

A IMPORTÂNCIA DA VISUALIZAÇÃO NO ENSINO DE GEOMETRIA

THE IMPORTANCE OF VISUALIZATION IN GEOMETRY TEACHING

LA IMPORTANCIA DE LA VISUALIZACIÓN EN LA ENSEÑAZA DE LA GEOMETRÍA

SOUZA, Danielle Santos de¹

MATTOS, Francisco Roberto Pinto²

Resumo

Inserido na temática de Educação Matemática, o objetivo deste artigo é analisar as implicações da visualização no ensino de matemática e mais especificamente, na abordagem da Geometria. Para isso, foi realizado um levantamento bibliográfico sobre o assunto de abordagem exclusivamente qualitativa. Esta pesquisa tem como principal embasamento teórico a Teoria de Registros Representações Semióticas de Duval (1995, 1999, 2003). Esta teoria é fundamental para a compreensão da relevância do ato de visualizar para o ensino de Geometria. Apresento aqui o conceito de visualização geométrica sob três panoramas. Inicialmente, falo da perspectiva histórica, mostrando a utilização da visualização pelos percursoros da geometria grega. Em seguida, falo sobre as condições que interferem na visualização. Por fim, analiso os encadeamentos resultantes da utilização da visualização no processo ensino aprendizagem de geometria. O estudo apresenta as razões que justificam a utilização da visualização como recurso metodológico nas aulas de Geometria na Educação Básica.

Palavras-chave: Geometria; Pensamento Geométrico; Semiótica; Visualização.

¹ Colégio Pedro II – CPII. – Rio de Janeiro – RJ, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9601-0910>. e-mail: danymatematicaUERJ@gmail.com

² Colégio Pedro II – CPII. – Rio de Janeiro – RJ, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3760-4636>. e-mail: francisco.mattos@gmail.com

Abstract

Part of the dissertation on visualization and teaching of Spatial Geometry and inserted in the area of Mathematics Education, the objective of this article is to analyze the visualization of visualization in the teaching of mathematics and more specifically, in the approach of Geometry. For this, a bibliographic survey was carried out on the subject with an exclusively qualitative approach. This research has Duval's Theory of Registers and Semiotic Representations as its main theoretical basis. This theory is fundamental for understanding the literal translation of the act of visualizing for the teaching of Geometry. I present here the concept of visualization prepared under three panoramas. Initially, I speak of the historical perspective, showing the use of visualization by the precursors of Greek geometry. Then I talk about the conditions that interfere with visualization. Finally, it analyzes the chains resulting from the use of visualization in the geometry teaching-learning process. The study presents the reasons that justify the use of visualization as a methodological resource in Geometry classes in Basic Education.

Keywords: Geometry; Geometric Thinking; Semiotics; Visualization.

Resumen

Parte de la disertación sobre visualización y enseñanza de la Geometría Espacial e inserto en el área de Educación Matemática, el objetivo de este artículo es analizar las implicaciones de la visualización en la enseñanza de las matemáticas y más específicamente, en el abordaje de la Geometría. Para ello se realizó un levantamiento bibliográfico sobre el tema con un enfoque exclusivamente cualitativo. Esta investigación tiene como base teórica principal la Teoría de los Registros y las Representaciones Semióticas de Duval. Esta teoría es fundamental para comprender la relevancia del acto de visualizar para la enseñanza de la Geometría. Aquí presento el concepto de visualización geométrica bajo tres perspectivas. Inicialmente, hablo de la perspectiva histórica, mostrando el uso de la visualización por parte de los precursores de la geometría griega. Luego hablo de las condiciones que interfieren con la visualización. Finalmente, analizo las cadenas resultantes del uso de la visualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría. El estudio presenta las razones que justifican el uso de la visualización como recurso metodológico en las clases de Geometría en la Educación Básica.

Palabras- Claves: Geometría; Pensamiento Geométrico; Semiótica; Visualización.

Introdução

Nesse trabalho buscamos explorar o tema da visualização em vários campos de estudo, buscando compreender como esse processo ocorre. Nos interessa nesse trabalho a área da Educação Matemática, onde o assunto tem sido amplamente discutido. De acordo com Santos (2014) a visualização é um recurso na busca de uma melhor compreensão da matemática. Apresentamos algumas pesquisas no campo da Educação Matemática sobre visualização que se mostram relevantes pois refletem o entendimento de uma perspectiva de ensino mais implicado com a formação conceitual.

Em uma dessas pesquisas Santos (2014) critica o modo engessado utilizado pelo ensino de matemática que limitam a autonomia do estudante. Desta maneira, o ensino tradicional de matemática necessita uma reformulação pois é focado em sua maioria em uma metodologia que excessivamente superestima os processos de memorização e não abre espaço para que o estudante questione ou construa um pensamento de forma autônoma.

Assim nesse trabalho buscamos mostrar que em relação ao ensino de geometria, a visualização se apresenta como uma ferramenta potente para atenuar as dificuldades encontradas pelos estudantes na assimilação e reconhecimentos das propriedades. Isto ocorre, pois a visualização é um dos principais canais de percepção e se transforma num dos pilares na aprendizagem dos conceitos geométricos (Almeida; Santos, 2007). Em decorrência dessas premissas discutimos o conceito de visualização sob algumas perspectivas. A priori, para fins de embasamento teórico do trabalho, a visualização será abordada como atividade semiótica fundamentada na Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval (1995, 1999, 2003). Esta teoria é imprescindível para o entendimento da importância da visualização no ensino de geometria.

O tópico seguinte é a visualização geométrica sob a perspectiva histórica. Nesta seção será mostrado como a visualização é um artifício utilizado pelos matemáticos na resolução de problemas desde a Grécia Antiga e como toda geometria escolar atual está relacionada ao ato de visualizar. Na seção seguinte, serão apresentados os fatores que podem influenciar diretamente no processo de visualização. Estes fatores podem levar o estudante a elaborar uma representação mental incorreta da figura geométrica e conseqüentemente, encontrar uma solução não satisfatória do problema solicitado. Por fim, serão expostas as implicações advindas do uso da visualização como recurso pedagógico na melhoria do processo de aprendizagem em geometria e as impressões dos docentes a respeito deste uso.

Estudada em diferentes áreas do saber, a visualização tem despertado o interesse de pesquisadores. Nas pesquisas de Educação Matemática, a visualização tem dado contribuições importantes para melhorar o ensino de matemática, em especial para o ensino de geometria. Para

Guimarães et al. (2006), a Geometria é uma rica área de estudo da Matemática, sendo imprescindível para o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo, a noção espacial e a percepção visual. Estas habilidades não têm seu bom uso restrito a matemática, pois são necessárias em outros campos do conhecimento. Assim, aprender geometria é um exercício de cidadania, visto que a geometria colabora com o desenvolvimento de habilidades úteis em diversos momentos da vida do estudante.

A relação entre visualização e Geometria tem sido foco de pesquisa desde o movimento denominado de “Resgate da geometria” na década de 70. Segundo Kaleff (1994) por meio do ensino da geometria, o aluno seria estimulado a desenvolver o raciocínio espacial e as habilidades advinda desta, como por exemplo, a lateralidade. Contudo, foi apenas no final dos anos 80 e início da década de 90, que o assunto visualização ganhou espaço nas pesquisas de Educação Matemática.

Além disso, existem as recomendações dadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) a respeito do assunto: “Em Matemática existem recursos que funcionam como ferramentas de visualização, ou seja, imagens que por si mesmas permitem compreensão ou demonstração de uma relação, regularidade ou propriedade.” (Brasil, 1998, p.45). A visualização é reconhecida como um mecanismo útil a aprendizagem. Assim, esta pesquisa se faz necessária ao analisar as contribuições dos estudos sobre visualização para o ensino de matemática, com ênfase na aprendizagem em Geometria.

Fundamentação Teórica

O quadro teórico deste trabalho está fundamentado na Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, que define a visualização como uma atividade semiótica, representativa e não somente perceptiva. Desenvolvida originalmente por um grupo de pesquisa na Universidade Waterloo, no Canadá, a Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi aperfeiçoada pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval. Professor emérito da Universidade do Littoral Côte d'Opale, desenvolveu, desde a década de 70, pesquisas na área da Psicologia Cognitiva, em especial, com ênfase na área da aprendizagem em matemática. A primeira versão da teoria data de 1980, porém, Duval a reformula e a partir de então, esta é a versão que se torna referencial para as pesquisas a respeito do tema.

Para Duval (1999) um registro de representação é um sistema semiótico que tem as funcionalidades cognitivas essenciais ao desempenho cognitivo consciente e são classificados em dois tipos: registros multifuncionais (os tratamentos não são algoritmizáveis) e registros

monofuncionais (os tratamentos são principalmente algoritmos). São exemplos de registros monofuncionais: a língua materna, o cálculo de divisão aritmética (baseado no Algoritmo de Euclides), o cálculo de divisão de polinômios (através do dispositivo prático de Briot- Ruffini), gráficos cartesianos. As argumentações lógicas, as deduções por teoremas e as construções geométricas são exemplos de registros multifuncionais.

Na mesma obra, o autor diferencia visão e visualização. De acordo com ele, a primeira proporciona o acesso ao objeto de forma direta e imediata. Enquanto a visualização é processual, resultado da produção de uma representação semiótica, pois exhibe a organização das relações entre as unidades figurais de representação.

Duval distingue os dois tipos de transformações de registros semióticos: as conversões e os tratamentos. O tratamento é “Uma transformação da representação interna a registro de representação ou a um sistema” (Duval, 2004, p.44). Efetuar a soma de quantidades representadas no mesmo sistema de numeração é um exemplo de tratamento.

A conversão é definida por “A transformação da representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada em um registro, em uma representação deste mesmo objeto, desta mesma situação ou da mesma informação em outro registro” (Duval, 2004, p.46). A conversão é uma transformação de representação externa. Representar a solução de um sistema de equações algébricas do 1º grau com duas incógnitas como o ponto de interseção entre duas retas no plano cartesiano é um exemplo de conversão.

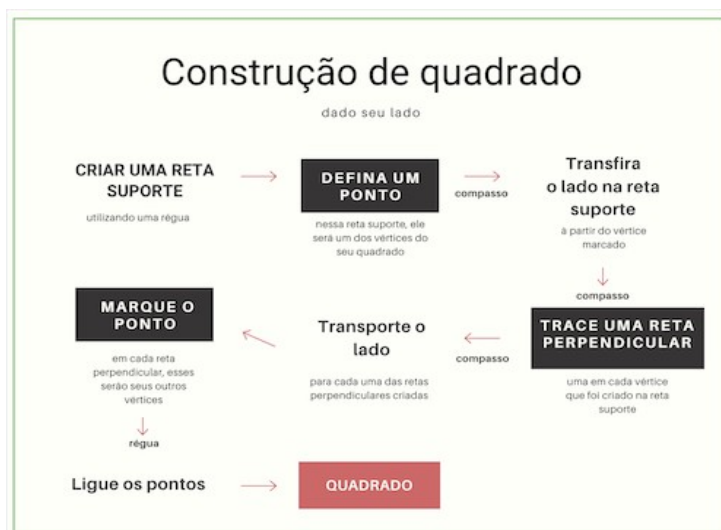
Segundo o autor, toda atividade cognitiva geométrica é baseada em pelo menos um tipo de apreensão do registro figural ou na coordenação simultânea de dois ou mais tipos de apreensões. São elas: discursiva, operatória, perceptiva e sequencial. As apreensões referentes ao registro figural são conceituadas como:

Apreensão sequencial: refere-se à ordem da construção de uma figura geométrica, com a ajuda de um instrumento
Apreensão perceptiva: diz respeito à interpretação das formas de uma figura geométrica que permite identificar ou reconhecer de forma direta o objeto.
Apreensão discursiva: corresponde à explicitação de outras propriedades Matemáticas da figura, além das que são assinaladas por uma legenda ou pelas hipóteses.
Apreensão operatória: modificações e/ou transformações possíveis da figural inicial e pela organização perceptiva que essas modificações apontam para obter novos elementos que podem nos levar à solução de uma determinada situação-problema. (Duval, 1995 apud Salazar, 2009, p.82-84)

DOI: 10.12957/e-mosaicos.2024.74262

Observe a figura 1. Ela descreve o passo a passo para a construção de um quadrado, conhecendo-se a medida do lado:

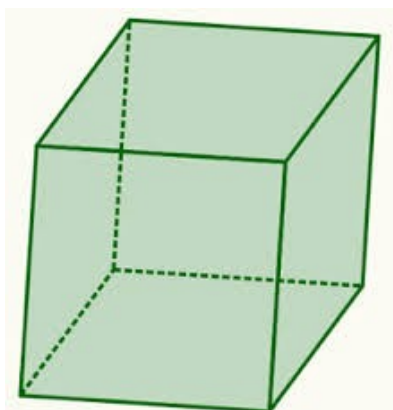
Figura 1: Construindo um quadrado



Fonte: www.khanacademy.org/math. Acesso em 12 ago. 2023.

Construir uma figura geométrica usando como meio ferramental régua e compasso é uma atividade que requer apreensão sequencial. Quaisquer alterações na ordem de construção, implica em distorções da figura geométrica solicitada. A apreensão perceptiva ocorre quando a figura é apresentada de modo que o reconhecimento do objeto aconteça de forma direta, independente do enunciado.

Figura 2: representação de um hexaedro (cubo)



Fonte: www.preparaenem.com/matematica/cubo.htm. Acesso em 12 ago. 2023.

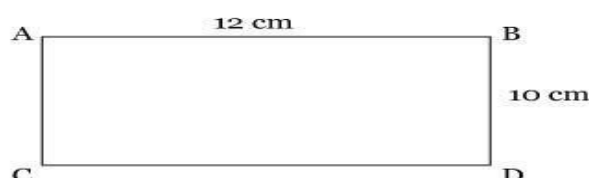
A figura 2 fornece ao estudante quase todas as informações pertinentes ao objeto geométrico. Visto que, por definição o cubo é um sólido geométrico formado por seis faces quadradas e congruentes.

“Portanto, uma representação terá uma maior penetração quanto maior for o grau de pregnância que permita um maior número de indivíduos captar suas características, ou seja, as propriedades inerentes ao objeto representado.” (Almeida; Santos, 2007, p.3).

A representação de uma figura mais eficiente, é aquela que possibilita a um grande grupo de pessoas perceber as suas características, ou seja, as propriedades pertinentes a ela.

A apreensão discursiva acontece quando o enunciado necessita da representação gráfica como recurso para exibir as propriedades matemáticas da figura em questão. Recorre-se a visualização, pois o discurso (o enunciado) não é suficiente para a compreensão do comando exigido pela questão. Aumentar, diminuir, desloca e rotacionar figuras na busca de compreender as propriedades dela, são algumas das ações características da apreensão operatória. Neste tipo de apreensão, altera-se a configuração original do objeto na tentativa de encontrar algo que auxilie na resolução do problema proposto.

Figura 3: representação de um retângulo



Fonte: www.pinterest.com.br. Acesso 18 fev. 2021.

Um exemplo que ilustra a apreensão operatória, é solicitar a medida da diagonal do retângulo representado na figura 3. O problema proposto exige o traçado de uma diagonal para possibilitar a aplicação do Teorema de Pitágoras, pois a medida solicitada corresponde a “hipotenusa” do triângulo gerado. Ou seja, é necessário modificar a figura original para obter a resolução do problema. Dessa forma, compreende-se que a maneira na qual o objeto geométrico ou esquema é interpretado mentalmente, interfere diretamente na própria cognição.

Procedimentos metodológicos

Este artigo foi elaborado para atender o cumprimento da disciplina Apoio a Produção Acadêmica do curso de mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Práticas da Educação Básica (MPPEB), do Colégio Pedro II. Posteriormente, os resultados apresentados na próxima seção do artigo constituem um capítulo da dissertação.

Marconi; Lakatos (2017) definem pesquisa como “um procedimento formal, com método de pensamento reflexivo, que requer tratamento científico e se constitui no caminho para conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais.” (Marconi; Lakatos, 2017, p.158). As autoras afirmam que o desenvolvimento de uma pesquisa envolve seis passos essenciais: a) Seleção da temática ou problema; b) Definição do problema; c) Levantamento de hipóteses; d) Coleta, sistematização e classificação dos dados; e) Interpretação e Análise dos dados; f) Relatório de apresentação de resultados. (Marconi; Lakatos, 2017).

Esta é uma pesquisa bibliográfica, ou seja, foi realizado um levantamento de artigos científicos pois, de acordo com Marconi; Lakatos (2017) “Hoje, predomina entendimento de que artigos científicos constituem o foco primeiro dos pesquisadores, porque é neles que se pode encontrar conhecimento científico atualizado, de ponta.” (2017, p.30). A escolha do tema visualização no ensino de matemática se deu a partir da necessidade de pesquisar sobre como um software pode contribuir para o ensino de geometria espacial. Foram consultados também

dissertações e teses a respeito do tema. A revisão bibliográfica da pesquisa foi realizada entre os meses de janeiro e fevereiro do ano de 2021. Como o conceito “visualização” é muito amplo, para fins de pesquisa, restringiu-se a visualização matemática. Especificamente, a visualização geométrica.

A questão da pesquisa é: a visualização contribui para o ensino de geometria? A hipótese afirma que sim, é válido utilizar a visualização para a resolução de problemas que exigem conceitos geométricos. De abordagem qualitativa, a discussão dos resultados foi efetuada a luz da TRRS, que fundamenta a pesquisa. Esta análise será apresentada na seção a seguir.

Discussão dos resultados

Aqui está a análise dos resultados obtidos após o levantamento bibliográfico. Com o objetivo de melhorar a fluência da leitura e possibilitar a melhor compreensão dos conceitos apresentados, a discussão está dividida em três partes. A 1ª traz um retrospecto da visualização no ensino da geometria desde a Grécia Antiga até a Base Nacional Curricular Comum (BNCC). A distinção entre ver e visualizar e dos conceitos de visualização e pensamento visual são assuntos da 2ª parte da discussão dos resultados. As implicações pedagógicas e possíveis encaminhamentos em relação a visualização nas aulas de geometria são tratadas na 3ª parte desta seção do artigo.

Retrospectiva histórica

Apesar de estar em voga na área de Educação Matemática atualmente, a visualização geométrica é uma estratégia empregada desde a Grécia Antiga.

Foi, sobretudo, na geometria de Euclides que a visualização e a geometria se tornaram “cúmplices”, ou seja, uma foi se tornando indispensável para a outra. Segundo Cifuentes (2003, p. 64), “os axiomas da geometria euclidiana são apresentados sugerindo construções, sendo fundamental a palavra traçar, sugerindo um recurso ao visual”. (Santos, 2014, p.27)

Da citação acima, salienta-se a afirmação de Cifuentes. Partindo da premissa na qual os axiomas derivam de construções feitas através de traçados, infere-se que toda a geometria euclidiana ensinada na educação básica está fundamentada no processo de visualização.

Como exemplo, temos a utilização do desenho geométrico pelos gregos, que era indispensável em várias construções, pois se tratava de um método de raciocínio visual “legítimo”, ou seja, não era apenas uma ferramenta de ilustração. Tais

técnicas podem desenvolver um sentido para aquilo que é ensinado e construído.
(Santos, 2014, p.16)

Para os matemáticos gregos, a visualização sempre foi um mecanismo legítimo e não somente um meio para resolução de problemas geométricos. Na década de 70, durante o movimento de resgate do ensino da geometria, a visualização estava implícita no projeto. Como é apontado por Kaleff ao falar dos objetivos iniciais do movimento:

- a) Induzir no aluno o entendimento de aspectos espaciais do mundo físico e desenvolver sua intuição espacial e seu raciocínio espacial;
- b) Desenvolver no aluno a capacidade de ler e de interpretar os argumentos matemáticos utilizando a Geometria como o meio para representar conceitos e as relações Matemáticas. (Tomando o ensino da geometria em nossas mãos...”);
- c) Proporcionar aos alunos meios de estabelecer o conhecimento necessário para auxiliá-lo no estudo de outros ramos da Matemática e de outras disciplinas, visando uma interdisciplinaridade dinâmica e efetiva.
- d) Desenvolver no aluno habilidades que favoreçam a construção do seu pensamento lógico, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade. (Kaleff, p. 20, 1994)

Observa-se que não se utiliza o termo visualização, porém se utiliza o conceito ao se estabelecer os objetivos. Entretanto, ainda demorou para que o tema ganhasse notoriedade nas pesquisas de educação matemática. De acordo com Leivas (2009), somente no fim dos anos 90 a visualização ganhou ênfase no raciocínio geométrico. A partir deste momento, surgem pesquisas com objetivo de analisar a visualização como uma atividade semiótica.

Autores como Duval (1995, 2003), Fischbein (1993) e Van Hiele (1986), que desenvolveram teorias sobre o processo de raciocínio em geometria, apontam para a complexidade da maneira pela qual a forma do objeto é interpretada na mente humana, afirmando que esta influencia na própria cognição em geometria. (Almeida; Santos, 2007, p. 2)

Autores que defendem a tese de que a maneira como o objeto geométrico é interpretado mentalmente intervêm diretamente na maneira como o estudante aprende geometria. No Brasil, ao final dos anos 90 é publicado o documento referência para o currículo para cada disciplina da educação básica. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) de Matemática constam recomendações sobre o emprego da visualização como ferramenta de aprendizagem em geometria.

No documento posterior que versava sobre currículo nacional, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM's), enfatizavam ainda mais o papel da visualização no ensino de Geometria a nível de ensino médio.

[...]as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (Brasil, 2006, p.44)

Na citação acima fica clara a preocupação com os obstáculos epistemológicos já apontados ao longo deste trabalho. Entretanto, mesmo tantos anos após as publicações das PCN's e das OCEM's, educadores matemáticos e professores ainda discutem sobre como o processo de visualização influencia a aprendizagem de conceitos geométricos. Na atualidade, o documento referencial curricular, a BNCC, demanda algumas habilidades relacionadas a visualização como a habilidade 07 da competência 4 (EM13MAT407). "Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas." (BRASIL, 2018, p. 533). Para entender melhor como ocorre a visualização geométrica, serão abordadas algumas considerações a respeito dos aspectos que interferem diretamente no processo de visualizar.

Fatores influentes no processo, visualização e pensamento visual

Apesar de serem considerados sinônimos por muitos autores, os termos "visualização" e "pensamento visual" simbolizam ações diferentes, porém complementares.

Mariotti (1995) evidencia a distinção entre ambos os termos: Visualização significa trazer à mente imagens de coisas visíveis e o pensamento visual é o pensar sobre coisas abstratas que originalmente podem não ser espaciais, mas que podem ser representadas pela mente de alguma forma espacial. (Mariotti, 1995 apud Costa, 2000, p.170)

Assim, a visualização é a atividade de evocar mentalmente imagens visíveis, ao passo que o pensamento visual é o exercício de retratar abstrações que apesar de não serem espaciais, podem ser representadas de alguma forma espacial. Assim, completar as arestas de um poliedro representado em duas dimensões na lousa é uma atividade de visualização. Enquanto associar a imagem de retas paralelas a um feixe de ruas, é um exercício de pensamento visual.

Para Santos (2014) ao desenvolver o pensamento visual em sala de aula, os alunos terão potencial para uma concepção simbólica do que é ensinado, concedendo significados aos conceitos

que até então eram subjetivos. A função das imagens visuais para a evolução do pensamento, reconhece-se na imagem a conexão entre percepção e imaginação, visto que permite a integração da forma tangível, apta a transformações.

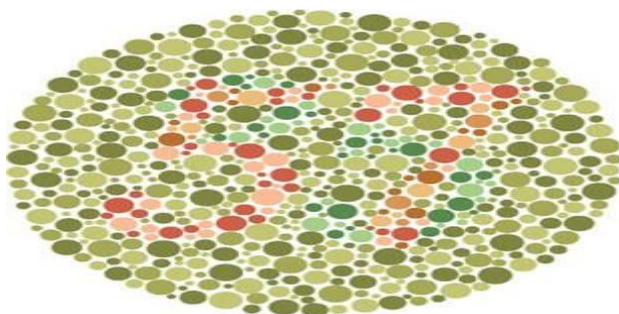
A autora afirma ainda que a visualização é um artifício para a compreensão de conceitos matemáticos. Vale ressaltar que a visualização, ainda que imprescindivelmente relacionada ao ato de enxergar, também se assemelha aos traços mentais, a percepção espacial, não somente o que se apresenta defronte aos olhos. Por esta e outras razões, a visualização é um processo emblemático. Há diversos fatores que influenciam diretamente no processo. O referencial, a ênfase dada a determinados elementos, o conhecimento prévio sobre o objeto estudado são fatores que influenciam no reconhecimento de um modelo.

Além disso, uma representação pode estar relacionada a vários modelos. Isso ocorre, pois a característica de determinado objeto ou porque um este objeto pertence a determinada classe, o que implica em certas similaridades que camuflam ou tornam equivocadas a individualização do objeto. Um bom exemplo é a relação entre quadrados e retângulos. Todo quadrado é um retângulo, visto que tem dois pares de lados paralelos e quatro ângulos de 90° . Contudo, a recíproca não é verdadeira. Nem todo retângulo é quadrado, pois não tem os quatro lados congruentes. Almeida e Santos (2007) apontam outras condições que interferem na visualização.

O fato de uma mesma representação estar associada a diferentes objetos ou situações pode ser consequência, não só do conhecimento do indivíduo sobre o objeto representado ou dos métodos de representação, mas, também, das próprias distorções oriundas do órgão da visão do homem. Pois, muitas vezes, o indivíduo acredita estar vendo uma determinada situação e, de fato, esta é bem diferente do que é na realidade. (Almeida; Santos, 2007, p. 3)

Os distúrbios visuais podem levar a uma interpretação equivocada sobre o objeto. Testes como o exibido na figura 4 nos mostra que pessoas com diferentes problemas oftalmológicos (astigmatismo, hipermetropia, miopia) enxergam os mesmos números de formas diferentes.

Figura 4: Exemplo de teste oftalmológico



Fonte: www.lencospe.com.br. Acesso em 19 fev. 2021.

É fundamental compreender que visualizar e ver são atividades resultados de processos mentais distintos.

O que ocorre é que nem sempre se vê o que está sendo olhado, isto é, pelo cérebro de um indivíduo ter aprendido a ver ou perceber os objetos sob um certo prisma, ele automaticamente reage conforme o esperado sob determinadas condições. Essa combinação entre a aprendizagem individual do perceber no ato de ver ou das próprias limitações do aparato visual do homem, promove erros de interpretação sobre um objeto que se observa. (Almeida; Santos, 2007, p. 4)

A interpretação mental de um objeto pode ser equivocada devido a interferência de uma combinação de fatores. Kaleff (2003) mostra a existência de dois tipos de indivíduos: os visualizadores e os não-visualizadores. Para os pertencentes ao primeiro grupo, a visualização é instintiva, congênita. Logo, estes terão maior facilidade ao recorrer a visualização para resolver problemas. Enquanto isso para o segundo grupo, os não-visualizadores, devido à dificuldade apresentada ao visualizar. Será necessário trabalhar esta habilidade ao longo da vida escolar do indivíduo.

Para caracterizar melhor estes dois grupos de indivíduos, retornamos a figura 2. Ao ser confrontado com a figura, um indivíduo visualizador reconhecerá de forma imediata que a figura representada é um cubo, portanto é tridimensional. Em contrapartida, um não-visualizador não fará esta interpretação e pode afirmar que a mesma figura representa vários polígonos segmentados.

O fato é que o cérebro vê coisas que diferem da realidade, em função do próprio órgão da visão, das emoções, de experiências anteriores, dos processos de aprendizagens, da cultura e de inúmeros outros fatores. (Almeida; Santos, 2007,

p.5)

Mostra-se que há vários aspectos que intercedem no processo de visualização: culturais, cognitivos, físicos. Assim, a visualização é um recurso poderoso que pode ser utilizado para contribuir com o ensino de geometria.

Visualização Geométrica: implicações na sala de aula

Para Duval (2004) o pensamento geométrico engloba três formas de sistemas cognitivos: a formação de configurações, a visualização e o raciocínio. O propósito da visualização é a análise investigativa de uma conjuntura. De acordo com o autor, as figuras geométricas são uma das representações produzidas mais naturais. De alto valor intuitivo, elas possibilitam reconhecimento quase que imediato dos objetos representados.

Porém, enxergar uma figura, observar e analisar propriedades e relações pertinentes não é tão simples. Para Duval (2011) ao visualizar uma figura com determinada perspectiva, é preciso mudar o olhar, mas preservar a representação visual. Mesma que a figura seja construída no meio virtual. Isto é, se faz necessário desconstruir o dimensionamento das formas que foram reconhecidas a priori em outras formas que não foram vistas imediatamente. Palles e Silva (2012) ressaltam o fato de que nem sempre a visualização cumpre a função investigativa proposta por Duval.

Normalmente, trabalha-se com as figuras numa abordagem exclusivamente psicológica da percepção, aquela imediata, a qual não dá condições ao aluno para olhar a figura sob outros aspectos. Quer dizer, olhá-la de outros modos, sob outras configurações, o que implica na correspondência entre a visão de uma sequência de subfiguras pertinentes, a união destas subfiguras formando um todo, e ainda, a correspondência da figura e o texto, possibilitando, enfim, a exploração heurística. (Flores; Moretti, 2004, p.1 apud Palles; Silva, 2012, p. 4)

As autoras mostram que, em geral, professores trabalham apenas visualizações imediatas. Não se explora a decomposição da figura original em outras pertinentes, a ideia de partes compondo o todo (a figura). Ou seja, não há análise da figura sob outras perspectivas. Além disso, Santos (2014) afirma que os docentes encontram obstáculos em utilizar a visualização de forma efetiva em sala de aula.

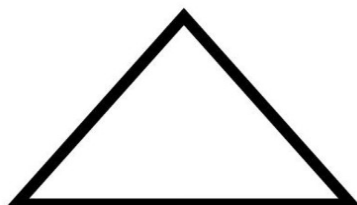
Os educadores matemáticos reconhecem o potencial poder da visualização, porém, a sua implementação na sala de aula não é efetiva, talvez porque lhes falta atribuir seu completo valor ou estatuto, ou porque a visualização, assim como o pensamento e o raciocínio visual são habilidades difíceis de serem desenvolvidas, e

suas leis difíceis de serem explicitadas, necessitando de um trabalho refletido e árduo para seu aperfeiçoamento e para seu ensino. (Santos, 2014, p. 19)

A dificuldade de utilizar a visualização como estratégia pedagógica em sala de aula ocorre devido à ausência de atribuições ao real valor que ela possui. Além disso, é necessário um longo e árduo trabalho pedagógico, para aprimorar o raciocínio visual do aluno. Não é algo de resultado instantâneo. A autora indica ainda que há outras razões que são impedimentos para os professores de matemática na hora de pôr em prática um planejamento com ênfase no processo de visualização: formação docente, supervalorização do livro didático em prol de outros materiais didáticos e a visão na qual se concebe a matemática como uma ciência dura, exata, lógica e baseada em algoritmos.

Outra problemática frequente é a representação estática das figuras e a criação de “superexemplos”, que é o conceito que Hershkowitz (1994) atribui aos protótipos criados que valorizam um tipo de modelo para representação de uma figura e despreza os outros. As figuras geométricas construídas no papel ou na lousa com auxílio de régua e compasso são estáticas e comumente representadas na mesma posição. A figura a seguir ilustra este conceito.

Figura 5: representação de um triângulo



Fonte: www.pinterest.com.br. Acesso: 18 fev. 2021.

A representação do triângulo acima é um exemplo. Ao acionarmos os mecanismos de busca, utilizando o termo “triângulo” é apresentado apenas imagens do objeto geométrico na posição acima. A criação de um protótipo transmite aos estudantes a impressão de que triângulos feitos em outras posições diferentes desta, estão “errados” ou de que as propriedades não são válidas, dado que este não é a representação de um triângulo a qual eles estão visualmente acostumados. Por isso, Santos aponta a relevância da diversidade na representação dos modelos.

Desta forma, a utilização de diversos modelos que conduzam para uma ideia geométrica pode auxiliar o aluno a reconhecer que algumas propriedades do

objeto transcendem suas propriedades materiais como tamanho, cor, textura e, portanto, pertencem ao mundo ideal da Geometria. (Kaleff, 2003, apud Santos, 2014, p. 27-28)

O uso de vários modelos para a representação de um determinado objeto geométrico possibilita ao estudante identificar que algumas características do objeto, observar diversas relações e incentiva a generalização de forma correta. A visualização é um recurso valioso para o ensino de geometria. Assume várias funções. Traduz geometricamente o que foi escrito de forma algébrica ou em língua materna, auxilia os estudantes a desenvolverem habilidades mentais e visuais, além de acionar esquemas que possibilitam aos alunos resolverem problemas.

Considerações Finais

O objetivo deste trabalho é verificar os encadeamentos possíveis gerados pelo uso da visualização como estratégia nas aulas de geometria. São apontados aqui os aspectos positivos e as dificuldades encontradas no processo. Sonhar, tocar e manusear são ações que colaboram para o desenvolvimento cognitivo do ser humano. Quando não há possibilidade do toque, a visualização é uma alternativa de tornar concreto o que é imaginário. Logo, apostar na visualização como estratégia pedagógica é investir no aperfeiçoamento das habilidades mentais dos estudantes.

Especialmente para a geometria, o processo de visualização tem ainda mais relevância. Sendo uma atividade semiótica, a visualização se faz necessária para resolução de qualquer problema geométrico à medida que auxilia na assimilação de conceitos e reconhecimento das propriedades das figuras geométricas. Baseado no que foi apontado na seção sobre implicações do uso da visualização na sala de aula, inferimos que embora seja um importante recurso para o processo ensino aprendizagem, a visualização ainda encontra rejeição por parte dos docentes. Este fato provavelmente deve-se aos professores, que priorizam representações geométricas estáticas que não favorecem as “investigações visuais”. E quando esta habilidade é trabalhada, espera-se muitas vezes um resultado de pronto que não preveja reflexões.

A formação inicial dos professores de matemática necessita contemplar e explorar mais a visualização, enquanto estratégia de aprendizagem. Pois, este recurso é assiduamente evocado pelos alunos nas tentativas de resolução de problemas geométricos. Ainda que seja um recurso potente para o ensino, acreditamos que a visualização por si só não dê conta de todos os problemas relacionados ao ensino de geometria. Contudo, é imprescindível que se busquem meandros que possibilitem a melhoria do ensino de geometria e a visualização é um deles, portanto é necessário valorizá-la.

Referências

- ALMEIDA, Iolanda A. C.; SANTOS, Marcelo C. A visualização como fator de ruptura nos conceitos geométricos. In: Anais VII International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design Graphica. Curitiba, Paraná, Brasil. 2007.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, Distrito Federal, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília, Distrito Federal, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.
- CIFUENTES, José Carlos. Fundamentos estéticos da Matemática In: Filosofia da Educação Matemática: Concepções e Movimento. Brasília: Plano Ed., 2003.
- COSTA, Conceição. Visualização: veículo para a educação em geometria. In: Encontro de investigação em educação matemática, ensino e aprendizagem de geometria. Fundão/ES, 2000. Disponível em: . Acesso em: fev. 2021
- DUVAL, Raymond –Sémiosis et pensée humaine. Berne: Peter Lang, 1995.
- DUVAL, Raymond. Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic issues for learning, 1999.
- DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. D. A. (Org.) Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, 2003.
- DUVAL, Raymond. Semiosis y Pensamiento Humano. Peter Lang, 2004.
- DUVAL, Raymond. Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011.
- FISCHBEIN, E. – The theory of figural concepts'. In: Educational Studies in Mathematics, 24/2, 139-162, 1993.
- GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- GUIMARÃES, S. D. et al. O ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos acadêmicos do Normal Superior. Zetetike. Campinas, 2006.v. 14. n. 25.

DOI: 10.12957/e-mosaicos.2024.74262

HERSHKOWITZ, R. Visualização em Geometria–As duas faces da moeda. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, n. 32, pp. 45-61, 1994.

KALEFF, Ana Maria. Tomando o ensino da geometria em nossas mãos. In: Educação Matemática em Revista. São Paulo: v. 1, n. 2, p. 19-25. 1994.

KALEFF, Ana Maria. Vendo e entendendo Poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. 2ª edição. Niterói: EDUFF, 2003.

LEIVAS, José Carlos Pinto. Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. 2009. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, 2009.

MARCONI, Marina de A.; LAKATOS, Eva M. Fundamentos da Metodologia Científica. 9a ed. São Paulo: Atlas, 2017.

SALAZAR, J. V. F. Gênese instrumental na interação com Cabri-3D: um estudo de transformações geométricas no espaço. 2009. 317 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC, São Paulo, 2009.

SANTOS, A. H. Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização. 2014. 97 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, 2014.

VAN HIELE, P. M. –Structure and Insight: A theory of mathematics education. Orlando, Fl: Academic Pres, 1986.

Recebido em 17 de março de 2023

Aceito em 24 de abril de 2024



A e-Mosaicos Revista Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (Cap-UERJ) está disponibilizada sob uma Licença *Creative Commons - Atribuição - NãoComercial 4.0 Internacional*.

Os direitos autorais de todos os trabalhos publicados na revista pertencem ao(s) seu(s) autor(es) e coautor(es), com o direito de primeira publicação cedido à e-Mosaicos.

Os artigos publicados são de acesso público, de uso gratuito, com atribuição de autoria obrigatória, para aplicações de finalidade educacional e não-comercial, de acordo com o modelo de licenciamento *Creative Commons* adotado pela revista.