



GRÁFICOS DAS FUNÇÕES LINEAR E QUADRÁTICA UTILIZANDO O GEOGEBRA EM *SMARTPHONES*

LINEAR AND QUADRATIC FUNCTION GRAPHS USING GEOGEBRA IN SMARTPHONES

BARBOSA, Augusto Cesar de Castro¹
CONCORDIDO, Cláudia Ferreira Reis²
SILVA, Bruno Guimarães da³

RESUMO

Mudanças tecnológicas alteram constantemente nossa maneira de viver e, na vida escolar, professores se deparam com uma crescente demanda por métodos de ensino que as incorporem. Em Matemática esta mudança pode ser percebida nos livros e na evolução do método de ensino de vários tópicos, dentre eles o de funções. Neste sentido, é feita uma breve análise comparando a abordagem do tema funções em alguns livros, antigos e atuais, do Ensino Médio. Levando-se em conta o avanço tecnológico mencionado, principalmente dos celulares, tornando-os *smartphones*, acreditamos que seja prazeroso, didático e renovador lançar mão do GeoGebra, *software* utilizado em computadores por muitos professores, para uso em *smartphones*. Foram propostas atividades para o 9º do Ensino Fundamental e o 1º ano do Ensino Médio, com o objetivo de permitir ao aluno aprender o tópico funções de uma forma mais dinâmica e participativa. Apesar das dificuldades dos alunos na utilização deste aplicativo em sala de aula com gráficos de funções, os resultados foram positivos em termos de participação e interesse e indicam que esse pode ser um caminho interessante de se abordar outros tópicos da matéria.

PALAVRAS-CHAVE: TIC; GeoGebra; *Smartphones*; Funções; Gráficos.

ABSTRACT

Technological changes constantly transform the way we live, and in school life teachers face a growing demand for teaching methods that incorporate these advances. In Mathematics this change can be seen still in the books and in the evolution in the method of teaching of several topics, among them the functions. Therefore, a brief analysis is made comparing the approach

¹ Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) / Instituto de Matemática e Estatística (IME). Rio de Janeiro, RJ, Brasil. e-mail: accb@ime.uerj.br

² Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) / Instituto de Matemática e Estatística (IME). Rio de Janeiro, RJ, Brasil. e-mail: concordido@ime.uerj.br

³ Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) / Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT). Rio de Janeiro, RJ, Brasil. e-mail: guimaraespmat@gmail.com



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

of the theme functions in some ancient and current high school books. Taking into account the mentioned technological evolution, especially of the cell phones, making them smartphones, we believe that it is pleasurable, didactic and renewing to use GeoGebra, a software already used in computers by many teachers, for use in smartphones. Activities were proposed for classes of 9th grade of elementary school and 1st year of high school, in order to allow the student to learn the topic functions in a more dynamic and participatory way. Despite students' difficulties in using this app in the classroom with function graphs, the results were positive in terms of participation and interest and indicate that this may be an interesting way to approach other topics of Mathematics.

KEYWORDS: ICT; GeoGebra; Smartphones; Functions; Graphs.

INTRODUÇÃO

As tecnologias de informação e comunicação (TIC) podem desempenhar um importante papel como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem, oferecendo suporte educacional em termos de condições técnicas para gerar um ambiente em que o aluno se sinta inserido de uma forma prazerosa e que permita construir uma relação mais profunda com o conhecimento (ROCHA, 2008; LEITE, 2012).

Há alguns anos, os *smartphones* vêm sendo intensamente utilizados por crianças e adolescentes, que se mantêm conectados a maior parte do dia, muitas vezes durante as aulas, apesar de seu uso, em geral, ser proibido. No entanto, nos parece que a utilização desse tipo de dispositivo pode ser um aliado do professor, na medida em que é possível lançar mão dele na construção do conhecimento a partir de simulações, observações e conjecturas (KENSKI, 2011).

Entretanto, antes de nos aprofundarmos nesse ponto, cabem as seguintes perguntas: qual tópico matemático abordar com os alunos utilizando o *smartphone*? Como tratá-lo? Um assunto sempre presente nos vestibulares e no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) é função. Além disso, tem-se a percepção da fácil contextualização deste conteúdo no dia a dia das pessoas. Por isso, nesse trabalho, escolhemos esse tópico, com enfoque em gráficos.

Fazemos adiante uma breve reflexão sobre a forma de ensinar funções, a partir de alguns livros de Matemática, bem como sobre a evolução do tipo de abordagem das questões de funções no ENEM, em especial, aquelas que tratam de gráficos de funções dos exames de 2009 a 2016.

Quanto aos programas de computador, existem diversos já utilizados em salas de aula como ferramenta de auxílio ao professor, para tornar a aula mais dinâmica e mudar o estilo de "aula-palestra", em que o professor somente fala e escreve no quadro, enquanto os alunos copiam e prestam atenção, muitas vezes, sem participar efetivamente da aula. Os programas também podem fornecer a correta visualização,



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

o que permite aos alunos verificar propriedades de gráficos de funções, observar figuras planas ou espaciais com mais detalhes etc.

Muito utilizado atualmente é o *software* de matemática dinâmica GeoGebra, um programa que combina conceitos de geometria e álgebra. Este *software* está disponível para *download* em <http://www.geogebra.org>. Desenvolvido em linguagem de programação Java, tem boa aceitação entre professores e alunos, devido à gratuidade, à sua interface de fácil manuseio e disponibilidade em várias plataformas.

A utilização do GeoGebra como aplicativo para computador, em sala de aula, já é rotineira para muitos professores, entretanto, sua utilização como aplicativo de celular, em atividades didáticas para as turmas, ainda não é uma prática tão comum (ARAÚJO, 2015). Assim, o tema escolhido para este trabalho foi o estudo de gráficos de funções por meio do *software* Geogebra em *smartphones*.

Este trabalho traz o relato de uma experiência, desenvolvida pelo primeiro autor, como parte do projeto de pesquisa de sua dissertação de mestrado. Essa experiência reuniu quatro atividades realizadas em três turmas de 9º ano do Ensino Fundamental e uma turma do 1º ano do Ensino Médio, em duas unidades de um colégio particular da zona oeste do Rio de Janeiro. Para as atividades sugeridas, foram selecionadas as funções afim e quadrática. Tratamos também das dificuldades sentidas pelos alunos no desenvolvimento dessas atividades.

TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

As TIC englobam um conjunto de recursos tecnológicos que permitem reunir, analisar e compartilhar informações de modo a facilitar a comunicação. Elas se fazem presentes em diversas atividades profissionais e, em particular, apresentam um grande potencial como ferramentas em processos de aprendizagem. Essas tecnologias acabam por influenciar os meios de produção, o que acarreta perceptíveis transformações no cotidiano do cidadão (BRASIL, 1999).

Portanto, é imperativo que o professor esteja suficientemente atualizado para acompanhar as novas tecnologias acessíveis, em diferentes áreas do conhecimento, de forma a capacitar seus alunos com instrumentos para uma melhor compreensão do mundo e das diversas dinâmicas nele envolvidas (POWELL, 2015). Com a velocidade com que as transformações tecnológicas vêm ocorrendo, fazer uso corretamente de recursos de informática no trabalho docente não é mais um diferencial, essa habilidade é condição necessária à prática docente (ROMAN, 2006).

No entanto, o quadro que encontramos nas salas de aula é outro. Os alunos, apesar do aparente domínio de tecnologias digitais, apresentam uma considerável dificuldade quando lhes é exigido algo além do manuseio de aplicativos de seu celular. Esse problema, em geral, não é totalmente resolvido, pois encontram na sala de aula docentes que não possuem a formação adequada para a utilização dessas tecnologias.



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

Dessa forma, deve-se capacitar os professores para que obtenham um melhor aproveitamento na utilização desses recursos no contexto escolar.

No que tange ao ensino da Matemática, lançar mão do uso das TIC não implica abandonar o rigor ou o conteúdo programático da disciplina. As tecnologias digitais devem ser vistas como um elemento facilitador que permite tornar o processo de ensino-aprendizagem mais prazeroso para todos os envolvidos, promovendo assim, por exemplo, maior participação dos alunos na construção de seu conhecimento (KOEHLER, MISHRA, 2008, apud POWELL, 2015). Vale ressaltar que o uso das TIC por si só não garante o sucesso escolar. A fim de alcançar tal objetivo, sua aplicação precisa estar, necessariamente, atrelada a atividades que despertem o interesse e a criatividade do aluno, de forma a tornar a aprendizagem mais expressiva. Para fazer uso das TIC é necessário dispor de tempo para o planejamento das atividades, o que requer novos métodos, que só podem ser obtidos por meio de leitura, pesquisa e experimentação (MISHRA, KOEHLER, 2006).

Mesmo quando os professores estão qualificados para trabalhar com as TIC, muitas vezes a escola não possui laboratórios ou estes não estão adequadamente equipados. Dados do Ministério da Educação mostram que 44,7% das escolas dispõem de laboratórios de informática para os primeiros anos e 67,8 % para os anos finais do Ensino Fundamental, ao passo que esses laboratórios estão presentes em 87,2 % das escolas de Ensino Médio (BRASIL, 2017).

O *smartphone* é uma TIC disponível à maioria dos alunos e sua utilização como um recurso educacional vem crescendo ao longo dos anos. Embora não haja consenso no que diz respeito ao uso de tecnologia móvel nas escolas (MOURA, 2009), existe um grupo cada vez maior que acredita que esse tipo de ferramenta possa desempenhar um importante papel na aprendizagem dos alunos, desde que haja o devido planejamento das atividades.

O ENSINO DE FUNÇÕES AO LONGO DOS ANOS

Ao compararmos os exames vestibulares ao longo dos anos, podemos perceber uma mudança no que diz respeito ao tipo de questões envolvendo o tema funções, em especial, nas provas do ENEM. Esta diferença também pode ser observada comparando-se livros de Matemática antigos com os atuais, certamente, influenciados pelos exames vestibulares. Assim, fizemos uma rápida análise da forma como o tema funções é abordado em oito livros de Ensino Médio, escolhidos entre aqueles mais utilizados.

Nos livros de Matemática mais antigos (IEZZI et al., 1977; MACHADO, 1988; YOUSSEF, FERNANDEZ e SOARES, 2000; BEZERRA, 2001), era dada uma atenção maior ao estudo das relações entre conjuntos e gráficos de produtos cartesianos, apresentando exercícios voltados, em geral, apenas para a realização de cálculos algébricos. Há alguns anos, notamos que o foco se voltou mais para as questões



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

contextualizadas, ou seja, aquelas que demandam não somente o domínio algébrico, mas também a interpretação de um texto (IEZZI et al., 2010; IEZZI et al., 2011; GIOVANNI, GIOVANNI Jr. e BONJORNIO, 2011; CATALDO, CHAVES e BRENER, 2003). Com a mudança de abordagem nas provas de seleção, não apenas os livros didáticos foram influenciados, mas também as escolas sofreram pressão na medida em que precisam preparar seus alunos para realizar essas provas e apresentar um bom índice de aprovação.

No entanto, se os estudantes compreenderem bem o conceito de relação entre dois conjuntos (domínio e contradomínio), acreditamos que eles sejam capazes mais adiante de se sair bem com questões contextualizadas. Mas, infelizmente, com a necessidade de cumprir o planejamento, o conteúdo é abordado muito rapidamente, sem o devido aprofundamento, e alguns entendimentos que poderiam ser melhor internalizados pelos estudantes acabam sendo deixados em segundo plano.

Todos os livros analisados trazem as definições de função, de função afim e de função quadrática de forma bastante semelhante em relação ao conteúdo, mas apresentam pequenas variações no tocante à forma de exposição.

O livro *Fundamentos de matemática elementar* (IEZZI et al., 1977) traz um capítulo inteiro dedicado ao estudo de relações e funções, incluindo as noções de par ordenado, produto cartesiano e gráficos. É perceptível o teor matemático formal. As aplicações de funções afins são dadas de forma direta, com pouca preocupação com a contextualização. Quanto às funções quadráticas, há no livro uma quantidade significativa de exercícios de resolução direta. A contextualização aqui aparece de forma sutil quando o livro trata das coordenadas do vértice, propondo, por exemplo, exercícios em que se deseja saber a área máxima de um retângulo, dadas algumas informações sobre o perímetro.

Outro livro analisado foi *Matemática – temas e metas* (MACHADO, 1988), em que também observamos exercícios de resolução imediata, e o conteúdo sobre as relações e produtos cartesianos, apesar de ainda existir, foi reduzido e simplificado, em relação ao livro anteriormente analisado. Por outro lado, este livro possui uma quantidade consideravelmente pequena de questões contextualizadas, que aparecem basicamente quando se trata de funções quadráticas e o vértice da parábola, assim como no livro anteriormente mencionado. Entretanto, a quantidade dessas questões é um pouco maior.

Analisamos também o livro volume único *Matemática: ensino médio* (YOUSSEF, FERNADEZ e SOARES, 2000). Apesar de não ser um livro tão antigo quanto os dois anteriores, possui uma abordagem bastante tradicional, apresentando o conceito de funções a partir de relações e produto cartesiano, além de exercícios diretos e sem contextualização. A diferença reside no fato de que esse livro, por ser volume único, condensa todo o conteúdo do Ensino Médio e por isso as explicações são breves. Outro livro volume único analisado foi *Matemática para o ensino médio* (BEZERRA, 2001). Apesar de ser contemporâneo do livro "Matemática: ensino médio", o livro de Jairo



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

Bezerra já traz questões do ENEM e inclui, ao final de quase todos os capítulos, uma seção chamada Contexto, em que se procura mostrar o uso do conteúdo explorado no capítulo em situações da vida cotidiana ou em aplicações ligadas a outras áreas do conhecimento. No entanto, no que diz respeito à apresentação do conteúdo funções, ele segue a mesma orientação dos anteriores. Uma característica importante é que ele inicia cada capítulo com, ao menos, um parágrafo em que se encontra um dado histórico ou uma breve informação sobre o assunto tratado no capítulo.

Dentre os mais recentes, analisamos os livros *Matemática – ciência e aplicações* (IEZZI et al, 2010) e *Matemática – Volume Único* (IEZZI et al., 2011). Observamos no primeiro uma mudança considerável em relação aos livros já analisados. O livro inicia o assunto de funções com uma abordagem contextualizada, mais lúdica, fornecendo a noção de função de maneira intuitiva, como uma relação entre dois conjuntos, para só então começar a formalizar o conteúdo. Destacamos ainda o maior uso de cores e também de imagens. Mesclando com exercícios mais diretos, há uma quantidade significativa de exercícios contextualizados. Isso se estende até os capítulos sobre funções afim e quadrática. No livro “Matemática – Volume Único” tem-se uma abordagem semelhante, porém há um número maior de exercícios, incluindo questões de vestibulares e do ENEM.

Outro livro analisado foi o *Matemática Fundamental – uma nova abordagem* (GIOVANNI, GIOVANNI Jr. e BONJORNO, 2011). Assim como foi observado nos dois livros anteriores, a atenção ao conteúdo relações é menor e o números de questões contextualizadas maior.

O livro *Matemática para vestibular* (CATALDO, CHAVES e BRENER, 2003), apesar de ter o ano de publicação anterior aos últimos livros analisados, apresenta um foco na preparação dos alunos para os vestibulares, em especial para o ENEM. Este livro contém apenas um resumo dos conteúdos, de forma que a maior parte do tempo de estudo seja dedicada aos exercícios. Não trata do assunto “relações que não são funções”, começando o estudo diretamente por função.

O que podemos concluir dessa rápida análise, resumidamente, é que, de fato, houve uma redução na atenção ao tópico “relações que não são funções” e a quantidade de exercícios nos livros atuais é maior que nos mais antigos. Ao longo dos anos, é perceptível que o espaço destinado somente a exercícios cresceu em relação ao ocupado pelo conteúdo, assim como as noções intuitivas, advindas de exemplos contextualizados, passaram a anteceder a formalização matemática dos conteúdos.

Um fato que merece uma observação é que a evolução do ensino de gráficos de funções nos livros segue o mesmo padrão que mencionamos, ou seja, a contextualização nas questões com gráficos se torna cada vez maior, bem como o uso de questões extraídas de vestibulares.



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENEM

O conteúdo matemático função é muito importante para a compreensão da relação entre duas ou mais grandezas. Cabe ao professor mostrar possíveis contextualizações para os conteúdos, fazendo assim com que o aluno consiga ver utilidades práticas para o assunto trabalhado, e fazendo com que o interesse na matéria se mantenha. Nesse aspecto, as funções se apresentam em diversas situações do nosso dia a dia. Como exemplos podemos citar contas de telefone (função afim), crescimento de colônias de bactérias (função exponencial), decaimento radioativo (função exponencial), lançamento de um projétil (função quadrática), entre diversas outras possibilidades.

A ampla contextualização das funções é um facilitador para elaboração de questões para o ENEM. Muitos vestibulares hoje em dia, não somente o ENEM, apresentam diversas questões contextualizadas, dando um sentido para o porquê de se efetuar determinado cálculo pedido, diferentemente de alguns anos atrás, em que as questões se resumiam, muitas vezes, ao simples "Calcule", "Determine" ou "Efetue" determinada conta.

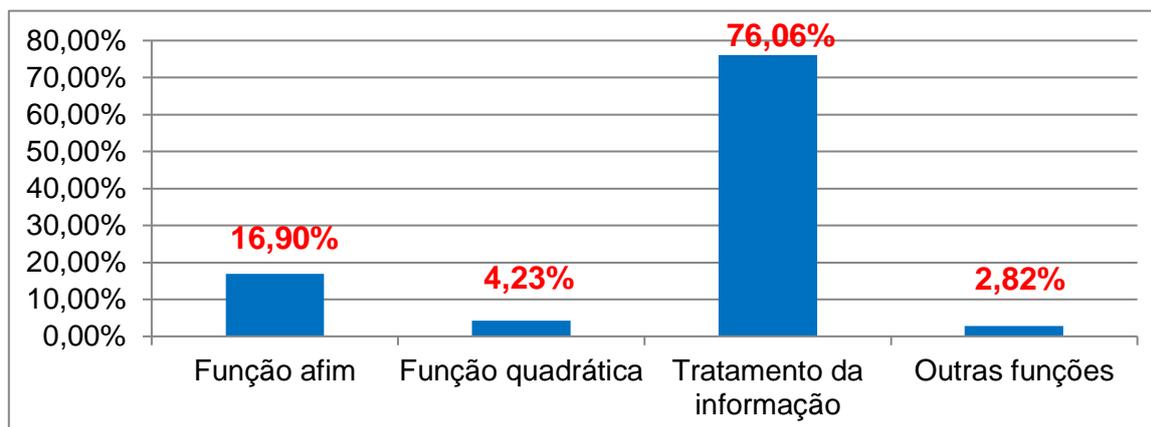
O ENEM tornou-se um instrumento de avaliação de muita importância e, portanto, é esperado que a maioria das escolas e cursos pré-vestibulares se preocupem em focar o ensino para preparar os alunos para a realização deste exame. Conseqüentemente, o ENEM desempenha um papel de direcionador do ensino das escolas no Brasil, sejam essas públicas ou particulares (SANTOS, 2015). O ENEM está inserido no dia a dia dos professores, das escolas e dos alunos, mesmo os que não estejam prestes a realizar este exame.

A fim de investigar a importância da análise de gráficos nas provas do ENEM, foram catalogadas e analisadas questões sobre gráficos de funções, na área de "Matemática e suas tecnologias" das edições do ENEM de 2009 a 2016, formando um total de 10 provas. Foram analisadas 450 questões e 71 delas (15,78%) envolvem gráficos; das 71 questões, os principais tipos de funções encontradas foram afim (16,90%), quadrática (4,23%), exponencial (1,41%) e logarítmica (1,41%); as 54 questões restantes (76,06%) envolvem tratamento da informação⁴.

Com base nessa análise (Fig. 1), podemos perceber que a quantidade de questões envolvendo leitura de gráficos é consideravelmente grande, uma vez que restam pouco mais de 84% do montante de questões para todos os outros conteúdos de todo o Ensino Fundamental e Médio.

⁴ Tratamento da informação vem a ser um bloco de questões que engloba a leitura de gráficos, tabelas simples e de dupla entrada etc. Nelas, o aluno deve encontrar dados para resolver problemas, não necessariamente há aplicações de conhecimentos técnicos diretamente.

Figura 1: Porcentagem das questões de gráficos nas avaliações analisadas.

Fonte: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>

Essa análise nos mostra ainda a importância da correta leitura de gráficos para os candidatos do ENEM. Ressaltamos também que esse conhecimento é muito importante no dia a dia na compreensão de dados disponíveis como, por exemplo, em jornais e nos mais variados trabalhos.

GEOGEBRA EM SMARTPHONES

Em relação ao uso do GeoGebra em computador, é perceptível a mudança no formato de escrita e na facilidade de acesso aos comandos necessários. Em um computador, há uma maior facilidade para digitação devido ao próprio teclado, entretanto, em um *smartphone* (ou *tablet*) há uma tentativa de simplificação dos comandos, com a presença de "botões" pré-estabelecidos para algumas operações, como potências em geral, elevar ao quadrado especificamente, raízes, módulos etc. Essa diferença na forma de digitação foi de extrema importância para análise das atividades durante e após as aplicações.

Ainda devido ao tamanho e formato da tela do computador, é possível que em uma única tela estejam presentes, por exemplo, os gráficos de algumas funções, suas leis de formação, assim como quaisquer pontos e informações necessárias para a realização de alguma atividade proposta pelo professor.

Entretanto, o formato e tamanho da tela de um *smartphone*, por ser consideravelmente menor que a de um computador, poderia proporcionar uma experiência desagradável ao manter todas as informações (lei de formação, pontos, etc.) utilizadas na atividade, juntamente com os gráficos, em uma única tela. Visando evitar esta poluição visual, no *smartphone* é possível "minimizar" a tela com as informações que possam ser irrelevantes para um momento em que se deseja apenas a visualização de um ou mais gráficos.



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

ATIVIDADES PARA O GEOGEBRA

Foram realizadas quatro atividades em três turmas de 9º ano do Ensino Fundamental (30 alunos em média cada uma) e em uma turma do 1º ano do Ensino Médio (14 alunos), de duas unidades de um colégio particular localizadas na zona oeste do Rio de Janeiro, uma unidade em Jacarepaguá e outra na Barra da Tijuca.

Durante o período de realização destas atividades nas salas de aula, as três turmas de 9º ano estavam iniciando o aprendizado das funções quadráticas, já tendo sido utilizado o GeoGebra para as funções afins, enquanto a turma de 1º ano estava revisando os dois tipos de funções. Dessa forma, as funções afim e quadrática foram escolhidas como temas das atividades.

Até então, os alunos não haviam tido a oportunidade de manusear o aplicativo, e a visualização se dava com o professor projetando a imagem do computador na tela. Para um primeiro contato, foi recomendado que os alunos fizessem o *download* do programa para o computador, de forma que pudessem utilizá-lo para estudar em suas residências. Antes de se iniciarem as atividades, foi solicitado também que eles fizessem o mesmo para os celulares. Segue a descrição das atividades.

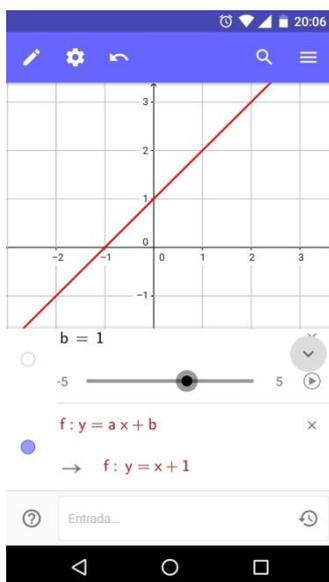
A atividade 1, que durou aproximadamente 25 minutos, consistiu em revisar o significado dos coeficientes das funções afins ($y = ax + b$) e relacionar as mudanças nos valores desses coeficientes por meio dos deslizadores do GeoGebra, observando as consequentes alterações nos gráficos (Fig. 2).

Ao deslizar o dedo na tela do celular nestes deslizadores, os coeficientes podem ir assumindo valores distintos e, assim ao mesmo tempo em que os coeficientes são modificados, de maneira dinâmica, o gráfico da função também é alterado, segundo os valores dos coeficientes. Esta atividade foi orientada pelo professor de modo que os coeficientes linear e angular fossem alterados separadamente, a fim de que fosse possível ao aluno concluir o que cada uma dessas alterações produziu no gráfico.

Esperava-se que os alunos pudessem identificar que o coeficiente b , também denominado de coeficiente linear:

- faz com que o gráfico da função $y = ax + b$ seja movido no sentido vertical;
- representa a ordenada do ponto no qual o gráfico intercepta o eixo Y .

DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

Figura 2 – Atividade 1: variação dos coeficientes linear e angular da reta $y = ax + b$.

Esperava-se que os alunos pudessem identificar que o coeficiente a , também denominado de coeficiente angular:

- modifica o ângulo que a reta faz com o eixo X ;
- e que para $a > 0$, a reta é crescente, e para $a < 0$, a reta é decrescente.
- para $a = 0$, a função deixa de ser afim para se tornar uma função constante.

A atividade 2, que também durou em torno de 25 minutos, teve como foco a revisão do significado dos coeficientes das funções quadráticas ($y = ax^2 + bx + c$) e a relação das mudanças nos valores desses coeficientes com as consequentes alterações nos gráficos das funções. Ao construir a função, o aplicativo gera seu gráfico e automaticamente cria três “deslizadores”, um para cada coeficiente, de modo análogo ao que ocorreu com a função afim da atividade 1. Aqui também foi orientado aos alunos que permitissem a variação de cada coeficiente separadamente para examinar o impacto nos gráficos das funções.

Esperava-se que os alunos pudessem identificar que o coeficiente c :

- faz com que o gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ seja movido no sentido vertical;
- representa a ordenada do ponto no qual o gráfico intersecta o eixo Y .

Dessa forma, o coeficiente c na função quadrática desempenha papel análogo ao do coeficiente b na função afim. Em qualquer função polinomial, o termo independente de x realizará a mesma mudança no gráfico.

Esperava-se que os alunos pudessem identificar que o coeficiente a :

DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

- modifica a concavidade da parábola;
- para $a > 0$, a parábola possui concavidade voltada para cima, e para $a < 0$, a parábola possui concavidade voltada para baixo;
- para $a = 0$, a função deixa de ser quadrática para se tornar uma função afim.

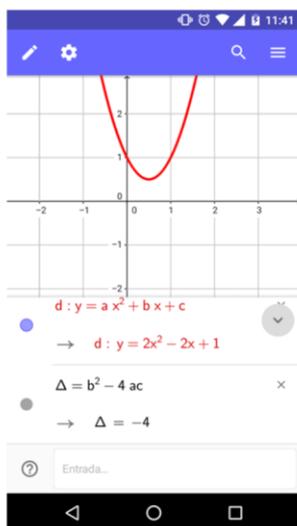
Em seguida, o professor deve pedir aos alunos que modifiquem apenas o coeficiente b , perguntando o que eles perceberam ao realizar essa modificação.

Esperava-se que os alunos pudessem identificar que o coeficiente b :

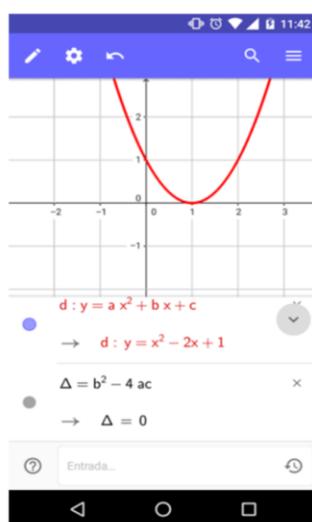
- faz com que o gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ seja movido no sentido horizontal, entretanto sempre mantendo o valor onde intersecta o eixo Y , uma vez que o valor de c não foi modificado;
- para $b = 0$, a parábola possui o eixo de simetria coincidindo com o eixo Y .

Na atividade 3, com duração de aproximadamente 30 minutos, estudou-se o discriminante e sua relação com os zeros da função quadrática. Para tal atividade, os alunos digitaram no aplicativo GeoGebra, nos seus celulares, a função $y = ax^2 + bx + c$, e, em seguida, digitaram $\Delta = b^2 - 4ac$. Conforme foram mudando o valor dos coeficientes pelos deslizadores, simultaneamente, os alunos puderam perceber a mudança sofrida no valor de Δ . De acordo com sinal do discriminante, verificaram as possibilidades de interseção da parábola com o eixo X (Fig. 3).

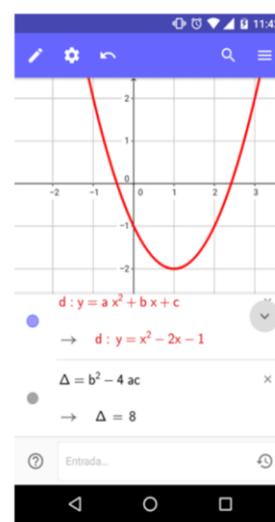
Figura 3 – Atividade 3: relação do Δ com a parábola: (a) $\Delta < 0$; (b) $\Delta = 0$; (c) $\Delta > 0$.



(a)



(b)

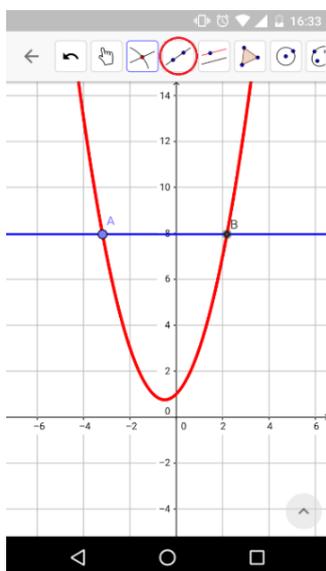


(c)

DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

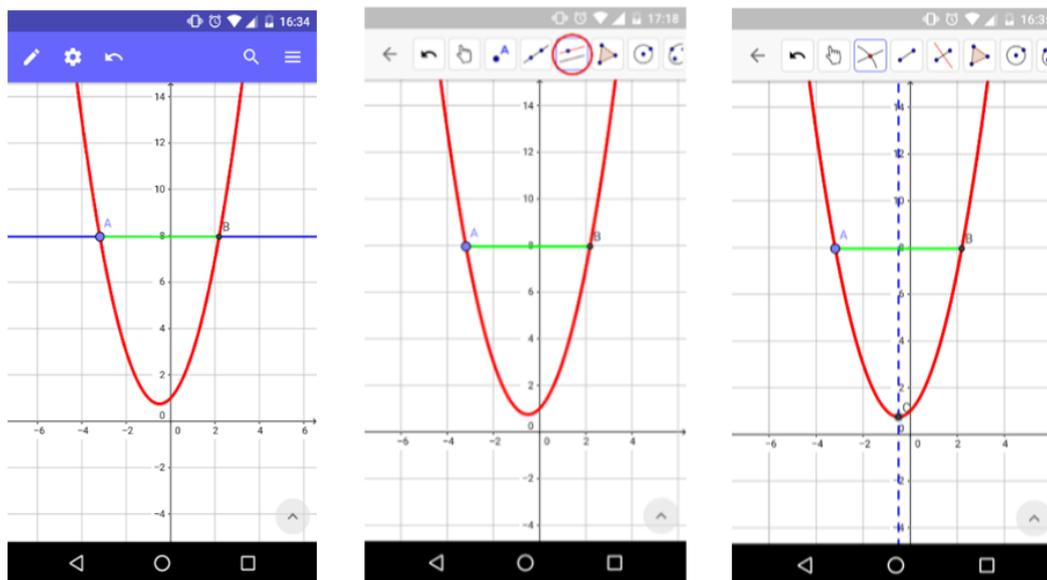
A atividade 4 possui como foco a análise do vértice da parábola, assim como de seu eixo de simetria. Esta atividade requer um maior domínio das construções no GeoGebra, pois, além da parábola, é preciso traçar uma reta paralela ao eixo X , que intersecte a parábola em dois pontos quaisquer, A e B , e construir a mediatriz para o segmento \overline{AB} (Fig.4).

Portanto, somente recomendamos a realização desta atividade se o professor dispuser de um período maior de tempo, em comparação com cada uma das outras atividades, para que não realize esta atividade às pressas, o que impediria o seu correto entendimento. O principal objetivo dessa atividade é perceber que a intersecção da mediatriz com a parábola é o ponto de mínimo ou de máximo do gráfico (vértice C).

Figura 4 – Atividade 4: construção do segmento de reta paralelo ao eixo X .

Quando as construções para esta atividade se encerram, cabe ao professor mostrar aos alunos ou pedir a eles que verifiquem qual é a relação entre as abscissas dos pontos A , B e C (Fig. 5). Espera-se que o aluno perceba que a abscissa do ponto C é a média aritmética das abscissas dos pontos A e B e que as ordenadas completam o conjunto de informações acerca da simetria da curva, dando sentido às fórmulas das coordenadas do vértice.

DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

Figura 5 – Atividade 4: após a construção da reta, manter apenas o segmento \overline{AB} e traçar a mediatriz de \overline{AB} .

A maior dificuldade encontrada no uso do *smartphone* foi o tamanho da tela e do teclado, implicando em erros na construção dos gráficos. No GeoGebra para computador, ao manusear o gráfico das funções, basta selecionar a ferramenta “Mover janela de visualização” ou a ferramenta “Mover” para clicar e segurar o botão em qualquer parte da tela (plano cartesiano) e arrastar para onde se desejar. Ao clicar e segurar o botão no gráfico da função, na verdade, o que será movido é o gráfico e, conseqüentemente, a lei de formação da função será modificada.

Como o tamanho da tela do celular é pequeno se comparado ao da tela de um computador e em relação às dimensões do dedo, perde-se precisão no toque, e a probabilidade de um aluno errar e, mesmo sem a intenção, “arrastar” o gráfico da função ao invés do plano cartesiano é bem maior em um celular do que no computador.

No computador, encontramos uma dificuldade quanto ao conhecimento de comandos de programação como, por exemplo, os expoentes serem representados pelo acento circunflexo (^), a multiplicação pelo asterisco (*), a raiz quadrada de um número X por sqrt (X) etc. Apesar de encontrarmos no GeoGebra para *smartphones* ícones com a mesma função, o que tornaria mais simples o trabalho, inesperadamente, os alunos tiveram dificuldade em acionar a tela de forma a exibir esses comandos.

Outro problema encontrado foi a existência de diferentes aplicativos, com interfaces e comandos distintos. Uma sugestão que minimizaria tais dificuldades seria a prévia realização de um minicurso de GeoGebra.



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dada a importância das questões envolvendo gráficos de funções em um exame como o ENEM, que influencia o que e como as escolas devem ensinar, torna-se relevante uma atenção especial ao ensino desse conteúdo. Considerando a evolução das tecnologias digitais, foram propostas atividades de análise de gráficos das funções afim e quadrática, utilizando o aplicativo GeoGebra, nos *smartphones* de cada aluno.

As atividades proporcionaram uma experiência que o aluno não poderia adquirir em uma aula expositiva, como, por exemplo, “manusear” as funções, transformando-as a seu critério. O aluno teve a oportunidade de lembrar os conhecimentos adquiridos não apenas através da memória visual do quadro, do livro ou do caderno, mas também das experiências e visualizações individuais criadas para cada função. Ele pôde comprovar na prática o que é dito pelo professor ou, nos casos dos alunos com maior gosto pela Matemática, verificar as demonstrações realizadas pelo professor em sala.

O que pôde ser percebido, apesar das dificuldades citadas, é que os alunos gostaram da comprovação visual-dinâmica do que foi ensinado pelo professor durante as aulas, através do manuseio do aplicativo GeoGebra para *smartphones*. As atividades agradaram quem já tinha interesse no estudo da Matemática, assim como tornaram o aprendizado mais significativo para aqueles que não demonstravam o mesmo interesse.

Uma ótima vantagem que o uso do GeoGebra no celular pode proporcionar é a transformação da sala de aula clássica em um laboratório de matemática, o que é especialmente importante em escolas sem este tipo de infraestrutura.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. R. S. *Uso de smartphones e tablets como ferramenta do ensino de matemática: o software GeoGebra*. Dissertação de Mestrado em Matemática. Rio Branco: UFAC, 2015.
- BEZERRA, M. J. *Matemática para o ensino médio: volume único*. São Paulo: Scipione, 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.
- _____. *Censo Escolar da Educação Básica 2016: Notas Estatísticas*. Brasília: MEC/INEP, 2017.
- CATALDO, J. C.; CHAVES, J. J. F.; BRENER, C. *Matemática para vestibular*. Rio de Janeiro: Imprinta, 2003.



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR., J. R.; BONJORNO, J. R. *Matemática fundamental – uma nova abordagem*. São Paulo: FTD, 2011.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. *Fundamentos de matemática elementar 1: conjuntos e funções*. São Paulo: Atual, 1977.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. *Matemática – ciências e aplicações*. São Paulo: Saraiva, 2010.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R. *Matemática – Volume Único*. São Paulo: Atual, 2011.

KESNKI, V. M. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. 3. ed. Campinas: Papirus, 2011.

LEITE, L. S. *Tecnologia educacional*. 7. Ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

MACHADO, A. S. *Matemática, temas e metas – Conjuntos numéricos e funções*. São Paulo: Atual, 1988.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108 (6), p. 1017–1054, 2006.

MOURA, A. Geração móvel: um ambiente de aprendizagem suportado por tecnologias móveis para a “geração polegar”. In DIAS, P.; OSÓRIO, A. J. (org.). *Challenges 2009: actas da Conferência Internacional de TIC na Educação*, 6, Braga, Portugal, 2009. Braga: Universidade do Minho, 2009, p. 49-77. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/10056>. Acesso em jun. de 2019.

POWELL, A. B. Construção Colaborativa do Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo de Professores de Matemática. *Boletim Gepem (Online)*, n. 64, Jan./Jun. 2014. Disponível em: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.007>. Acesso em set. de 2019.

ROCHA, E. M. *Tecnologias digitais e ensino de matemática: compreender para realizar*. Tese de Doutorado em Educação. Fortaleza: UFC, 2008. Disponível em http://www.teses.ufc.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=1547. Acesso em 21 de jun. de 2019.

ROMAN, A. E. Os desafios para o professor na era digital. *Cadernos da Escola de Educação e Humanidades*. n. 03. 2006.



DOI: 10.12957/e-mosaicos.2020.44535

SANTOS, G. A. L. C. *Os impactos do ENEM nos currículos escolares e na prática docente na visão de professores de Matemática de escolas do Rio de Janeiro*. Dissertação de Mestrado em Matemática (PROFMAT). Rio de Janeiro: UERJ, 2015.

YOUSSEF, A. N.; FERNANDEZ, V. P.; SOARES, E. *Matemática – Ensino Médio: volume único*. São Paulo: Scipione, 2000.

Recebido em 12 de agosto de 2019

Aceito em 02 de setembro de 2019



A e-Mosaicos Revista Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (CAp-UERJ) está licenciada com uma Licença [Creative Commons - Atribuição-NãoComercial 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

Os direitos autorais de todos os trabalhos publicados na revista pertencem ao(s) seu(s) autor(es) e coautor(es), com o direito de primeira publicação cedido à e-Mosaicos.

Os artigos publicados são de acesso público, de uso gratuito, com atribuição de autoria obrigatória, para aplicações de finalidade educacional e não-comercial, de acordo com o modelo de licenciamento Creative Commons adotado pela revista.