênticos às trajetórias dinamicamente possíveis”. De fato, as trajetórias dos raios podem ser calculadas como num meio de dispersão variável através do Princípio de Fermat que podemos aqui escrevê-lo (λ = comprimento de onda, ds =elemento de trajetória):

$$\delta \int \frac{ds}{\lambda} = \delta \int \frac{\nu ds}{V} = \delta \int \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} ds = 0.$$

O princípio de mínima ação na forma de Maupertuis fornece a trajetória dinâmica por meio da equação,

$$\delta \int m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \sqrt{1 - \beta^2} \right) dt = \delta \int \frac{m_0 \beta^2 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} dt = \delta \int \frac{m_0 \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} ds = 0,$$

um resultado que justifica o que foi afirmado acima. É tão simples um matemático demonstrar que o teorema da fase harmônica é sempre válido que parece não ser necessário desenvolver a prova.

A presente teoria sugere uma importante explicação para as condições de estabilidade de Bohr. No tempo zero, o elétron está num ponto A de sua trajetória. A onda de fase

iniciando, nesse instante, a partir de A, vai descrever toda a trajetória e encontra novamente o elétron em A'. Parece bastante necessário que a onda deva encontrar o elétron em fase com ela. Isto é, "O movimento pode ser estável somente se a onda de fase estiver em ressonância sobre o comprimento da trajetória". A relação de ressonância é, então,

$$\int \frac{ds}{\lambda} \int_0^T \frac{m_0 \beta^2 c^2}{h \sqrt{1 - \beta^2}} dt = n,$$

(n número inteiro, T período de revolução).

Agora, podemos escrever a condição de estabilidade da teoria quântica, na forma geral dada por Einstein, a qual degenera em muitas condições de Sommerfield²⁵ para um caso quase periódico em consequência de um número infinito de pseudo-períodos.

Vamos chamar $p_x p_y p_z$ os momenta. A condição geral de Einstein é, então,

$$\int (p_x dx + p_y dy + p_z dz) = nh \quad (n \text{ inteiro}),$$

ou ainda,

$$\int_0^T \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dt = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \beta^2 c^2 dt = nh,$$

que é exatamente o resultado acima.

²⁵ [N.T.] Darrigol (1993, p. 342-343, 364-365) nos mostra que esta derivação apresenta falhas, pois a condição de que uma onda deve terminar em fase após um quase período não implica nas n condições separadas e mostradas nas equações.

V. A propagação dos Quanta de Luz e o Problema da Coerência.

Vamos, agora, utilizar nossos resultados para estudar a propagação de quanta de luz livres cujas velocidades sempre são ligeiramente inferiores a c . Podemos afirmar que “O átomo de luz cuja energia total é $h\nu$ abriga um fenômeno periódico que, para um observador fixo, possui, em cada ponto do espaço, a mesma fase como uma onda que se propaga na mesma direção com velocidade aproximadamente igual à c (ligeiramente superior)”. O quantum de luz é de alguma maneira uma parte da onda, mas, para explicar a interferência e outros fenômenos da ótica ondulatória, é necessário verificar como vários quanta de luz poderiam ser parte da *mesma* onda. Esse é o problema da coerência.

Na teoria dos quanta de luz, parece necessário levantar a seguinte hipótese: “Quando uma onda de fase atravessa um átomo excitado, esse átomo tem certa probabilidade de emitir um quantum de luz, determinada em cada instante pela intensidade da onda”. Esta hipótese pode parecer arbitrária, mas penso que qualquer teoria da coerência carece adotar um postulado deste tipo.

As emissões de raios- γ por substâncias radioativas são conhecidas por serem independentes, mas esta não pode ser considerada uma objeção contra nossa visão, pois a “meia-vida” de qualquer átomo radioativo conhecido é muito maior que o período dos raios- γ .

Assim, quando um átomo emite um quantum de luz, uma onda de fase esférica é simultaneamente emitida e, ao atravessar os átomos vizinhos do ponto de origem, irão excitar novas emissões²⁶. Essa onda de fase imaterial carrega muitos pingos de energia que deslizam lentamente sobre ela e cujos fenômenos internos são coerentes.

²⁶ [N.T.] Pode-se afirmar que essa conclusão de de Broglie, discutida inicialmente no seu segundo artigo de 1923, contém a ideia de emissão estimulada na forma que, posteriormente, foi utilizada para o desenvolvimento do *Laser* (MARTINS, ROSA, 2014, p.190-91). Ainda segundo os autores, costuma-se considerar que a ideia de emissão estimulada de radiação teve origem em um trabalho de Einstein de 1917. Entretanto, uma análise cuidadosa revela que este último utilizou, apenas, uma análise estatística nos seus trabalhos, enquanto que somente é possível explicar o processo de emissão estimulada utilizando a ideia de ondas associadas aos quanta de luz, e o

VI. Difração Por Uma Borda de Tela e o Princípio de Inércia.

A teoria corpuscular de Newton para a luz encontra, aqui, uma grande dificuldade. É sabido, desde Newton, que os raios de luz passando a uma pequena distância da borda de uma tela não permanecem retilíneos, mas que penetram na sombra geométrica. Newton atribuiu esse desvio à ação de alguma força exercida pela borda sobre o corpúsculo de luz.

Parece-me que este fenômeno é digno de uma explicação mais genérica, uma vez que parece existir uma íntima conexão entre o movimento dos corpos e a propagação de ondas e que os raios de onda de fase podem ser, agora, considerados como trajetórias (possíveis trajetórias) de quanta de energia. Somos inclinados a abandonar o princípio de inércia e afirmar que “O móvel precisa seguir sempre o mesmo raio de sua onda de fase”²⁷. Na propagação contínua, a forma da superfície de mesma fase mudará continuamente e o corpo sempre seguirá a perpendicular comum a duas superfícies infinitamente próximas.

Quando o princípio de Fermat não é mais válido pra calcular o raio da trajetória, o princípio de ação mínima não é mais válido para calcular a trajetória do corpo. Penso que essas ideias podem ser consideradas como um tipo de síntese entre ótica e dinâmica.

Precisamos especificar alguns pontos. O raio -que agora assume um importante significado físico em nossas ideias - pode ser definido como uma propagação *contínua* de uma pequena parte da onda de fase. Ele não pode ser determinado pelo cálculo geométrico para todas as ondas do vetor que é chamado na teoria eletromagnética de “radiante ou vetor de Poynting”.

princípio de correlação de fase, que foi empregado por de Broglie. Para esse, a emissão estimulada era uma maneira de explicar a coerência da radiação.

²⁷ [N.T.] Este resultado também faz parte do seu segundo trabalho de 1923. De Broglie está propondo uma modificação na lei da inércia, para explicar os fenômenos de interferência e difração, como mostrará mais adiante. Segundo ele, as partículas que se encontram em regiões nas quais estão livres de forças externas, não obedecem mais à lei da inércia, mas se movem seguindo raios perpendiculares às frentes de onda das ondas de fase associadas às mesmas, segundo explicam Martins e Rosa (2014, p.192).

Vamos considerar um tipo de experimento de Wiener²⁸. Enviamos um trem de ondas planas sobre um espelho perfeitamente refletor na direção normal; formam-se ondas estacionárias; o espelho refletor é um plano nodal para o vetor elétrico, o plano à distância $\lambda/4$ do espelho é um plano nodal para o vetor magnético, o plano à $\lambda/2$ é novamente um plano nodal para o vetor elétrico, e assim por diante. Em cada plano, o vetor radiante é nulo. Podemos dizer que esses planos não são atravessados por nenhuma energia? Evidentemente, não; podemos apenas dizer que os estados de interferência nesses planos são sempre os mesmos. Em todo caso de interferência, encontramos complexidade semelhante.

A propagação de energia, na teoria ondulatória, possui um caráter um tanto fictício, mas em contrapartida, o cálculo exato das franjas de interferência é facilmente realizado. Tentaremos ver, no próximo tópico, a razão disto.

VII. Uma Nova Explicação Para as Franjas de Interferência

Considere a detecção de luz num ponto do espaço – pela percepção de luz espalhada, por testes fotográficos, por efeitos caloríficos e, possivelmente, por outros meios. Parece que todos estes meios podem, de fato, ser reduzidos a ações fotoelétricas e espalhamento. Ora, quando um quantum de luz atravessa um átomo material, há certa probabilidade de ele ser absorvido ou espalhado, a qual depende de fatores externos.

Se uma teoria logra determinar essas probabilidades sem levar em conta o atual movimento de energia, talvez ela consiga prever, corretamente, a ação média entre radiação e matéria para cada local. Seguindo a teoria eletromagnética (e o princípio de correspondência de Bohr, consistente com esta visão), sou inclinado a supor que a probabilidade de um átomo material absorver ou espalhar um quantum de luz é determinada

²⁸ [N.T.] Este experimento é descrito em Martins e Rosa (2014, p.187-188).

pela resultante de um dos vetores das ondas de fase que se cruzam sobre ele. A hipótese precedente é bastante análoga à admitida pela teoria eletromagnética, ao ligar intensidade de luz detectável à intensidade do vetor elétrico resultante. Deste modo, no experimento de Wiener, a ação fotográfica apenas ocorre nos planos nodais do vetor elétrico. De acordo com a teoria eletromagnética, a energia magnética luminosa não é detectável.

Vamos considerar, agora, o experimento de interferência de Young. Alguns átomos de luz atravessam completamente as fendas e se difratam, seguindo o raio da porção da onda de fase que o cerca. No espaço atrás da parede, sua capacidade de ação fotoelétrica viria de ponto a ponto, segundo o estado de interferência das duas ondas de fase que atravessam as duas fendas. Observaremos, então, franjas de interferência, apesar de serem poucos os quanta refratados e a luz incidente ser de baixa intensidade. Os quanta atravessam todas as franjas claras e escuras; somente sua habilidade para agir sobre a matéria é que está mudando constantemente. Este tipo de explicação, que, possivelmente, remove ao mesmo tempo as objeções contra o quantum de luz e contra a propagação de energia através de franjas escuras, pode ser generalizada para todos os fenômenos de interferência e difração.

VIII. Os Quanta e a Teoria Dinâmica dos Gases

Com o objetivo de calcular as constantes de entropia e as assim chamadas “constantes químicas”, Planck e Nernst têm sido forçados a introduzir a ideia do quantum na teoria dos gases. Como explicado acima, Planck escolhe um elemento de extensão em fase igual a

$$\frac{1}{h^3} dx dy dz dp dq dr \quad \text{ou} \quad \frac{4\pi}{h^3} m_0^{3/2} \sqrt{2w} dw dx dy dz.$$

Devemos agora tentar justificar essa adoção.

Cada átomo de velocidade βc pode ser considerado ligado a um grupo de ondas cujas

velocidade de fase é $v = \frac{c}{\beta}$, frequência $\nu = \frac{1}{h} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e velocidade de grupo $U = \beta c$. O gás é estável somente se as ondas correspondentes a todos os átomos constituírem um sistema de ondas estacionárias. Usando o bem conhecido método fornecido por Jeans, encontramos para o número de onda por unidade de volume cujas frequências estão incluídas no intervalo $\nu, \nu + d\nu$ ²⁹:

$$n_\nu d\nu = \frac{4\pi}{UV^2} \nu^2 d\nu = \frac{4\pi}{c^3} \beta \nu^2 d\nu.$$

Se w é a energia cinética de um átomo e ν a correspondente frequência, então:

$$h\nu = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = w + m_0 c^2 = m_0 c^2 (1 + \alpha),$$

Onde,
$$\alpha = \frac{w}{m_0 c^2}.$$

Agora é muito fácil encontrar que $n_\nu d\nu$ é dado pela equação:

$$n_\nu d\nu = \frac{4\pi}{h^3} m_0^2 c (1 + \alpha) \sqrt{\alpha(2 + \alpha)} dw.$$

Cada onda de fase pode ser carregada com um, dois ou mais átomos. Daí, então, de acordo com a lei canônica, o número de átomos cuja energia é $h\nu$, será proporcional a:

²⁹ Léon Brillouin, *Théorie des Quanta*, p. 38. Paris: A. Blanchard.

$$\frac{4\pi}{h^3} m_0^2 c (1 + \alpha) \sqrt{\alpha(2 + \alpha)} dw dx dy dz \sum_1^{\infty} e^{-\frac{nh\nu}{kT}}.$$

Vamos considerar primeiro um gás material cujos átomos têm massa relativamente elevada e velocidades relativamente baixas. Podemos, então, negligenciar todos os termos da série, exceto a primeira, e podemos também aplicar $1 + \alpha = 1$. O número de átomos cuja energia cinética é w será, negligenciando um fator constante³⁰,

$$\frac{4\pi}{h^3} m_0^{3/2} \sqrt{2w} dw dx dy dz e^{-\frac{w}{kT}},$$

um resultado que justifica o método de Planck e leva à forma usual da lei de Maxwell.

No caso de um gás de quanta de luz, α é sempre grande e, além disso, podemos usar a série completa. Em consequência da simetria binária³¹ interna do quantum de luz, devemos introduzir um fator 2, e encontramos que a densidade de energia radiante é proporcional a:

$$\frac{8\pi}{h^3 c^3} w^3 \sum_1^{\infty} e^{-\frac{nh\nu}{kT}} dw = \frac{8\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu.$$

Um método desenvolvido em *Journal de physique*, novembro de 1922, mostra que o fator de proporcionalidade é unitário, de modo que obtemos a atual lei da radiação.

³⁰ [N. T.] Esta fórmula (multiplicada por uma constante, que neste caso foi negligenciada por de Broglie) já havia sido utilizada por Planck (embora não tenha justificado teoricamente) para calcular a entropia e as “constantes químicas” dos gases. Ela conduz à lei de distribuição de velocidades de Maxwell para as moléculas de um gás (MARTINS, ROSA, 2014, p. 194).

³¹ [N.T.] De Broglie refere-se aqui aos dois estados de polarização da luz, semelhantemente à consideração feita no segundo artigo de 1923. Há uma tendência a ver esta proposta - desenvolvida inicialmente por Léon Brillouin - como uma antecipação daquilo que chamaríamos, em termos atuais, de “spin do fóton” (MARTINS & ROSA, 2014, p. 260).

IX .Questões em Aberto

As concepções expostas neste artigo, se forem aceitas, exigirão uma ampla modificação da teoria eletromagnética. As chamadas “energias elétrica e magnética” devem ser apenas um tipo de valor médio, sendo toda energia real dos campos, provavelmente, de uma estrutura fina corpuscular. Construir um novo eletromagnetismo parece ser uma tarefa difícil, mas temos uma ideia guia: de acordo com o princípio da correspondência e afirmações acima, os vetores de definição da antiga teoria eletromagnética poderia fornecer a probabilidade de reação entre matéria e energia fina.

O novo eletromagnetismo proporcionará a solução de muitos problemas. As leis de propagação das ondas dadas pela teoria de Maxwell serão, provavelmente, válidas para ondas de fase luminosas desprovidas de energia e o espalhamento da energia será explicado pela curvatura resultante dos raios (ou seja, as trajetórias dos quanta de luz). Essa parece ser uma grande analogia entre espalhamento de energia e espalhamento de corpúsculos; diminuição da velocidade de partículas, atravessando uma tela pode também ser similar à diminuição das frequências de raios X por espalhamento, que recentemente foi calculado e verificado por A. H. Compton.

Explicar a dispersão ótica será mais difícil. As teorias clássicas (incluindo a teoria do elétron) fornece apenas uma visão geral desse fenômeno, que são produzidos por complexas reações elementares entre átomos e radiação. Aqui, certamente, somos obrigados a distinguir de forma precisa o movimento real da energia de propagação do estado de interferência resultante. Um tipo de “ressonância” mostrado por variação de índice refrativo, talvez, não mais seja irreconciliável com a descontinuidade da luz.

Muitas outras questões permanecem em aberto: qual é o mecanismo da absorção de Bragg? O que acontece quando um átomo passa de um estado estável a outro, e como ele ejeta

um único quantum? Como podemos introduzir a estrutura granular de energia dentro de nossas concepções de ondas elásticas e da teoria do calor específico de Debye?

Finalmente, devemos mencionar que a relação do quantum permanece ainda um tipo de postulado definindo a constante h , cujo atual significado não está totalmente esclarecido, mas, talvez, o enigma do quantum esteja reduzido a esse único ponto.

Resumo

Nesse artigo, é assumido que a luz é essencialmente composta por quantas, todos com uma mesma massa extraordinariamente pequena. É mostrado, matematicamente, que a transformação de Lorentz-Einstein, em conjunto com a relação do quantum, leva-nos, necessariamente, a associar movimento de corpúsculos e propagação de ondas e que essa ideia fornece uma interpretação física das condições de estabilidade de Bohr. Difração parece ser consistente com uma extensão da Dinâmica Newtoniana. É possível, então, defender ambos os caracteres corpuscular e ondulatório da luz, e, por meio de hipóteses sugeridas pela teoria eletromagnética e o princípio de correspondência, fornecer uma explicação plausível para a coerência e franjas de interferência. Finalmente, é mostrado porque os quanta devem tomar parte na teoria dinâmica dos gases e como a lei de Planck é a forma limite da lei de Maxwell para um gás de quanta.

Muitas dessas ideias podem ser criticadas e, possivelmente, reformuladas, mas parece que, agora, pouca dúvida deveria restar da real existência dos quanta de luz. Ademais, se nossas opiniões forem recebidas, e já que estão fundamentadas na relatividade do tempo, a enorme evidência experimental do “quantum” será direcionada em favor das concepções de Einstein.

1º de outubro de 1923.

*Nota*³². - Desde que escrevi este artigo, fui capaz de dar uma forma um pouco diferente, mas muito mais geral aos resultados contidos na quarta seção.

³² [N.T.] Como já havíamos comentado, neste anexo de Broglie apresenta a equivalência entre os princípios de Fermat e Maupertuis no domínio relativístico. Diferentemente das expressões utilizadas no terceiro artigo de

O princípio de ação mínima para um ponto material pode ser expresso em notação espaço temporal pela equação:

$$\delta \int \sum_1^4 J_i dx^i = 0,$$

Se os J_i são as componentes covariantes de um vetor tetradimensional cuja componente temporal é a energia do ponto dividida por c e as componentes espaciais são as componentes de seu momentum.

De forma semelhante, ao estudar a propagação de ondas, temos que escrever:

$$\delta \int \sum_1^4 O_i dx^i = 0,$$

se os O_i são as componentes covariantes de um vetor tetradimensional cuja componente temporal é a frequência dividida por c e as componentes espaciais são as componentes de um vetor traçado na direção do raio e igual a $v/V=1/\lambda$ (V é a velocidade de fase). Ora, a relação quântica diz que $J_4 = h\nu$. De forma mais geral, sugiro colocar $J = h\vec{O}$. A partir dessa proposição, segue-se imediatamente a identidade dos dois princípios de Fermat e Maupertuis, e é possível deduzir, rigorosamente, a velocidade de fase em qualquer campo eletromagnético.

1923, no qual foram utilizadas expressões não relativísticas (as integrais dependiam do referencial), em sua tese, de Broglie apresenta corretamente os equivalentes relativísticos daqueles princípios variacionais e explica de forma detalhada a natureza dos quadri-vetores por ele utilizados. Esta nota apresenta um rápido esboço dessas ideias. Como enfatiza Martins e Rosa (2014, p.198), “Esse anexo é de enorme importância, pois nele de Broglie apresenta uma generalização relativística da relação $E=h\nu$, e corrige um erro do terceiro artigo de 1923”. Os autores se referem a um erro cometido por De Broglie na dedução da expressão relativística do princípio de mínima ação e que foi corrigido neste artigo de 1924 e na sua tese. Na tese, aliás, de Broglie considera também o caso em que a partícula está submetida a um campo eletromagnético, e não livre de forças, como tratado até então. Mais detalhes acerca da abordagem relativística de de Broglie e a relação entre os quadri-vetores e sua teoria dualística podem ser encontrados em Brown e Martins (1984) e em Martins e Rosa (2014, p. 202).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os primeiros trabalhos de de Broglie, embora ainda pouco estudados e pouco conhecidos, apresentam grande importância no esclarecimento de alguns pontos históricos. “A tentative theory of light quanta”, por exemplo, aqui apresentado e discutido, exibe uma síntese das primeiras comunicações de de Broglie acerca de uma natureza dual para a luz. Seus trabalhos, aliás, são os primeiros a exibir o conceito de dualidade onda-partícula de forma clara e não meramente especulativa (ROSA, MARTINS, p. vi).

Além de discutir resultados já conhecidos pela comunidade científica de sua época, a exemplo de trabalhos de Planck, Einstein, Compton e outros, as comunicações de de Broglie apresentam ideias totalmente originais. Com o intuito de deduzir a lei de Wien, por exemplo, de Broglie recorreu, num primeiro momento, a uma abordagem estritamente corpuscular. Para tanto, foi necessário considerar que os *quanta* estavam aglomerados em moléculas, constituindo uma mistura de gases de *quanta*. Ademais, de Broglie atribuiu aos *quanta* uma massa finita e tratou-os empregando as equações da relatividade; propôs uma modificação na lei da inércia para explicar os fenômenos interferência e difração; apresentou a equivalência entre os princípios de Fermat e Maupertuis, no domínio relativístico, e fez especulações acerca daquilo que hoje chamamos de emissão estimulada, um conceito de fundamental importância para a posterior tecnologia do *Laser*.

Em síntese, podemos considerar os trabalhos iniciais de de Broglie dignos de mais atenção de estudos históricos aprofundados e de utilização em cursos básicos de física, haja vista o caráter seminal de muitas de suas ideias, e possibilidades de utilização daqueles materiais como complemento na discussão de pontos teóricos e históricos específicos daquele período.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, W. A consequence of theory of M. Louis De Broglie, **Philosophical Magazine**, 47: 873, 1924. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1080/14786442408565271> >. Acesso em: 07 Dezembro 2016.
- BALSAS S.J, A. **Realismo e localidade em mecânica quântica** (Coleção Ciência & Sociedade). Campina Grande: EDUEPB, 2013.
- BROWN, H. R; MARTINS, R. A. De Broglie's relativistic phase waves and waves groups. **American Journal of Physics**. 55 (12): 1130-1140, 1984.

COMPTON, A. H. A quantum theory of scattering of X-rays by light elements. **Physical Review**, [série 2] 21: 483-502, 1923.

DARRIGOL, O. Strangeness and soundness in Louis de Broglie's early Works. **Physis**, 30, 303 – 372, 1993.

DE BROGLIE, L. Rayonnement noir et quanta de lumière. **Le journal de Physique et le Radium**, [série 6] 3: 422-428, 1922(a).

_____. Sur les interférences et la théorie des quanta de lumière. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris**, 175: 811-813, 1922(b).

_____. Ondes et quanta. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris**, 177: 507-510, 1923(a).

_____. Quanta de lumière, diffraction et interférences. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris**, 177: 548-550, 1923(b).

_____. Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris**, 177: 630-632, 1923(c).

_____. Waves and quanta. **Nature**, 122: 540, 1923(d).

_____. A tentative theory of light quanta. **Philosophical magazine**, 47: 446-458, 1924(a)³³.

_____. **Thésés. Recherches sur la théorie des quanta**. Paris: Masson et C^{ie} Éditeurs, 1924(f)³⁴.

_____. Recherches sur la théorie des quanta. **Annales de Physique**, [série 10] 3: 22-128, 1925(a)³⁵.

DUGAS, R. **A history of mechanics**. Translated into English by J.J. Paul Maddox. London: Routledge & Kegan, 1955.

EINSTEIN, A. Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. **Annalen der Physik** [série 4] 17: 132-148, 1905³⁶.

JAMMER, M. **The conceptual development of quantum mechanics**. New York: MacGraw-Hill, 1966.

LUZZI, R. **Mecânica estatística: ensembles clássicos em equilíbrio** (notas de aula), 273f. UNICAMP, 1999. Disponível em: <www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?down=60399>. Acesso em: Dezembro de 2016.

MARTINS, R. A. Investigando o invisível: as pesquisas sobre os raios X logo após a sua descoberta por Röntgen. **Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência** (17): 81-102, 1997.

_____. SILVA, A.P.B. Maupertuis e o princípio mecânico de ação mínima: uma análise crítica. **Revista Brasileira de Ensino de Física** 29 (4): 625 - 633, 2007.

³³ Utilizamos a versão disponibilizada pela Philosophical Magazine Letters: De Broglie, Louis (2006) 'XXXV. A Tentative Theory of Light Quanta', *Philosophical Magazine Letters*, **86**: 7, 411 – 423. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/09500830600914721>>. Acesso em: Dezembro de 2016.

³⁴ A versão que citamos foi a reeditada, sob a forma de artigo, pela *Annales de Physique* (próxima referência).

³⁵ Versão a que tivemos acesso: Louis de Broglie. Recherches sur la théorie des Quanta. Physics. Migration - université en cours d'affectation, 1924. French. Disponível em: <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00006807>>. Acesso em: Dezembro de 2016.

³⁶ Tradução inglesa utilizada: EINSTEIN, A. Concerning an heuristic point of view toward the emission and transformation of light. Traduzido em: *American Journal of Physics* **5** (33): 367-374, 1965.

_____. A descoberta dos raios X: o primeiro comunicado de Röntgen. **Revista Brasileira de Ensino de Física** 20 (4): 373-91, 1998.

_____. De Louis de Broglie a Erwin Schrödinger: uma comparação. Pp. 396-411. In: FREIRE JR, O., PESSOA JR, O., and BROMBERG, JL., orgs. **Teoria Quântica: estudos históricos e implicações culturais**. Campina Grande: EDUEPB; São Paulo: Livraria da Física, 2011.

_____; ROSA, P. **A história da teoria da teoria quântica: a dualidade onda partícula de Einstein a de Broglie**. São Paulo: Livraria da física, 2014.

MOREIRA, I.C. Maupertuis (1698-1759) e o princípio de mínima ação. **Revista Brasileira de Ensino de Física** 21: 172 – 186, 1999.

PESSOA JR., O. **Conceitos de física quântica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2003.

POPPER, K, R. **Quantum Theory and the Schism in Physics**. London: Unwin Hyman, 1982.

STARIOLO, D. A. **Mecânica estatística** (notas de aula), 135f. UFRGS, 2014. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/~stariolo/ensino/estat/notasdeaula.pdf>>. Acesso em: Dezembro de 2016.