

UMA CORRESPONDÊNCIA ENTRE FONEMAS E CONJUNTOS DE LETRAS

A CORRESPONDENCE BETWEEN PHONEMES AND SETS OF LETTERS

DINAMÉRICO P. POMBO JR.^a

Resumo

A relação ideal entre fonemas e letras de uma determinada língua seria aquela pela qual cada letra correspondesse a um e apenas um fonema e cada fonema correspondesse a uma e apenas uma letra, o que, entretanto, está longe de refletir a realidade. Apesar disso mostraremos neste trabalho que, sob certas circunstâncias, é possível usar a noção básica e fundamental de relação de equivalência para exibir correspondências bijetoras entre o conjunto dos fonemas de uma língua e certos conjuntos constituídos por conjuntos de letras da mesma língua.

Palavras-chave: fonemas, letras, relação de equivalência, aplicação bijetora.

Abstract

The ideal relation between phonemes and letters of a given language would be that by which each letter would correspond to one and only one phoneme and each phoneme would correspond to one and only one letter, which, nevertheless, is far from being the case. In spite of that we shall show in this work that, under certain circumstances, one can use the basic and fundamental notion of an equivalence relation to exhibit bijective correspondences between the set of phonemes of a language and certain sets formed by sets of letters of the same language.

Keywords: phonemes, letters, equivalence relation, bijective mapping.

MSC 2010: 97B50, 97C70.

^a Instituto de Matemática e Estatística da UFF, Niterói, RJ, Brasil; E-mail: dpombojr@gmail.com

1. Introdução

Em uma determinada língua pode ocorrer que, a uma certa letra, esteja associado um e apenas um fonema, independentemente da posição que ela ocupe na palavra em que esteja inserida. Por outro lado, pode ocorrer que, a uma certa letra, estejam associados no mínimo dois fonemas. E a letras diferentes pode corresponder o mesmo fonema. Por exemplo, na Língua Francesa cada uma das letras b, d e p está associada a um e apenas um fonema, à letra e estão associados os fonemas [e] (como na palavra nez) e [ɛ] (como na palavra mer), e às letras v (como na palavra voir) e w (como na palavra wagon) está associado o fonema [v].

Apesar do que acabamos de mencionar, mostraremos como é possível usar a noção de relação de equivalência para exibir correspondências bijetoras entre o conjunto dos fonemas de uma língua e certos conjuntos de conjuntos de letras da mesma língua, num sentido a ser tornado claro. É importante frisar que, na composição de tais conjuntos de conjuntos de letras, uma determinada letra (na grafia corrente) poderá dar lugar a novas letras, as quais serão consideradas como letras distintas e representadas por símbolos distintos.

Antes de prosseguir lembremos que uma relação binária R em um conjunto X é uma relação de equivalência em X se, para $x, y, z \in X$, as seguintes propriedades são satisfeitas: xRx (reflexividade); se xRy , então yRx (simetria); se xRy e yRz , então xRz (transitividade). Há vários exemplos importantes de relações de equivalência, entre os quais podemos citar: a relação de igualdade em um conjunto arbitrário, a relação de congruência módulo n no conjunto \mathbb{Z} dos números inteiros ($x, y \in \mathbb{Z}$ são côngruos módulo n quando $x-y \in n\mathbb{Z}$), a relação S em um espaço vetorial arbitrário V definida por um subespaço vetorial M de V por xSy se $x-y \in M$ ($x, y \in V$). Se R é uma relação de equivalência em um conjunto X , a classe de equivalência de um elemento x de X (denotada por x^*) é o conjunto dos elementos y de X tais que yRx ($x \in x^*$); o conjunto das classes de equivalência definidas por R em X será denotado por X/R . Cabe lembrar que X/R é uma partição de X , visto que cada $x \in X$ pertence a um e apenas um elemento de X/R , a saber, x^* . Os conceitos e fatos elementares de teoria dos conjuntos usados no presente trabalho, o qual

poderá contribuir para aprofundar a compreensão da noção de relação de equivalência, podem ser encontrados em [2].

2. Dois quadros de letras

Inicialmente apresentaremos o quadro de letras a seguir, muito semelhante àquele considerado em [3], o qual foi motivado pelo português do Rio de Janeiro.

Quadro 1: Português do Rio de Janeiro

(continua)

Letra	Posição e/ou caracterização	Exemplos
a, á	vogal tônica oral	taco, mato, lá, átomo
a	vogal átona oral	sala, nêsp ^{er} a, vida, cela, mesa
a, â, ã, am, âm, an, ân	vogal nasal	pano, ramo, câmera, lâmina, maçã, amplo, âmbito, antes, ânsia, ímã, quando, quanto, enxaguando
e, é	vogal oral e semiaberta	peça, métrica, tela, périplo
e, ê	vogal oral e semifechada	medo, pêssego, pavê
em, ém, êm, en, ên	vogal nasal	sempre, êmbolo, centro, concêntrico, amém
e	fim de palavra	padre, morte, leve, verde
i, í	vogal oral	ilha, pino, lápis, júri, ali, facínora, vida
im, ím, in, ín	vogal nasal	simples, símbolo, tinta, síncrono, quinquênio
o, ó	vogal oral e semiaberta	ova, ótima, forte, pólvora
o, ô	vogal oral e semifechada	rolha, avô, povo, globo
om, ôm, on, ôn	vogal nasal	ombro, cômputo, ontem, cônsul
o	fim de palavra	caso, vaso, povo, amigo, glóbulo
u, ú	vogal oral	uva, útero, bambu, nu, úmero
um, úm, un, ún	vogal nasal	algum, plúmbeo, nunca, renúncia, álbum
e	semivogal i	área, áureo, alemães, saguões, põe, mãe, pães, sermões
i	semivogal	díabo, cárie, dieta, médio, tapioca, pólho, miúdo, sei, pai, réis, lei, herói, boi, fui, azuis, paraguaió, averigui, Uruguai, faixa, câzbra, muito
em, ém, êm, en	semivogal i	também, ninguém, têm, bem, ontem, delinquem, enxáguem, benzinho, frequente, quente, trenzinho
ás, az, és, ês, ez, is, iz, ós, ôs, oz, us, uz	última sílaba, ditongação, semivogal i	atrás, rapaz, pés, mês, tez, bis, giz, cós, expôs, voz, pus, luz
o	semivogal u	mágoa, coelho, goela, ao, pão, saguão, cordão

u	semivogal	água, <i>linguiça</i> , delinquem, mínguam, apaziguou, <i>lingueta</i> , igual, quase, dilinguiu, saguão, quinquênio, pau, céu, meu, viu, dou, paraguaio, averigui, aquoso, tranquilo, quiprocó, frequente, equestre
am	semivogal u	falam, amaram, choraram, mínguam
b		bolo, abrigo
c	antes de a, o, u	casa, cola, cume, pirarucu, acordar
c	antes de e, i	cebola, cidra, acento, parcimônia, percebe
d	antes de a, e (não final), o, u	dedo, dólar, duna, dado, arder
d	antes de i; antes de e, em fim de palavra	ditado, dia, adicional, sede, rede
f		afinco, fato
g	antes de a, o, u	gato, gola, agulha, goela
g	antes de e, i	gente, gerúndio, girassol, bagageiro
h	início de palavra	hoje, hiato
j		janela, jeito, jogo, ajeitar, ajuda
k		kardecista, shakespeariano, kafkiano
l	início de sílaba	bala, belo, livro, bolo, lua
l	fim de sílaba, semivogal u	mel, sutil, alto, calça, toldo, qual, igual
lh		calha, assoalho, coelho
m	antes de vogal	mala, leme
n	antes de vogal	navio, neve
nh		canhoto, arranhar, carinho
p		pato, pele, porto, apuro, apito
gu	antes de a, e, i	paguei, saguiguacu, lingueta, guitarra
qu	antes de a, e, i, o	aquário, pequeno, cinquenta, equestre, esquina, esquivo, aquoso, quota, quase, tranquilo
r	tônica	rico, rota, remo, rumo, rato
rr	intervocálica	carro, garra
r	átona	caro, mero, amores
s	início de palavra	sala, seta, sítio, soro, suor
	antes de a, e, i, o, u e depois de consoante	balsa, persegue, persiste, personalidade, persuadir
s	antes de consoante	espera, testa
	fim de palavra	funis, mês, Taís
ss	intervocálica	russo, massa
ç	antes de a, o, u	traça, moço, açúcar
	depois de consoante	alça, calça
sc	antes de e, i	asceta, fascínio
sç	antes de a, o	cresça, desço

x	antes de consoante	excesso, expectativa, texto
	entre semivogal e vogal	auxílio, auxiliar
z	fim de palavra	atriz, vez, Beatriz
t	antes de a, e (não final), o, u	taco, tela, toldo, tudo, conter, conta
t	antes de i;	tia, tijolo,
	antes de e, em fim de palavra	sete, noite
s	intervocálica	mesa, casa
z	intervocálica	certeza, beleza, avareza
x	intervocálica	exemplo, exímio, exato, êxito
x	em início de palavra ou representando o mesmo som	xale, xícara, enxuto, caixa
ch		chuva, chave, chalé, inchado
v		vaga, vela, vida, avó, avulso
w		wronskiano, wagneriano
zw	semivogal u	tupitazwa
y	semivogal i	bayesiana

(conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Consideremos o conjunto

$L_1 = \{a, \acute{a}, \grave{a}, \tilde{a}, \hat{a}, \tilde{a}, \text{am}, \hat{\text{am}}, \text{an}, \hat{\text{an}}, e, \acute{e}, \grave{e}, \hat{e}, \text{em}, \acute{\text{em}}, \hat{\text{em}}, \text{en}, \hat{\text{en}}, e, i, \acute{i}, \grave{i}, \hat{i}, \text{im}, \acute{\text{im}}, \hat{\text{im}}, \text{in}, \acute{\text{in}}, \hat{\text{in}}, o, \acute{o}, \grave{o}, \hat{o}, \text{om}, \hat{\text{om}}, \text{on}, \hat{\text{on}}, o, u, \acute{u}, \grave{u}, \hat{u}, \text{um}, \acute{\text{um}}, \hat{\text{um}}, \text{un}, \acute{\text{un}}, \hat{\text{un}}, e, \acute{i}, \text{em}, \acute{\text{em}}, \hat{\text{em}}, \text{en}, \acute{\text{ás}}, \acute{\text{az}}, \acute{\text{és}}, \acute{\text{ês}}, \acute{\text{ez}}, \text{is}, \text{iz}, \acute{\text{ós}}, \acute{\text{ôs}}, \acute{\text{oz}}, \text{us}, \text{uz}, o, \text{u}, \text{am}, \text{b}, \text{c}, \text{c}, \text{d}, \text{d}, \text{f}, \text{g}, \text{g}, \text{h}, \text{j}, \text{k}, \text{l}, \text{l}, \text{lh}, \text{m}, \text{n}, \text{nh}, \text{p}, \text{gu}, \text{qu}, \text{r}, \text{rr}, \text{r}, \text{s}, \text{ss}, \text{ç}, \text{sc}, \text{sç}, \text{x}, \text{s}, \text{z}, \text{t}, \text{t}, \text{s}, \text{z}, \text{x}, \text{x}, \text{ch}, \text{v}, \text{w}, \text{zw}, \text{y}\}$

cujos elementos são as letras mencionadas no Quadro 1, e o conjunto

$F_1 = \{\text{zero}, [a], [\alpha], [\ã], [\mathcal{E}], [e], [ê], [i], [í], [o], [ó], [õ], [u], [ü], [j], [w], [b], [k], [d], [d'], [f], [g], [3], [\lambda], [l], [m], [n], [n], [p], [R], [r], [s], [s'], [t], [t'], [v], [j], [z]\}$

cujos elementos são os fonemas da Língua Portuguesa, tomando como base o dialeto carioca [1].

Apresentaremos agora um novo quadro de letras, motivado pelo português do Rio Grande do Sul, o qual, como é fácil observar, difere pouco do anterior.

Quadro 2: Português do Rio Grande do Sul

(continua)

Letra	Posição e/ou caracterização	Exemplos
a, á	vogal tônica oral	taco, mato, lá, átomo
a	vogal átona oral	sala, nêsp ^{er} a, vida, cela, mesa
a, â, ã, am, âm, an, ân	vogal nasal	pano, ramo, câmera, lâmina, maçã, amplo, âmbito, antes, ânsia, imã, quando, quanto, enxaguando
e, é	vogal oral e semiaberta	peça, métrica, tela, périplo
e, ê	vogal oral e semifechada	medo, pêssego, pavê
em, ém, êm, en, ên	vogal nasal	sempre, êmbolo, centro, concêntrico, amém
e	fim de palavra	padre, morte, leve, verde
i, í	vogal oral	ilha, pino, lápis, júri, ali, facínora, vida
im, ím, in, ín	vogal nasal	simples, símbolo, tinta, síncrono, quinquênio
o, ó	vogal oral e semiaberta	ova, ótima, forte, pólvora
o, ô	vogal oral e semifechada	rolha, avô, povo, globo
om, ôm, on, ôn	vogal nasal	ombro, cômputo, ontem, cônsul
o	fim de palavra	caso, vaso, povo, amigo, glóbulo
u, ú	vogal oral	uva, útero, bambu, nu, úmero
um, úm, un, ún	vogal nasal	algum, plúmbeo, nunca, renúncia, álbum
e	semivogal i	área, áureo, alemães, saguões, põe, mãe, pães, sermões
i	semivogal	díabo, cárte, díeta, médio, tapioca, piolho, miúdo, sei, pai, réis, lei, herói, boi, fui, azuis, paraguaio, averigui, Uruguai, faíza, câibra, muito
em, ém, êm, en	semivogal i	também, ninguém, têm, bem, ontem, delinquem, enxáguem, benzinho, frequente, quente, trenzinho
o	semivogal u	mágoa, coelho, goela, ao, pão, saguão, cordão
u	semivogal	água, linguíça, delinquem, mínguam, apaziguou, lingueta, igual, quase, dilinguiu, saguão, quinquênio, pau, céu, meu, viu, dou, paraguaio, averigui, aquoso, tranquilo, quiprocó, frequente, equestre
am	semivogal u	falam, amaram, choraram, mínguam
b		bolo, abrigo
c	antes de a, o, u	casa, cola, cume, pirarucu, acordar
c	antes de e, i	cebola, cidra, acento, parcimônia, percebe
d	antes de a, e (não final), o, u	dedo, dólar, duna, dado, arder
d	antes de i; antes de e, em fim de palavra	ditado, dia, adicional, sede, rede
f		afinco, fato
g	antes de a, o, u	gato, gola, agulha, goela
g	antes de e, i	gente, gerúndio, girassol, bagageiro
h	início de palavra	hoje, hiato
j		janela, jeito, jogo, ajeitar, ajuda

k		kardecista, shakespeariano, kafkiano
l	início de sílaba	bala, belo, livro, bolo, lua
l	fim de sílaba, semivogal u	mel, sutil, alto, calça, toldo, qual, igual
lh		calha, assoalho, coelho
m	antes de vogal	mala, leme
n	antes de vogal	navio, neve
nh		canhoto, arranhar, carinho
p		pato, pele, porto, apuro, apito
gu	antes de a, e, i	paguei, saguiguacu, lingueta, guitarra
qu	antes de a, e, i, o	aquário, pequeno, cinquenta, equestre, esquina, esquivo, aquoso, quota, quase, tranquilo
r	tônica	rico, rota, remo, rumo, rato
rr	intervocálica	carro, garra
r	átona	caro, mero, amores
s	início de palavra	sala, seta, sítio, soro, suor
	antes de a, e, i, o, u e depois de consoante	balsa, persegue, persiste, personalidade, persuadir
s	antes de consoante	espera, testa, vespa
	fim de palavra	funis, mês, Táis, atrás, pés, cós, pus, dois, bis, expôs
ss	intervocálica	russo, massa
ç	antes de a, o, u	traça, moço, açúcar
	depois de consoante	alça, calça
sc	antes de e, i	asceta, fascínio
sç	antes de a, o	cresça, desço
x	antes de consoante	excesso, expectativa, texto
	entre semivogal e vogal	auxílio, auxiliar
z	fim de palavra	atriz, vez, Beatriz, rapaz, giz, voz, luz, tez
t	antes de a, e (não final), o, u	taco, tela, toldo, tudo, conter, conta
t	antes de i;	tia, tijolo,
	antes de e, em fim de palavra	sete, noite
s	intervocálica	mesa, casa
z	intervocálica	certeza, beleza, avareza
x	intervocálica	exemplo, exímio, exato, êxito
x	em início de palavra ou representando o mesmo som	xale, xícara, enxuto, caixa
ch		chuva, chave, chalé, inchado
v		vaga, vela, vida, avó, avulso
w		wronskiano, wagneriano
zw	semivogal u	tupitazwa
y	semivogal i	bayesiana

(conclusão)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Consideremos agora o conjunto

$$L_2 = \{h, a, á, a, a, â, ã, \mathbf{am}, \mathbf{âm}, \mathbf{an}, \mathbf{ân}, e, é, e, ê, \mathbf{em}, \mathbf{ém}, \mathbf{êm}, \mathbf{en}, \mathbf{ên}, e, i, í, \mathbf{im}, \mathbf{ím}, \mathbf{in}, \mathbf{ín}, o, ó, o, ô, \mathbf{om}, \mathbf{ôm}, \mathbf{on}, \mathbf{ôn}, o, u, ú, \mathbf{um}, \mathbf{úm}, \mathbf{un}, \mathbf{ún}, e, \mathbf{i}, \mathbf{em}, \mathbf{ém}, \mathbf{êm}, \mathbf{en}, o, \mathbf{u}, \mathbf{am}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{qu}, \mathbf{d}, \mathbf{d}, \mathbf{f}, \mathbf{g}, \mathbf{gu}, \mathbf{g}, \mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{l}, \mathbf{lh}, \mathbf{m}, \mathbf{n}, \mathbf{nh}, \mathbf{p}, \mathbf{r}, \mathbf{rr}, \mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{ss}, \mathbf{ç}, \mathbf{sc}, \mathbf{sç}, \mathbf{x}, \mathbf{s}, \mathbf{z}, \mathbf{t}, \mathbf{t}, \mathbf{s}, \mathbf{z}, \mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{ch}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{zw}, \mathbf{y}\}$$

cujos elementos são as letras mencionadas no Quadro 2, e o conjunto

$$F_2 = \{\text{zero}, [a], [\alpha], [\ã], [\mathcal{E}], [e], [ê], [i], [í], [o], [ô], [u], [û], [j], [w], [b], [k], [d], [d'], [f], [g], [\mathcal{Z}], [\lambda], [l], [l'], [m], [n], [ñ], [p], [\bar{r}], [r], [s], [\bar{s}], [t], [t'], [v], [w], [z]\}$$

cujos elementos são os fonemas da Língua Portuguesa, tomando como base o dialeto gaúcho [1].

Os conjuntos L_1 , F_1 e L_2 , F_2 evidenciam algumas diferenças entre os dialetos carioca e gaúcho, entre as quais podemos citar:

No dialeto carioca as letras *ás*, *az*, *és*, *ês*, *ez*, *is*, *iz*, *ós*, *ôs*, *oz*, *us* e *uz* podem “ocultar” uma semivogal, o que não ocorre no dialeto gaúcho.

A letra *l* está associada a fonemas distintos nos dialetos carioca e gaúcho, a saber, [w] e [l'], respectivamente.

As letras *r* e *rr* estão associadas a fonemas distintos nos dialetos carioca e gaúcho, a saber, [R] e [\bar{r}], respectivamente.

As letras *s* e *z* estão associadas a fonemas distintos nos dialetos carioca e gaúcho, a saber, [s'] e [\bar{s}], respectivamente.

Por outro lado, os conjuntos L_1 , F_1 e L_2 , F_2 gozam das seguintes propriedades em comum, as quais motivaram o resultado geral obtido na Seção 3.

A cada elemento de L_1 (respectivamente L_2) corresponde um e apenas um elemento de F_1 (respectivamente F_2).

Para cada elemento ξ de F_1 (respectivamente F_2) existe pelo menos um elemento μ de L_1 (respectivamente L_2) de modo que o fonema correspondente a μ coincide com ξ .

3. Uma correspondência bijetora entre fonemas e conjuntos de letras

Sejam L uma língua e F o conjunto dos fonemas de L . Seja L um conjunto de letras de L satisfazendo as seguintes condições:

- (a) a cada elemento l de L corresponde um e apenas um elemento de F , denotado por $\Theta(l)$;
 (b) a aplicação $\Theta : L \rightarrow F$, proveniente da condição (a), é sobrejetora (ou seja, para cada $f \in F$ existe pelo menos um $l \in L$ tal que $\Theta(l) = f$).

Consideremos a relação binária E em L definida por Θ , dada por

$$l_1 E l_2 \text{ se } \Theta(l_1) = \Theta(l_2)$$

para quaisquer $l_1, l_2 \in L$. E é uma relação de equivalência em L pois, para $l_1, l_2, l_3 \in L$, tem-se $l_1 E l_1, l_2 E l_1$ se $l_1 E l_2$ e $l_1 E l_3$ se $l_1 E l_2$ e $l_2 E l_3$. Sejam L/E o conjunto quociente de L por E (isto é, a partição de L formada pelas classes de equivalência determinadas por E em L) e $\pi : L \rightarrow L/E$ a sobrejeção canônica (isto é, a aplicação que a cada elemento de L associa a sua classe de equivalência).

Lembrando que uma aplicação β de um conjunto U em um conjunto V é bijetora quando para cada $v \in V$ existe um único $u \in U$ tal que $\beta(u) = v$, podemos enunciar a seguinte

Proposição. Nas condições acima, existe uma única aplicação bijetora $\Psi : F \rightarrow L/E$ tal que $\Psi \circ \Theta = \pi$ (isto é, tal que $\Psi(\Theta(l)) = \pi(l)$ para todo $l \in L$).

$$\begin{array}{ccc} F & \xrightarrow{\Psi} & L/E \\ \Theta \swarrow & & \nearrow \pi \\ & L & \end{array}$$

Demonstração. O resultado é um caso particular da Proposição 3, p. 33 de [2], já que, em virtude da condição (b), a aplicação Θ é sobrejetora.

A Proposição nos diz que, para achar a imagem $\Psi(f)$ de um elemento arbitrário f de F , basta tomar $l \in L$ tal que $\Theta(l) = f$ e considerar $\pi(l)$ ($= \Psi(f)$). Cabe também mencionar que a aplicação Ψ depende do conjunto L .

Escrevamos $F = \{f_1, \dots, f_m\}$, ou seja, admitamos que F seja constituído pelos m fonemas f_1, \dots, f_m . Para cada $k \in \{1, \dots, m\}$ seja n_k o número de elementos de $\Psi(f_k)$. Então

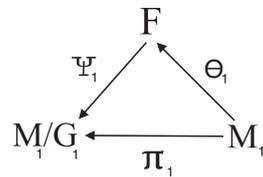
$$\bigcup_{k=1}^m \Psi(f_k) = L/E \quad \text{e} \quad \Psi(f_k) \cap \Psi(f_j) = \emptyset$$

para quaisquer $k, j \in \{1, \dots, m\}$ com $k \neq j$. Em particular, L possui

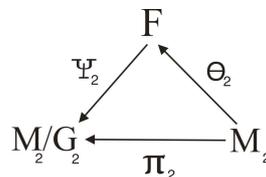
$$n_1 + \dots + n_m$$

elementos.

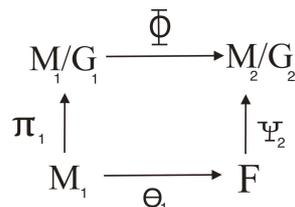
Observação. Sejam M_1 e M_2 dois conjuntos de letras de L satisfazendo as condições (a) e (b). Sejam $\Theta_1 : M_1 \rightarrow F$, $\Theta_2 : M_2 \rightarrow F$ como na condição (b), G_1 (respectivamente G_2) a relação de equivalência em M_1 (respectivamente M_2) definida por $m_1 G_1 \tilde{m}_1$ se $\Theta_1(m_1) = \Theta_1(\tilde{m}_1)$ (respectivamente $m_2 G_2 \tilde{m}_2$ se $\Theta_2(m_2) = \Theta_2(\tilde{m}_2)$), M_1/G_1 (respectivamente M_2/G_2) o conjunto quociente de M_1 por G_1 (respectivamente M_2 por G_2), e $\pi_1 : M_1 \rightarrow M_1/G_1$, $\pi_2 : M_2 \rightarrow M_2/G_2$ as sobrejeções canônicas. Pela Proposição, existe uma única aplicação bijetora $\Psi_1 : F \rightarrow M_1/G_1$ que torna o diagrama



comutativo e existe uma única aplicação bijetora $\Psi_2 : F \rightarrow M_2/G_2$ que torna o diagrama



comutativo. Então $\Phi = \Psi_2 \circ (\Psi_1)^{-1}$ é uma bijeção de M_1/G_1 em M_2/G_2 (como composta de duas bijeções) e o diagrama



é comutativo. Com efeito,

$$\Phi \circ \pi_1 = (\Psi_2 \circ (\Psi_1)^{-1}) \circ \pi_1 = \Psi_2 \circ ((\Psi_1)^{-1} \circ \pi_1) = \Psi_2 \circ \Theta_1,$$

pois $\pi_1 = \Psi_1 \circ \Theta_1$ equivale a $(\Psi_1)^{-1} \circ \pi_1 = \Theta_1$.

4. Aplicações

Vamos aplicar a Proposição considerando L_1 como o português do Rio de Janeiro e os conjuntos F_1 e L_1 mencionados na Seção 2, bem como considerando L_2 como o português do Rio Grande do Sul e os conjuntos F_2 e L_2 mencionados na Seção 2 (o que é permissível, como já realçamos no final da Seção 2).

Para cada $l \in L_1$ seja $\Theta_1(l)$ o fonema associado a l e denotemos por E_1 a relação de equivalência em L_1 dada por $lE_1\tilde{l}$ se $\Theta_1(l) = \Theta_1(\tilde{l})$ ($l, \tilde{l} \in L_1$). Então o conjunto quociente L_1/E_1 de L_1 por E_1 é

$L_1/E_1 = \{\{h\}, \{a, \acute{a}\}, \{a\}, \{a, \hat{a}, \tilde{a}, \mathbf{am}, \hat{\mathbf{a}}\mathbf{m}, \mathbf{an}, \hat{\mathbf{a}}\mathbf{n}\}, \{e, \acute{e}\}, \{e, \hat{e}\}, \{\mathbf{em}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{m}, \hat{\mathbf{e}}\mathbf{m}, \mathbf{en}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{n}\}, \{e, i, \acute{i}\}, \{\mathbf{im}, \acute{\mathbf{i}}\mathbf{m}, \mathbf{in}, \acute{\mathbf{i}}\mathbf{n}\}, \{o, \acute{o}\}, \{o, \hat{o}\}, \{\mathbf{om}, \hat{\mathbf{o}}\mathbf{m}, \mathbf{on}, \hat{\mathbf{o}}\mathbf{n}\}, \{o, u, \acute{u}\}, \{\mathbf{um}, \acute{\mathbf{u}}\mathbf{m}, \mathbf{un}, \acute{\mathbf{u}}\mathbf{n}\}, \{e, \acute{i}, y, \mathbf{em}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{m}, \hat{\mathbf{e}}\mathbf{m}, \mathbf{en}, \acute{\mathbf{a}}\mathbf{s}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{s}, \mathbf{az}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{s}, \mathbf{ez}, \mathbf{is}, \mathbf{iz}, \acute{\mathbf{o}}\mathbf{s}, \hat{\mathbf{o}}\mathbf{s}, \mathbf{oz}, \mathbf{us}, \mathbf{uz}\}, \{l, \mathbf{am}, \mathbf{o}, \mathbf{u}, \mathbf{w}\}, \{b\}, \{c, \mathbf{qu}, \mathbf{k}\}, \{d\}, \{d'\}, \{f\}, \{g, \mathbf{gu}\}, \{g, j\}, \{\mathbf{lh}\}, \{l\}, \{m\}, \{n\}, \{\mathbf{nh}\}, \{p\}, \{r, \mathbf{rr}\}, \{r\}, \{c, \mathbf{s}, \mathbf{ss}, \mathbf{\csc}, \mathbf{sc}, \mathbf{s\csc}, x\}, \{s, z\}, \{t\}, \{t'\}, \{v, \mathbf{w}\}, \{x, \mathbf{ch}\}, \{s, z, \mathbf{x}\}\}.$

Neste caso, a aplicação bijetora $\Psi_1 : F_1 \rightarrow L_1/E_1$, mencionada no enunciado da Proposição, é dada por

$\Psi_1(\text{zero}) = \{h\}$, $\Psi_1([a]) = \{a, \acute{a}\}$, $\Psi_1([\alpha]) = \{a\}$, $\Psi_1([\tilde{a}]) = \{a, \hat{a}, \tilde{a}, \mathbf{am}, \hat{\mathbf{a}}\mathbf{m}, \mathbf{an}, \hat{\mathbf{a}}\mathbf{n}\}$,
 $\Psi_1([\mathcal{E}]) = \{e, \acute{e}\}$, $\Psi_1([e]) = \{e, \hat{e}\}$, $\Psi_1([\tilde{e}]) = \{\mathbf{em}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{m}, \hat{\mathbf{e}}\mathbf{m}, \mathbf{en}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{n}\}$, $\Psi_1([i]) = \{e, i, \acute{i}\}$,
 $\Psi_1([\tilde{i}]) = \{\mathbf{im}, \acute{\mathbf{i}}\mathbf{m}, \mathbf{in}, \acute{\mathbf{i}}\mathbf{n}\}$, $\Psi_1([o]) = \{o, \acute{o}\}$, $\Psi_1([o]) = \{o, \hat{o}\}$, $\Psi_1([\tilde{o}]) = \{\mathbf{om}, \hat{\mathbf{o}}\mathbf{m}, \mathbf{on}, \hat{\mathbf{o}}\mathbf{n}\}$,
 $\Psi_1([u]) = \{o, u, \acute{u}\}$, $\Psi_1([\tilde{u}]) = \{\mathbf{um}, \acute{\mathbf{u}}\mathbf{m}, \mathbf{un}, \acute{\mathbf{u}}\mathbf{n}\}$, $\Psi_1([j]) = \{e, \acute{i}, y, \mathbf{em}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{m}, \hat{\mathbf{e}}\mathbf{m}, \mathbf{en}, \acute{\mathbf{a}}\mathbf{s}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{s}, \mathbf{az}, \acute{\mathbf{e}}\mathbf{s}, \mathbf{ez}, \mathbf{is}, \mathbf{iz}, \acute{\mathbf{o}}\mathbf{s}, \hat{\mathbf{o}}\mathbf{s}, \mathbf{oz}, \mathbf{us}, \mathbf{uz}\}$,
 $\Psi_1([w]) = \{l, \mathbf{am}, \mathbf{o}, \mathbf{u}, \mathbf{w}\}$, $\Psi_1([b]) = \{b\}$,
 $\Psi_1([k]) = \{c, \mathbf{qu}, \mathbf{k}\}$, $\Psi_1([d]) = \{d\}$, $\Psi_1([d']) = \{d'\}$, $\Psi_1([f]) = \{f\}$, $\Psi_1([g]) = \{g, \mathbf{gu}\}$,
 $\Psi_1([\mathcal{J}]) = \{g, j\}$, $\Psi_1([\lambda]) = \{\mathbf{lh}\}$, $\Psi_1([l]) = \{l\}$, $\Psi_1([m]) = \{m\}$, $\Psi_1([n]) = \{n\}$, $\Psi_1([p]) = \{\mathbf{nh}\}$,
 $\Psi_1([p]) = \{p\}$, $\Psi_1([R]) = \{r, \mathbf{rr}\}$, $\Psi_1([r]) = \{r\}$, $\Psi_1([s]) = \{c, \mathbf{s}, \mathbf{ss}, \mathbf{\csc}, \mathbf{sc}, \mathbf{s\csc}, x\}$,
 $\Psi_1([s']) = \{s, z\}$, $\Psi_1([t]) = \{t\}$, $\Psi_1([t']) = \{t'\}$, $\Psi_1([v]) = \{v, \mathbf{w}\}$, $\Psi_1([f]) = \{x, \mathbf{ch}\}$, $\Psi_1([z]) = \{s, z, \mathbf{x}\}$.

Além disso, considerando os 38 elementos de F_1 ordenados como na Seção 2 (ou seja, $f_1 = \text{zero}$, $f_2 = [a]$, $f_3 = [\alpha]$, ... , $f_{36} = [v]$, $f_{37} = [j]$, $f_{38} = [z]$) e adotando a notação mencionada na Seção 3, temos

$n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$, $n_4 = 7$, $n_5 = n_6 = 2$, $n_7 = 5$, $n_8 = 3$, $n_9 = 4$, $n_{10} = n_{11} = 2$, $n_{12} = 4$, $n_{13} = 3$, $n_{14} = 4$, $n_{15} = 19$, $n_{16} = 5$, $n_{17} = 1$, $n_{18} = 3$, $n_{19} = n_{20} = n_{21} = 1$, $n_{22} = n_{23} = 2$, $n_{24} = n_{25} = n_{26} = n_{27} = n_{28} = n_{29} = 1$, $n_{30} = 2$, $n_{31} = 1$, $n_{32} = 7$, $n_{33} = 2$, $n_{34} = n_{35} = 1$, $n_{36} = n_{37} = 2$, $n_{38} = 3$. E L_1 possui $n_1 + n_2 + \dots + n_{37} + n_{38}$ elementos.

Analogamente, para cada $l \in L_2$ seja $\Theta_2(l)$ o fonema associado a l e denotemos por E_2 a relação de equivalência em L_2 dada por $lE_2\tilde{l}$ se $\Theta_2(l) = \Theta_2(\tilde{l})$ ($l, \tilde{l} \in L_2$). Então o conjunto quociente L_2/E_2 de L_2 por E_2 é

$L_2/E_2 = \{\{h\}, \{a, \acute{a}\}, \{a\}, \{a, \hat{a}, \tilde{a}, \mathbf{am}, \hat{\mathbf{am}}, \mathbf{an}, \hat{\mathbf{an}}\}, \{e, \acute{e}\}, \{e, \hat{e}\}, \{\mathbf{em}, \acute{\mathbf{em}}, \hat{\mathbf{em}}, \mathbf{en}, \acute{\mathbf{en}}\}, \{e, i, \acute{i}\}, \{\mathbf{im}, \acute{\mathbf{im}}, \mathbf{in}, \acute{\mathbf{in}}\}, \{o, \acute{o}\}, \{o, \hat{o}\}, \{\mathbf{om}, \hat{\mathbf{om}}, \mathbf{on}, \hat{\mathbf{on}}\}, \{o, u, \acute{u}\}, \{\mathbf{um}, \acute{\mathbf{um}}, \mathbf{un}, \acute{\mathbf{un}}\}, \{e, \mathbf{i}, y, \mathbf{em}, \acute{\mathbf{em}}, \hat{\mathbf{em}}, \mathbf{en}\}, \{\mathbf{am}, o, \mathbf{u}, \mathbf{w}\}, \{b\}, \{c, \mathbf{qu}, k\}, \{d\}, \{d'\}, \{f\}, \{g, \mathbf{gu}\}, \{g, j\}, \{\mathbf{lh}\}, \{l\}, \{l'\}, \{m\}, \{n\}, \{\mathbf{nh}\}, \{p\}, \{r, \mathbf{rr}\}, \{r\}, \{c, s, \mathbf{ss}, \mathbf{ç}, \mathbf{sc}, \mathbf{sç}, x\}, \{s, z\}, \{t\}, \{t'\}, \{v, w\}, \{x, \mathbf{ch}\}, \{s, z, \mathbf{x}\}\}.$

Neste caso, a aplicação bijetora $\Psi_2 : F_2 \rightarrow L_2/E_2$, mencionada no enunciado da Proposição, é dada por

$\Psi_2(\text{zero}) = \{h\}$, $\Psi_2([a]) = \{a, \acute{a}\}$, $\Psi_2([\alpha]) = \{a\}$, $\Psi_2([\tilde{\alpha}]) = \{a, \hat{a}, \tilde{a}, \mathbf{am}, \hat{\mathbf{am}}, \mathbf{an}, \hat{\mathbf{an}}\}$, $\Psi_2([\mathcal{E}]) = \{e, \acute{e}\}$, $\Psi_2([e]) = \{e, \hat{e}\}$, $\Psi_2([\tilde{e}]) = \{\mathbf{em}, \acute{\mathbf{em}}, \hat{\mathbf{em}}, \mathbf{en}, \acute{\mathbf{en}}\}$, $\Psi_2([i]) = \{e, i, \acute{i}\}$, $\Psi_2([\tilde{i}]) = \{\mathbf{im}, \acute{\mathbf{im}}, \mathbf{in}, \acute{\mathbf{in}}\}$, $\Psi_2([o]) = \{o, \acute{o}\}$, $\Psi_2([o]) = \{o, \hat{o}\}$, $\Psi_2([\tilde{o}]) = \{\mathbf{om}, \hat{\mathbf{om}}, \mathbf{on}, \hat{\mathbf{on}}\}$, $\Psi_2([u]) = \{o, u, \acute{u}\}$, $\Psi_2([\tilde{u}]) = \{\mathbf{um}, \acute{\mathbf{um}}, \mathbf{un}, \acute{\mathbf{un}}\}$, $\Psi_2([j]) = \{e, \mathbf{i}, y, \mathbf{em}, \acute{\mathbf{em}}, \hat{\mathbf{em}}, \mathbf{en}\}$, $\Psi_2([w]) = \{\mathbf{am}, o, \mathbf{u}, \mathbf{w}\}$, $\Psi_2([b]) = \{b\}$, $\Psi_2([k]) = \{c, \mathbf{qu}, k\}$, $\Psi_2([d]) = \{d\}$, $\Psi_2([d']) = \{d'\}$, $\Psi_2([f]) = \{f\}$, $\Psi_2([g]) = \{g, \mathbf{gu}\}$, $\Psi_2([\mathcal{J}]) = \{g, j\}$, $\Psi_2([\lambda]) = \{\mathbf{lh}\}$, $\Psi_2([l]) = \{l\}$, $\Psi_2([l']) = \{l'\}$, $\Psi_2([m]) = \{m\}$, $\Psi_2([n]) = \{n\}$, $\Psi_2([n]) = \{\mathbf{nh}\}$, $\Psi_2([p]) = \{p\}$, $\Psi_2([\bar{r}]) = \{r, \mathbf{rr}\}$, $\Psi_2([r]) = \{r\}$, $\Psi_2([s]) = \{c, s, \mathbf{ss}, \mathbf{ç}, \mathbf{sc}, \mathbf{sç}, x\}$, $\Psi_2([\bar{s}]) = \{s, z\}$, $\Psi_2([t]) = \{t\}$, $\Psi_2([t']) = \{t'\}$, $\Psi_2([v]) = \{v, w\}$, $\Psi_2([j]) = \{x, \mathbf{ch}\}$, $\Psi_2([z]) = \{s, z, \mathbf{x}\}$.

Além disso, considerando os 39 elementos de F_2 ordenados como na Seção 2 e adotando a notação mencionada na Seção 3, temos

$n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$, $n_4 = 7$, $n_5 = n_6 = 2$, $n_7 = 5$, $n_8 = 3$, $n_9 = 4$, $n_{10} = n_{11} = 2$, $n_{12} = 4$, $n_{13} = 3$, $n_{14} = 4$, $n_{15} = 7$, $n_{16} = 4$, $n_{17} = 1$, $n_{18} = 3$, $n_{19} = n_{20} = n_{21} = 1$, $n_{22} = n_{23} = 2$, $n_{24} = n_{25} = n_{26} = n_{27} = n_{28} = n_{29} = n_{30} = 1$, $n_{31} = 2$, $n_{32} = 1$, $n_{33} = 7$,

$n_{34} = 2$, $n_{35} = n_{36} = 1$, $n_{37} = n_{38} = 2$, $n_{39} = 3$. E L_2 possui $n_1 + n_2 + \dots + n_{38} + n_{39}$ elementos.

5. Considerações finais

Neste trabalho utilizamos a noção básica e fundamental de relação de equivalência para viabilizar a apresentação de uma reflexão a respeito da delicada relação entre fonemas e letras de uma mesma língua.

Referências

[1] CUNHA, C.; CINTRA, L.: **Nova gramática do português contemporâneo**, 5ª edição, 7ª impressão. Rio de Janeiro: Lexiton Editora Digital, 2012.

[2] NACHBIN, L.: **Introdução à Álgebra**. Rio de Janeiro: Editora McGraw-Hill do Brasil, 1971.

[3] POMBO JR., D. P.: Uma correspondência entre fonemas e conjuntos de letras no português do Rio de Janeiro. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 5, nº 1, p. 105661-105667, 2017.