

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO*

JOÃO BOSCO PITOMBEIRA DE CARVALHO†

Resumo

Neste trabalho, comentaremos inicialmente o uso da história da matemática no ensino e, em particular, teceremos algumas considerações sobre o emprego de fontes primárias para isto. Em seguida, estudaremos um exemplo específico, mostrando alguns problemas de seu uso, o método de máximos e mínimos de Fermat.

1. Introdução

Atualmente, muitos defendem o uso da história da matemática no ensino e existe uma vasta literatura sobre o assunto, inclusive com exemplos de como usar a história em sala de aula.

Entre as razões que os defensores do uso da história da matemática no ensino e aprendizagem destacam, podemos listar:

- Propiciar aos alunos uma melhor compreensão da matemática;
- Contribuir para a percepção, pelos alunos, de que a matemática, com suas práticas e concepções, tem variado ao longo dos séculos;
- Contribuir para expandir os horizontes culturais dos alunos.

* **Palavras-chave:** História da matemática; uso de fontes primárias no ensino; Fermat; ensino e aprendizagem de matemática.

† Doutor em Matemática. **E-Mail:** jbpкарvalho@gmail.com

Uma defesa detalhada dessa posição é apresentada por Kathy Clark:

Enfatizar a integração de temas históricos e epistemológicos no ensino de matemática constitui, possivelmente, uma maneira natural de mostrar matemática sendo construída, o que pode levar a uma melhor compreensão de suas partes específicas e a uma percepção mais profunda do que ela é como área do conhecimento. Isso é importante para a educação matemática a fim de ajudar a percepção de que a matemática:

- é o resultado de contribuições de muitas culturas diferentes;
 - tem mantido diálogo constante com outras áreas do conhecimento científico, a filosofia, as artes e a tecnologia;
 - tem sofrido modificações ao longo do tempo; houve visões diferentes do que é matemática;
 - tem sido uma força constante para estimular e apoiar o desenvolvimento científico, técnico, artístico e social.
- (CLARK, 2018, p. 3)¹.

Outro depoimento a favor do uso da história da matemática é dado por Furinghetti:

A história fornece exemplos significativos de algoritmos e métodos que permitem a exploração da natureza operacional dos objetos matemáticos. A história sugere o desenvolvimento dos conceitos em um ambiente visual e perceptivo como o da geometria. (FURINGHETTI, 2007, p. 137).

2. Dificuldades para o uso da história da matemática no ensino

O uso da história da matemática não é uma panaceia que resolverá todos os problemas do ensino e aprendizagem da matemática. Longe disso. Nessa área, não há panaceias, como sabemos de muitas experiências passadas que prometiam maravilhas e que logo decepcionaram. Há dificuldades reais ao tentar usar a história da matemática no ensino, bem identificadas por Siu (2006) e também analisadas por Schubring (2013).

Em sua análise, Schubring salienta que é necessário levar em conta vários problemas. Inicialmente, ele destaca que há mais conclamações à ação do que estudos metodológicos cuidadosos sobre o uso da história da matemática em sala de aula; segundo ele, são necessários “estudos empíricos sérios sobre a eficácia da abordagem

¹ Todas as traduções, salvo menção em contrário, são minhas.

histórica no ensino” (SCHUBRING, 2013).

Além disso, deve-se salientar a má qualidade de muitos livros sobre história da matemática geralmente usados pelos professores. Schubring (2013) chega a afirmar que “paradoxalmente, os livros mais vendidos de história da matemática parecem ser os de pior qualidade”. Assim, é necessário enfatizar a elaboração de textos sérios de história da matemática, para serem usados em cursos de formação de professores, iniciais ou continuados.

Boa parte dos que propugnam o uso da história da matemática no ensino defendem o uso de fontes primárias. Afirmam que, da mesma maneira que é impossível, em literatura, estudar um autor sem ler suas obras, em história da matemática, é igualmente importante ler a produção dos matemáticos. Podemos citar, entre muitos, o seguinte material que expõe, comentados, exemplos específicos de tópicos de matemática, de várias épocas e culturas, como trabalhados por seus autores: Coolidge (1990), Knoebel (2007), Laubenbacher (1999) e Swetz (1995). Além disso, temos as riquíssimas antologias de Birkhoff (1973), Fauvel e Gray (1987), Katz (2007, 2016), Smith (1959), Stedall (2008) e Struik (1969), com trechos traduzidos para o inglês de obras importantes ou significativas da matemática, ao longo dos séculos.

Aqui, também existem perigos a serem evitados. Essa abordagem faz mais sentido para os “países nos quais havia uma considerável produção matemática no passado – como no caso da França, em que, ao longo dos séculos muitos matemáticos publicaram em francês sobre assuntos que dizem respeito à matemática escolar” (SCHUBRING, 2011). Nos outros casos, é necessário usar traduções, que inevitavelmente alteram o espírito do original, e adaptar os mesmos para a leitura dos alunos, principalmente no que diz respeito à notação e terminologia utilizadas. Mesmo no caso da França, tratado como singular por Schubring, o exemplo que daremos mostra a distância que pode haver entre um texto original e sua adaptação o para uso escolar.

Continuando, Schubring afirma que a maneira de minimizar esses e outros problemas com o uso da história da matemática no ensino, é importante investir na formação dos professores nesse sentido. Um aspecto do uso bem praticado da história da matemática no ensino é sua oportunidade, nestes tempos em que o obscurantismo ganha força em muitos países: mostrar que várias culturas, independentemente de religião e etnia, ao longo de muitos séculos, desenvolveram práticas matemáticas para resolver problemas com que se defrontaram no dia a dia, na administração, em várias

profissões e até mesmo, em alguns casos, como pura especulação intelectual, descomprometida de aplicações.

3. Fermat e máximos e mínimos

Como afirmado por Schubring (2011), a França é um país particularmente apropriado para o uso de fontes primárias no ensino, haja vista a produção, durante vários séculos, por matemáticos franceses, de trabalhos relevantes para o ensino atual de matemática naquele país. Um exemplo relevante disso é o *La Géométrie* de Descartes (1954), escrito em francês, em 1637, e que contém muito material que pode ser usado no ensino, particularmente em cursos de formação inicial ou continuada de professores de matemática.

Mas, nem sempre a situação é tão simples. Vejamos, por exemplo, o caso dos resultados de Fermat sobre máximos e mínimos.

O material que discutiremos encontra-se, originalmente, em Tannery e Henry (1891-1922). Ele foi traduzido e adaptado por D. J. Struik para sua antologia (STRUIK, 1969, pp. 223-224) e incorporado na antologia de Fauvel (1987, pp. 358-361).

Vejamos, inicialmente, o texto, como se lê nas obras de Fermat:

Exemplum subjicimus: Sit recta AC (fig 91)² ita dividenda in E ut rectangulum AEC sit maximum.



Recta AC dicatur B. Ponatur pars altera ipsius B esse A: ergo reliqua erit I, et rectangulum sub segmentis erit B in A-Aq., quod debet inveniri maximum. Ponatur rursus pars altera ipsius B esse A+E: ergo reliqua erit B - A - E, et rectangulum sub segmentis erit

B in A -Aq. +B in E-A in E bis- Eq.,

quod debet adaequari superiori rectangulo

² Esta numeração consta do texto original de Fermat. Aqui, incluímos sua figura sem numeração.

$B \text{ in } A - Aq.$

Demptis communibus,

$B \text{ in } E \text{ adaequatibur in } A \text{ in } E \text{ bis} + E q.,$

et, omnibus per E divisis,

$B \text{ adaequabitur } A \text{ bis } E.$

Elidatur E,

$B \text{ adaequabitur } A \text{ bis}$

Igitur B bifariam est dividenda ad solutionem propositi; nec potest generalior dari methodus.

Vejamos, agora, o texto, como apresentado em Fauvel (1987, p. 358):

“Dividir o segmento AC de tal maneira que $AE \times EC$ seja um máximo.



Escrevemos $AC=b$, seja a um dos segmentos, de maneira que o outro será $b-a$, e o produto, cujo máximo é procurado, será $ba-a^2$. Seja agora $a+e$ o primeiro segmento de b ; o segundo será $b-a-e$, e o produto dos segmentos, $ba-a^2+ be-2ae-e^2$; isso pode ser adequado com o precedente: $ba-a^2$. Suprimindo os termos comuns: $be \sim 2ae+e^2$. Suprimindo e : $b=2a$. Para resolver o problema devemos, portanto, tomar metade de b .

Difícilmente encontraríamos um método mais geral.”

Vemos diferenças substanciais entre os dois textos, mesmo sem levar em conta a diferença das línguas. Foi efetuada uma grande *modernização* da simbologia usada por Fermat, a fim de torná-la facilmente compreensível ao leitor atual. Em particular, expressões como: $B \text{ in } A$ foram traduzidas como $B \times A$ e $Aq.$ como A^2 .

As diferenças entre os dois textos vão além da notação. Observe que Fermat adere cuidadosamente à regra da *homogeneidade* dos termos de uma equação. Assim, $B \text{ in } A$ é o quadrado de lados B e A e $Aq.$ e o quadrado de lado A ($A \text{ quadratum}$). Observe, também, que Fermat não usa nenhum símbolo para representar a igualdade.

Deve-se contrastar a adesão de Fermat aos cânones da álgebra praticada em sua época com a modernidade de seu contemporâneo Descartes, que quebrou o tabu da

homogeneidade e fez muitas contribuições notacionais, em particular a introdução de um símbolo para a igualdade e a notação de potências.

4. Considerações finais e conclusão

Vimos argumentos a favor do uso da história da matemática no ensino e os cuidados que se deve ter ao adotar esta abordagem. O objetivo não deve ser formar historiadores da matemática mas sim usar apropriadamente uma ferramenta para melhorar a compreensão da matemática pelos alunos, ampliar seus horizontes culturais e mostrar-lhes que a matemática foi construída, em vários grupos culturais, ao longo dos séculos; não nasceu pronta. O problema principal para usar uma abordagem histórica no ensino de matemática é, em primeiro lugar, a falta de bom material disponível para o professor e, em segundo lugar, a falta de preparação do mesmo professor. Além disso, achamos que uma justificativa válida para a abordagem histórica, hoje, é o crescimento atual do obscurantismo e intolerância ao *outro*.

Agradecimentos

Agradeço o apoio financeiro da FAPERJ, sem o qual este trabalho não poderia ter sido elaborado.

5. Referências bibliográficas

- BARBIN, Evelyne et alii. (2018). *Let History into the Mathematics Classroom*. New York: Springer.
- BIRKHOFF, Garrett and MERZBACH, Uta (eds.). (1973). *A Source Book in Classical Analysis*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- CLARK, Kathleen M. et alii. (2016). History of Mathematics in Mathematics Education: Recent Developments. In *History and pedagogy of Mathematics*. Montpellier, France.
- CLARK Kathleen M. et alii. (2018). *Mathematics, Education and History -- Towards a Harmonious Partnership*. ICME-13 Monographs. Cham, Switzerland: Springer.
- COOLIDGE, Julian Lowell. (1990). *The Mathematics of Great Amateurs*, Second edition with an introductory essay by Jeremy Gray. New York: Oxford University Press.
- FAUVEL, John and GRAY, Jeremy (eds.). (1987). *The History of Mathematics -- A Reader*. New York: MacMillan, in association with the Open University.

- FURINGHETTI, Fulvia. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 131-143.
- KATZ, Victor Joseph and Constantinos TZANAKIS. (2011). *Recent Developments on Introducing a Historical Dimension in Mathematics Education*. Washington DC: Mathematical Association of America.
- KATZ, Victor Joseph et alii. (2007). *The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India and Islam. A Sourcebook*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- KATZ, Victor Joseph et alii. (2016). *Sourcebook in the Mathematics of Medieval Europe and North Africa*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- KNOEBEL, Arthur et alii. (2007). *Mathematical Masterpieces. Further Chronicles by the Explorers*. New York: Springer.
- LAUBENBACHER Reinhard; David PENGELLEY. (1999). *Mathematical Expeditions. Chronicles by the Explorers*. New York: Springer.
- SCHUBRING, Gert. (2011). Methodological remarks about the use of history of mathematics in teaching mathematics -- which history for teachers? *Mathematics and its didactics – forty years of commitment*. In occasion of the 65 years of Bruno d'Amore. Ed. Silvia Baragli. Bologna: Pitagora Editrice, pp. 213-215.
- SIU M. K. (2006). No, I Don't Use History of Mathematics in my Classroom. Why? In F. Furinghetti, S. Kaijser, C. Tzanakis (eds.) *Proceedings of HPM 2004 and ESU 4*, pp. 268-277.
- SIU M. K. (2004). The Role of the History of Mathematics in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3(1-2), pp. 1-116.
- SMITH, David Eugene (ed.). (1959). *A Source Book in Mathematics*. New York: Dover.
- SMITH, David Eugene and LATHAM, Marcia L. (1954). *The Geometry of René Descartes*. Translated from the French and Latin by David Eugene Smith and Marcia L. Latham. New York: Dover.
- STEDALL, Jacqueline (ed.). (2008). *Mathematics Emerging 1540-1900*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- STILLWELL, John. (2002). *Mathematics and its History*, second edition. New York: Springer.
- STRUIK, Dirk Jan (ed.). (1969). *A Source Book in Mathematics - 1200-1800*. Cambridge Mass: Harvard University Press.
- SWETZ, Frank and others. (1995). *Learn from the Masters*. Washington DC: Mathematical Association of America.

TANNERY, Paul et HENRY, Charles (eds.). (1891-1922). *Pierre de Fermat: Oeuvres*, I. Paris. pp. 133-135.