

O USO DO MATERIAL MANIPULATIVO E DO CÁLCULO MENTAL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO POR ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

BÁRBARA RIBEIRO ANANIAS¹ CRISTIANE AZEVÊDO DOS SANTOS PESSOA²

Resumo

O presente trabalho de pesquisa objetivou analisar o uso do material manipulativo e do cálculo mental na resolução de problemas de multiplicação por crianças do 3º ano do Ensino Fundamental, verificando o desempenho dos alunos por tipo de problema e comparando os seus desempenhos na resolução desses problemas, utilizando material manipulativo, lápis e papel ou cálculo mental. Para isto, os alunos resolveram, individualmente, quatro problemas de multiplicação de diferentes tipos e utilizando materiais distintos como suporte. Observa-se, como resultado por tipo de material, que o grupo de alunos que utilizou Material Manipulativo apresentou uma maior frequência de acertos que os demais grupos. Já por tipo de problema, o maior número de respostas erradas foi encontrado nos problemas de combinatória, possivelmente, por apresentarem estruturas mais complexas e menos usuais em sala de aula. Pode-se concluir que os materiais manipulativos contribuem para a resolução dos problemas de multiplicação pelas crianças e que ainda é necessária uma diversificação desses tipos de problema e dos recursos para a resolução, em sala de aula.

1. Introdução

As disciplinas que constam no currículo escolar do Ensino Fundamental são a base para os conteúdos que vão ser aprofundados nas séries posteriores da Educação Básica. De acordo com Toledo e Toledo (2009), no caso específico da Matemática nos anos iniciais, sua aprendizagem exige um nível de abstração e formalização muitas vezes superior ao nível de desenvolvimento hipotético-dedutivo já alcançado pela criança. Sendo assim, a formação escolar nessa disciplina mostra-se um pouco mais árdua e complexa, podendo ser facilitada pelo uso de materiais manipulativos, que estão presentes em várias situações matemáticas do cotidiano.

A presente pesquisa busca analisar o desempenho de alunos do 3º ano do Ensino Fundamental resolvendo diferentes tipos de problemas de multiplicação através do uso de material manipulativo, lápis e papel ou cálculo mental. Pois, observa-se, uma valorização das ferramentas formais de resolução dos problemas matemáticos, como o lápis e papel, em detrimento do uso de materiais manipulativos em sala de aula. Porém, para uma melhor compreensão da proposta de pesquisa, vale a pena ressaltar dois pontos importantes. Primeiro que, apesar do campo conceitual das estruturas multiplicativas proposto por Vergnaud (1982, 1991) englobar operações de multiplicação e divisão, abordaremos aqui, apenas, os

Palavras-chave: Problemas de multiplicação; Material Manipulativo; Cálculo mental; Desempenho em resolução de problemas.

¹ Centro de Educação – UFPE. baby_ananias@hotmail.com

² Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino e Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica-UFPE. cristianepessoa74@gmail.com

problemas multiplicativos. Segundo, precisamos explicitar o porquê do uso do termo *material manipulativo*, no lugar de *material concreto*.

A expressão *material concreto* se restringe aos objetos que o aluno pode manipular com suas próprias mãos, sem necessariamente apreender os conteúdos matemáticos em questão. Já os *materiais manipulativos* são aqueles que quando inseridos em situações didáticas, possibilitam e estimulam a análise e reflexão da criança (BRITO; BELLEMAIN, 2008). E por isso a escolha desse último para ser trabalhado na presente pesquisa, que se segue, pois o nosso objetivo é saber se o material facilita a resolução da situação-problema pelo aluno.

Estudos anteriores apontam uma preocupação em relação a esses suportes de representação usados durante a resolução de uma situação-problema, já que, quando inseridos em um dado contexto, conferem sentido ao conceito e influenciam as estratégias que o indivíduo adota para resolvê-lo (ANGHILERI, 1998 *apud* BATISTA; SPINILLO, 2008).

Por fim, a abordagem do tema é de extrema relevância aos estudos no campo da Pedagogia por analisar quais as contribuições dos materiais manipulativos e do cálculo mental para a compreensão dos problemas de multiplicação pelas crianças. Assumindo um caráter pedagógico por terem sido explorados com fins didáticos, esses materiais podem ajudar na resolução dos problemas, através da reflexão dos alunos e da atribuição de significados aos conceitos (BRITO; BELLEMAIN, 2008).

A seguir, discutiremos um pouco a respeito do conceito das estruturas multiplicativas segundo Vergnaud (1982, 1991) e os tipos de problemas de acordo com esse autor, Nunes e Bryant (1997) e os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997). Esta última classificação, será a adotada na presente pesquisa.

2. As estruturas multiplicativas e os tipos de problemas

A compreensão e o desenvolvimento de conceitos matemáticos pelo aluno auxiliam na resolução de situações-problema. Por isso, de acordo com Vergnaud (1986), em todo campo conceitual, a criança constrói um campo de conceitos que ganha sentido em um campo de problemas. Ainda segundo Vergnaud (1982), os conceitos envolvem um conjunto de *situações*; um conjunto de *invariantes* e um conjunto de *representações* que formam um tripé: *situações*, *invariantes* e *representações*. Portanto, para que os alunos possam fazer reflexões, a fim de estabelecerem relações e construírem novas aprendizagens, faz-se necessário propor diversas situações para a resolução dos problemas.

Especificamente, o campo conceitual das estruturas multiplicativas proposto por Vergnaud (1982, 1991), engloba operações de multiplicação e divisão. E para ele, esse campo consiste em todas as situações que podem ser analisadas como proporções simples e múltiplas para as quais, normalmente, é preciso multiplicar e/ou dividir. O autor afirma ainda, que diferentes conceitos matemáticos estão relacionados a essas situações, entre eles: fração, razão e proporção.

De acordo com Vergnaud (1991), os problemas de estruturas multiplicativas foram diferentemente classificados por alguns autores, de acordo com a estrutura lógica do problema, ou o seu cálculo relacional, que consiste nas operações de pensamento necessárias para compreender os relacionamentos envolvidos nas situações.

Vergnaud (1983, 1991), inicialmente, descreve duas classes³ de problemas multiplicativos:

- a) os problemas de isomorfismo de medidas, que envolvem uma relação quaternária; duas delas são medidas de um tipo e as outras duas de outro tipo, envolvendo uma proporção direta simples entre esses dois espaços de medidas;
- b) os problemas de produto de medidas, que envolvem uma relação ternária; uma delas é o produto das outras duas. O produto de medidas é uma estrutura que consiste na composição cartesiana de duas medidas para encontrar a terceira.

Ainda nessa classificação de Vergnaud (1983, 1991), os problemas de isomorfismo de medidas, nos problemas de divisão, são subdivididos em: isomorfismo partição e isomorfismo quotição.

Já Nunes e Bryant (1997), afirmam que há muitos níveis diferentes de raciocínio multiplicativo e diferentes lógicas para a estrutura multiplicativa, subdividindo os problemas em três tipos:

1. Correspondência um-a-muitos: são situações que envolvem a idéia de proporção, trabalhando com a ação de replicar;
 - 1.1. Multiplicação;
 - 1.2. Problema inverso da multiplicação;
 - 1.3. Produto cartesiano.
2. Relação entre variáveis (co-variação): relaciona duas ou mais variáveis;
3. Distribuição: há três valores a serem considerados – o total, o número de receptores e a cota (ou o tamanho da distribuição) a ser determinada.

Por fim, a classificação mais encontrada nos livros didáticos, é a dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), que diferenciam quatro grupos de situações envolvendo problemas multiplicativos:

1. Proporcionalidade: envolve a ideia de proporção, comparando razões;
2. Comparativa: é estabelecida uma comparação entre as quantidades trabalhadas;
3. Configuração retangular: associado à distribuição espacial;
4. Combinatória: envolvem situações que consistem em escolher e agrupar os elementos de um conjunto.

Os problemas de multiplicação são introduzidos de modo formal na escola, geralmente, a partir do 3º ou 4º ano do Ensino Fundamental. Daí então é muito comum os professores apresentarem a multiplicação em sala de aula, como uma adição de parcelas repetidas. O que pode dificultar a compreensão do aluno desse novo conjunto de operações, que requer bases de raciocínio diferenciadas. (PESSOA; MATOS FILHO, 2006).

As crianças se utilizam de diversas estratégias para resolver os problemas de multiplicação. Quando a estratégia é escrita, a representação gráfica, como um desenho, uma tabela, um algoritmo formal, pode dar pistas sobre como o aluno está compreendendo o problema. As diversas estratégias possibilitam a construção de diferentes modos de representar um determinado conceito; os quais, por sua vez, influenciam a atividade matemática e a resolução de problemas (NUNES, 1994; 1997). A seguir,

³ Para Vergnaud (1983, 1991), ainda existe uma terceira classe de problemas, a de proporções múltiplas, as quais não serão tratadas no presente estudo.

discutiremos um pouco a respeito de outras duas estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de multiplicação: materiais manipulativos e cálculo mental.

3. O uso do material manipulativo na resolução de problemas

Inicialmente, é importante ressaltar a diferença dos termos *material concreto* e *material manipulativo*. Enquanto o primeiro se restringe ao material manipulável, visível ou palpável; o segundo se refere ao material utilizado como um instrumento pedagógico com propósito didático significativo para o aluno (BARBOSA, 2003 *apud* BRITO; BELLEMAIN, 2008). Sendo assim, há situações em que a criança manipula com as próprias mãos e não apreende necessariamente os conteúdos matemáticos envolvidos no problema.

Alguns pesquisadores (BRITO; BELLEMAIN, 2008; SELVA, 1998) já apontam para a importância do uso de materiais manipulativos na resolução de problemas matemáticos pelos alunos. Esses materiais podem estimular as crianças a refletirem e a atribuir significado às situações-problema, facilitando o seu processo de resolução. No entanto, a utilização dos materiais manipulativos não deve ser considerada imprescindível para o processo de aprendizagem matemática do aluno, visto que suas dificuldades não acabam com a introdução dos materiais.

Há uma ênfase nas pesquisas em examinar como o conhecimento matemático é representado, ou se expressa, a partir dos suportes de representação; quando além dessa possibilidade também existe a perspectiva de examinar como esses suportes influenciam o conhecimento matemático e os procedimentos adotados pela criança para resolução de problemas. Além disso, são raras as pesquisas que examinam o efeito dos suportes de representação sobre a resolução de problemas de natureza, especificamente, multiplicativa. E ainda assim, esses poucos estudos fazem comparação entre a resolução de problemas através de material manipulativo e lápis e papel, desconsiderando a estratégia do cálculo mental (BATISTA; SPINILLO, 2008).

Alguns autores (HUGHES, 1986; SCHLIEMANN, 1998) *apud* BATISTA; SPINILLO, 2008) defendem ainda, que o uso de números acompanhados de referentes permite atribuir significados que facilitam a compreensão do aluno e que a dificuldade em lidar com a linguagem matemática desaparece quando o referente é fornecido. Por exemplo, se você perguntar a indivíduos com pouca ou nenhuma escolarização “Quanto é 29 menos 17?”, eles podem apresentar dificuldades em responder. No entanto, se você perguntar “Se você tiver R\$29 e comprar um produto de R\$17, com quanto você vai ficar?”, eles, provavelmente, vão responder adequadamente, porque aquela situação está inserida em um contexto real e, portanto significativo para eles.

O uso de materiais manipulativos pode permitir a ampliação das estratégias de resolução dos problemas, pois, há estratégias possíveis com uso de materiais manipulativos e que são inviáveis no ambiente lápis e papel, podendo levar a criança ao erro (BRITO; BELLEMAIN, 2008). Selva (1998) discute a respeito da valorização de determinados materiais por parte dos professores, sem que se considere a perspectiva do próprio aluno na definição dos elementos necessários para sua aprendizagem. Enquanto a escola disponibiliza, por exemplo, material dourado ou ábaco, a criança pode preferir utilizar

os próprios dedos das mãos para resolução de problemas propostos. Tudo vai depender das competências matemáticas já desenvolvidas pelo aluno.

Em relação aos estudos já realizados com materiais manipulativos e de acordo com a pesquisa de Pessoa, Santos e Silva (2013), não houve um aumento grande de acertos totais após intervenção de ensino de problemas combinatórios com material manipulativo. Nesse estudo, percebe-se que esse material, com os alunos pesquisados, parece não ter auxiliado na compressão dos problemas, fazendo com que os alunos apresentassem avanços inferiores, quando comparados com os alunos que trabalharam com lápis e papel.

Há, portanto, uma influência da escolarização na escolha de estratégias por partes dos estudantes, que vão se apropriando de procedimentos mais formais e econômicos para resolução de problemas de multiplicação (SELVA; BORBA; CAMPOS; SILVA; FERREIRA; LUNA, 2008). Segundo os estudos de Brito e Bellemain (2008), há em princípio, certa resistência por parte das crianças em explorar as possibilidades do material, possivelmente porque esse tipo de atividade seja pouco frequente nas salas de aula, já que sua abordagem vai além do livro didático. No entanto, com o prosseguimento das atividades, há um crescente emprego dos materiais, com a consequente melhora no desempenho dos alunos.

4. O uso do cálculo mental na resolução de problemas

A escola costuma desenvolver, para todas as operações matemáticas, processos de cálculo de um só tipo, mais adequados para serem efetuados com lápis e papel (BORDEAUX; RUBINSTEIN; FRANÇA; OGLIARI; MIGUEL, 2011). No entanto, os números são uma presença constante em todos os meios de comunicação, que apresentam uma grande quantidade de informações numéricas. Sendo assim, frequentemente as pessoas se deparam com situações, nas quais não possuem recursos à sua disposição e precisam calcular mentalmente a resposta. É por isso que os métodos de ensino modernos precisam desenvolver o raciocínio e compreensão, além dos procedimentos mais automatizados, como as contas.

Os PCN (BRASIL, 1997, p. 76) defendem que “se calcula mentalmente quando se efetua uma operação, recorrendo-se a procedimentos confiáveis, sem os registros escritos e sem a utilização de instrumentos”. Dessa forma, o cálculo mental é um procedimento ágil, que favorece a autonomia, a partir do momento em que permite à criança ser ativa e criativa nas escolhas dos caminhos para chegar ao valor final, já que existem diferentes maneiras de calcular e ela pode escolher a que melhor se adapta a uma determinada situação.

O algoritmo e o cálculo mental são importantes e devem ser desenvolvidos paralelamente, para que o raciocínio matemático ganhe a elasticidade necessária. A criança apoiada nas propriedades das operações e do sistema de numeração vai raciocinar matematicamente e entender o sentido da conta armada. Para tanto, de acordo com Fantinato (*apud* GENTILE; GURGEL, 2007), o cálculo mental também precisa ser sistematizado e valorizado como uma estratégia eficiente e econômica para fazer contas, pois quanto mais cedo começa o trabalho com o cálculo, melhor será a compreensão dos alunos sobre a constituição dos números e operações em jogo.

Segundo Bordeaux; Rubinstein; França; Ogliari e Miguel (2011), a importância do cálculo mental, além da sua utilidade no dia-a-dia, estende-se pela contribuição à aprendizagem de conceitos matemáticos, ao desenvolvimento do raciocínio e à formação emocional do aluno. É necessário estimular

o educando a descrever os processos pessoais utilizados para efetuar certos cálculos, para só então, apresentá-los outros métodos baseados na aprendizagem resultante de sua própria ação. Dessa forma, o cálculo mental favorece o aumento da capacidade da criança de concentrar-se, demonstrando ser um importante recurso pedagógico para a aprendizagem de Matemática.

O fazer a conta de cabeça aparece como um recurso privilegiado para os indivíduos que utilizam o cálculo em seu trabalho diário e que apesar de não exigir respostas exatas, pede decisões imediatas. Por isso, essas pessoas apresentam uma maior familiaridade com os números e uma maior habilidade para fazer aproximações e estimativas, desenvolvendo estratégias para chegar a um resultado mais rapidamente e conseqüentemente refinando suas habilidades em cálculo.

Sendo assim, se grande parte do cálculo realizado fora da escola é feito a partir de procedimentos mentais, estes também devem ser levados em consideração no trabalho escolar. Os alunos precisam exercitar e sistematizar os procedimentos de cálculo mental para poder justificar e comprovar suas estratégias para chegar ao resultado (BRASIL, 1997).

5. Método

O presente trabalho de pesquisa teve como objetivo geral analisar o uso do material manipulativo na resolução de problemas de multiplicação por crianças do 3º ano do Ensino Fundamental. Tal objetivo geral abarcou os seguintes objetivos específicos:

- Comparar o desempenho dos alunos na resolução dos problemas de multiplicação utilizando material manipulativo, lápis e papel ou cálculo mental;
- Analisar o desempenho dos alunos, de acordo com cada tipo de problema resolvido.

Participaram da pesquisa 15 crianças do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do Recife- PE. A escolha por este ano escolar se deu porque é nele que, segundo Pessoa e Matos Filho (2006), de um modo geral, os problemas de multiplicação são apresentados formalmente pelos professores em sala de aula. As crianças foram escolhidas pelo professor da turma e divididas em três grupos, cada um com cinco integrantes. Os grupos diferiram quanto ao material disponível para ajudá-los a resolver os problemas: o Grupo 1 recebeu lápis e papel; o Grupo 2, não recebeu nenhum material e o Grupo 3 recebeu fichas.

Os participantes foram individualmente entrevistados em uma única sessão e responderam a quatro questões, cada uma referente a um tipo de problema de multiplicação. A classificação adotada nesta pesquisa foi a dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), já que é a mais encontrada nos livros didáticos. Os PCN diferenciam quatro grupos de situações envolvendo problemas multiplicativos:

1. Proporcionalidade: envolve a ideia de proporção, comparando razões;
2. Comparativa: é estabelecida uma comparação entre as quantidades trabalhadas;
3. Configuração retangular: associado à distribuição espacial;
4. Combinatória: envolvem situações que consistem em escolher e agrupar os elementos de um conjunto.

Os problemas foram propostos nessa ordem devido ao grau de dificuldade, do mais fácil (proporcionalidade) para o mais difícil (combinatória), encontrado como resultado em pesquisa anterior (PESSOA; MATOS FILHO, 2006). Todos os problemas envolveram, numericamente, uma unidade no multiplicando e uma unidade no multiplicador, para facilitar o manuseio do grupo que recebeu as fichas. Para o grupo que recebeu fichas, foi disponibilizada uma quantidade de elementos maior do que aquelas presentes nas respostas dos problemas, que foram apresentados sob a forma de pequenas histórias.

Os problemas de multiplicação foram os seguintes:

- Problema de proporcionalidade

Maria ganhou de presente de aniversário da sua mãe uma casinha de bonecas. A casinha tem 5 andares e em cada andar Maria guarda 3 bonecas. Quantas bonecas Maria guarda em sua casinha de bonecas?

- Problema de comparativa

João e Rafael são primos e estão brincando na casa de sua avó. O pai de João deu a ele 6 carrinhos de brinquedo, enquanto o pai de Rafael deu o dobro dessa quantidade. Quantos carrinhos Rafael ganhou do pai?

- Problema de configuração retangular

A professora Sandra está querendo mudar a organização das bancas de sua sala de aula, para quando os alunos voltarem do recreio. Depois da mudança, as bancas ficarão organizadas em 4 filas e 4 colunas. Quantas bancas há na sala de aula da professora Sandra?

- Problema de combinatória

Ana vai passar o feriado na casa da madrinha no interior. Quando estava arrumando sua mala, ela colocou 3 calças e 6 blusas. Quantas combinações diferentes de roupa Ana vai poder usar, se todas as calças forem usadas com todas as blusas?

Semelhante ao estudo de Selva (1998), para analisar mais detalhadamente os tipos de representação escrita que podem ser desenvolvidos pelas crianças, após a resolução do teste, foi solicitado que elas explicassem como cada um dos problemas foi resolvido.

1 Análise de dados

Os dados foram analisados em função dos tipos de materiais utilizados e dos tipos de problemas. Da mesma forma que a pesquisa de Brito e Bellemain (2008), percebemos uma certa resistência por parte das crianças que usaram as fichas, em explorar as possibilidades do material. No entanto, com o prosseguimento da atividade, observamos como um aspecto muito positivo o emprego das fichas, que proporcionaram um maior número de acertos na resolução dos problemas para o grupo de alunos que delas se utilizou, como mostra o Quadro 1:

Quadro 1: Acertos e erros por tipo de problema, material e aluno participante da pesquisa.

Tipos de materiais	Tipos de problemas			
	Proporcionalidade	Comparativa	Configuração retangular	Combinatória
C-1 (L.P.)	Errado	Errado	Errado	Errado
C-2 (L.P.)	Certo	Certo	Errado	Errado
C-3 (L.P.)	Certo	Certo	Certo	Certo
C-4 (L.P.)	Certo	Errado	Certo	Certo
C-5 (L.P.)	Errado	Errado	Errado	Errado
C-1 (C.M.)	Errado	Errado	Errado	Errado
C-2 (C.M.)	Errado	Certo	Certo	Errado
C-3 (C.M.)	Errado	Errado	Errado	Errado
C-4 (C.M.)	Errado	Errado	Certo	Errado
C-5 (C.M.)	Errado	Certo	Errado	Errado
C-1 (M.M.)	Certo	Errado	Errado	Errado
C-2 (M.M.)	Certo	Certo	Certo	Errado
C-3 (M.M.)	Certo	Certo	Certo	Certo
C-4 (M.M.)	Certo	Certo	Certo	Errado
C-5 (M.M.)	Errado	Errado	Errado	Errado

C: criança L.P.: lápis e papel C.M.: cálculo mental M.M: material manipulativo

Como se pode ver no Quadro 1, o maior número de acertos por tipo de material foi das crianças que se utilizaram das fichas, seguidos pelas que fizeram uso do lápis e papel. Os alunos que não receberam nenhum material e recorreram ao procedimento do cálculo mental, apresentaram o mais baixo desempenho. Ainda a partir do quadro acima, observamos também que a maior quantidade de respostas corretas por tipo de problema foi nas três primeiras questões do teste, referentes aos problemas de proporcionalidade; comparativa e configuração retangular, respectivamente. Como já era esperado, os alunos apresentaram maior dificuldade nos problemas de combinatória.

A) Resultados por tipos de materiais

De acordo com a Tabela 1, podemos observar, como apresentado anteriormente, que o grupo de alunos que utilizou Material Manipulativo apresentou uma maior frequência de acertos que os demais grupos. O segundo maior número de acertos foi do grupo que usou lápis e papel. Enquanto que o grupo que não recebeu nenhum tipo de material e recorreu ao procedimento do cálculo mental, apresentou o pior desempenho. Uma análise da Tabela 1 nos leva às seguintes hipóteses: a utilização de algum tipo de suporte, seja ele o material manipulativo ou o lápis e papel, auxilia a criança na resolução de problemas; os alunos que não receberam nenhum material e se utilizaram do cálculo mental, tiveram maiores dificuldades porque possivelmente esse tipo de habilidade é pouco explorada em sala de aula.

Tabela 1: Frequência de acertos e erros por tipo de material utilizado na resolução dos problemas

Tipos de materiais	Acertos	Erros
Lápis e papel	9	11
Cálculo mental	4	16
Material manipulativo	11	9
Total	24	36

Semelhante à pesquisa de Selva (1998), os dados obtidos nas entrevistas realizadas com o uso de lápis e papel mostraram que as duas crianças que se utilizaram de desenhos para resolver os problemas, obtiveram melhores resultados do que aquelas que fizeram uso do algoritmo formal, indicando que a estratégia utilizada talvez tenha favorecido. Observou-se ainda que, da mesma forma que os resultados encontrados na pesquisa de Batista e Spinillo (2008), as representações gráficas também propiciaram estratégias mais flexíveis e apropriadas, que contemplavam, de forma mais efetiva, os elementos dos problemas e suas relações, como mostra o exemplo a seguir (Figura 1):

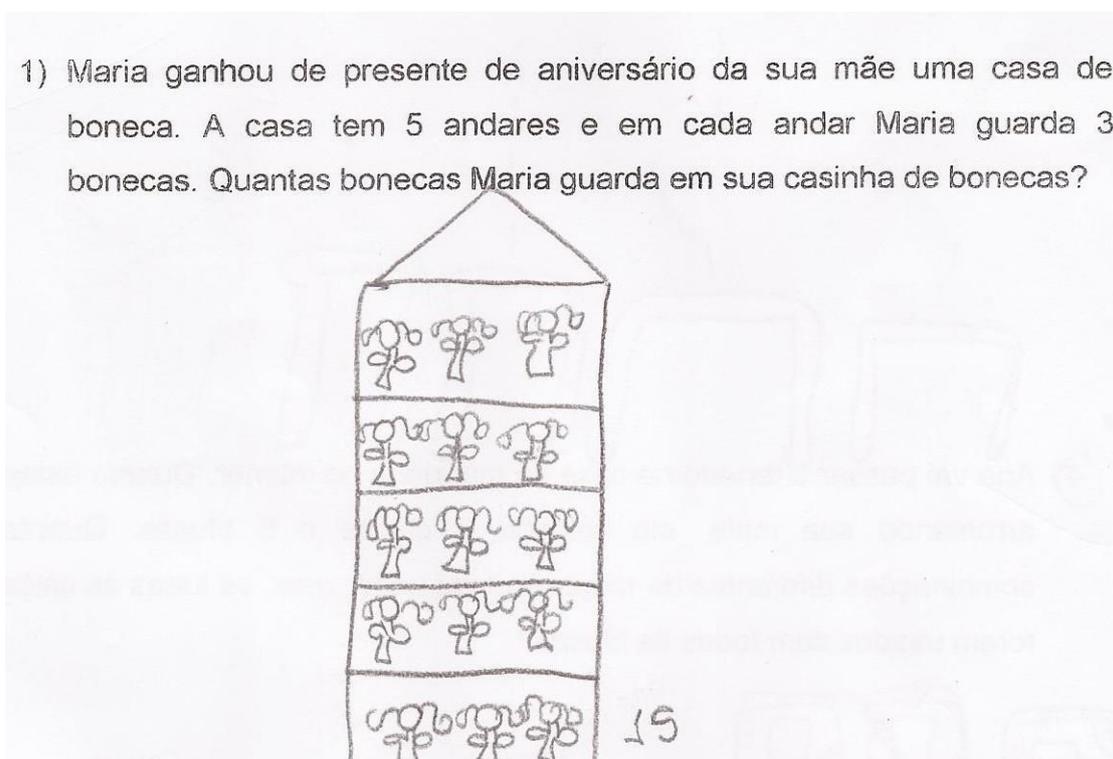


Figura 1. Estratégia da Aluna E. V., que se utilizou de lápis e papel para resolver o problema de proporcionalidade.

Como podemos perceber, a forma como a criança interpretou o problema parece ficar explícita na sua resolução. O desenho é uma estratégia rica, pois evidencia como a criança está pensando sobre o problema e apoia o seu cálculo. Semelhante aos resultados encontrados na pesquisa de Batista e Spinillo (2008), ao desenhar uma casa, dividi-la em cinco andares e representar graficamente as três bonecas em cada andar, a aluna produziu uma representação mais elaborada em que detalhava com precisão os procedimentos utilizados.

No caso das três crianças que fizeram uso do algoritmo formal, duas delas realizaram a multiplicação direta das unidades do problema, o que pode indicar uma possível memorização da tabuada. Embora muitas pessoas ainda pensem que as tabuadas precisam ser decoradas de modo mecânico, o fato é que são tabelas, que deveriam ser construídas e ensinadas para serem consultadas. No entanto, se no âmbito escolar as atividades de construção e consulta forem significativas, é grande a chance da maioria dos alunos as memorizarem naturalmente. Nessa perspectiva, os fatos aritméticos da multiplicação tendem a ser apreendidos e internalizados pelos alunos. (BRASIL, 2014).

Concordamos com Nunes, Campos, Magina e Bryant (2001), ao afirmarem que é necessário reconhecer que a conexão entre multiplicação e adição está centrada no processo de cálculo, ou seja, o cálculo da multiplicação pode ser feito usando-se a adição repetida, porque a multiplicação é distributiva com relação à adição, embora conceitualmente estas operações sejam distintas e se aproximem pela possibilidade de resolução numérica. Sendo assim, ainda podemos constatar a presença da adição de parcelas repetidas como estratégia de resolução das crianças, como mostra o exemplo a seguir (Figura 2):

1) Maria ganhou de presente de aniversário da sua mãe uma casa de boneca. A casa tem 5 andares e em cada andar Maria guarda 3 bonecas. Quantas bonecas Maria guarda em sua casinha de bonecas?

$$3+3+3+3+3=15$$

Figura 2: Estratégia da Aluna A.L., que se utilizou de lápis e papel para resolver o problema de proporcionalidade.

Possivelmente esse seja um procedimento que é normalmente trabalhado em sala de aula, pois, de um modo geral, os professores se utilizam da adição de parcelas repetidas para trabalhar a multiplicação. Sendo assim, essas estruturas, geralmente, são apresentadas pelos livros didáticos como uma continuidade da adição, o que pode dificultar a compreensão do aluno desse novo conjunto de operações, que requer bases de raciocínio diferenciadas. (PESSOA; MATOS FILHO, 2006).

Ao analisar os resultados das crianças que não receberam nenhum material e se utilizaram do cálculo mental para resolver os problemas, constatamos uma maior dificuldade por parte dos alunos, porque, como afirmamos anteriormente, é possível que esse tipo de habilidade seja pouco explorada em sala de aula. O maior número de acertos foi das três crianças que se utilizaram tanto do algoritmo formal da multiplicação quanto dos próprios dedos das mãos para a resolução do teste. Quando pedimos para uma aluna descrever os processos pessoais utilizados para efetuar o cálculo da primeira questão proposta, ela afirmou que “*contei três cinco vezes*”, reforçando a ideia da presença do princípio aditivo como estratégia de resolução.

As outras duas crianças apenas repetiram na resposta um dos números mencionados no enunciado do problema, o que pode ser um indicativo de que esses alunos ainda não desenvolveram as competências matemáticas necessárias para resolução numérica ou para a interpretação das questões. Por isso, de acordo com Fantinato (*apud* GENTILE; GURGEL, 2007), o cálculo mental também precisa ser

sistematizado e valorizado como uma estratégia eficiente e econômica para fazer contas, pois quanto mais cedo começa o trabalho com o cálculo, melhor será a compreensão dos alunos sobre a constituição dos números e operações em jogo.

O objetivo geral de nossa pesquisa era “analisar o uso do material manipulativo e do cálculo mental na resolução de problemas de multiplicação por crianças do 3º ano do Ensino Fundamental” e o resultado dessa análise confirma a hipótese de que a utilização do material manipulativo auxilia a criança na resolução de problemas.

O maior número de acertos, em comparação aos tipos de materiais oferecidos aos grupos anteriores, foi do grupo que recebeu as fichas. Constata-se que essas crianças responderam ao teste utilizando três estratégias diferentes. Quando pedimos para uma aluna descrever os processos pessoais utilizados para efetuar os cálculos, ela afirmou que “*todas as contas são de mais*” reforçando a ideia da presença da adição de parcelas repetidas como estratégia de resolução.

Dois crianças utilizaram a ideia básica das estruturas multiplicativas que é a correspondência um-a-muitos e obtiveram melhores resultados do que aquelas que recorreram às outras estratégias, como o algoritmo formal da multiplicação. Sendo assim, podemos verificar as contribuições dos materiais manipulativos para a compreensão dos problemas de multiplicação pelas crianças, a partir do momento em que esses materiais podem ajudar na resolução dos problemas, através da reflexão dos alunos e da atribuição de significados aos conceitos, de modo semelhante ao que defendem Brito e Bellemain (2008).

B) Resultados por tipos de problemas

Na Tabela 2, a seguir, apresentamos os dados de frequência de acertos e erros por tipo de problema. Assim, teremos primeiro uma visão geral dos resultados que serão posteriormente detalhados:

Tabela 2: Frequência de acertos e erros por tipo de problema em todos os grupos.

Tipos de problemas	Acertos	Erros
Proporcionalidade	7	8
Comparativa	7	8
Configuração retangular	7	8
Combinatória	3	12
Total	24	36

Estes dados são surpreendentes, pois o número de respostas corretas dos problemas de comparativa e configuração retangular foi igual ao de proporcionalidade, considerado o tipo de problema mais fácil. De acordo com Pessoa e Matos Filho (2006) “os problemas com maior percentual de erros são aqueles de estruturas mais complexas e menos usuais em sala de aula e, provavelmente, nos livros didáticos.” Assim, os problemas de combinatória confirmaram nossa hipótese de que os alunos apresentariam o mais baixo desempenho.

Nos problemas de proporcionalidade, o maior número de acertos foi do grupo que utilizou o material manipulativo e o menor, do grupo que não recebeu nenhum material. Nos problemas de comparativa e configuração retangular, o maior número de acertos também foi do grupo que utilizou o material manipulativo. Já nos problemas de combinatória, o maior número de acertos foi do grupo que utilizou lápis e papel. As duas crianças que responderam corretamente essa questão, apresentaram

estratégias diferentes. Enquanto uma das alunas respondeu se utilizando do algoritmo formal da multiplicação “ $3 \times 6 = 18$ ”; a outra utilizou o desenho para resolver:

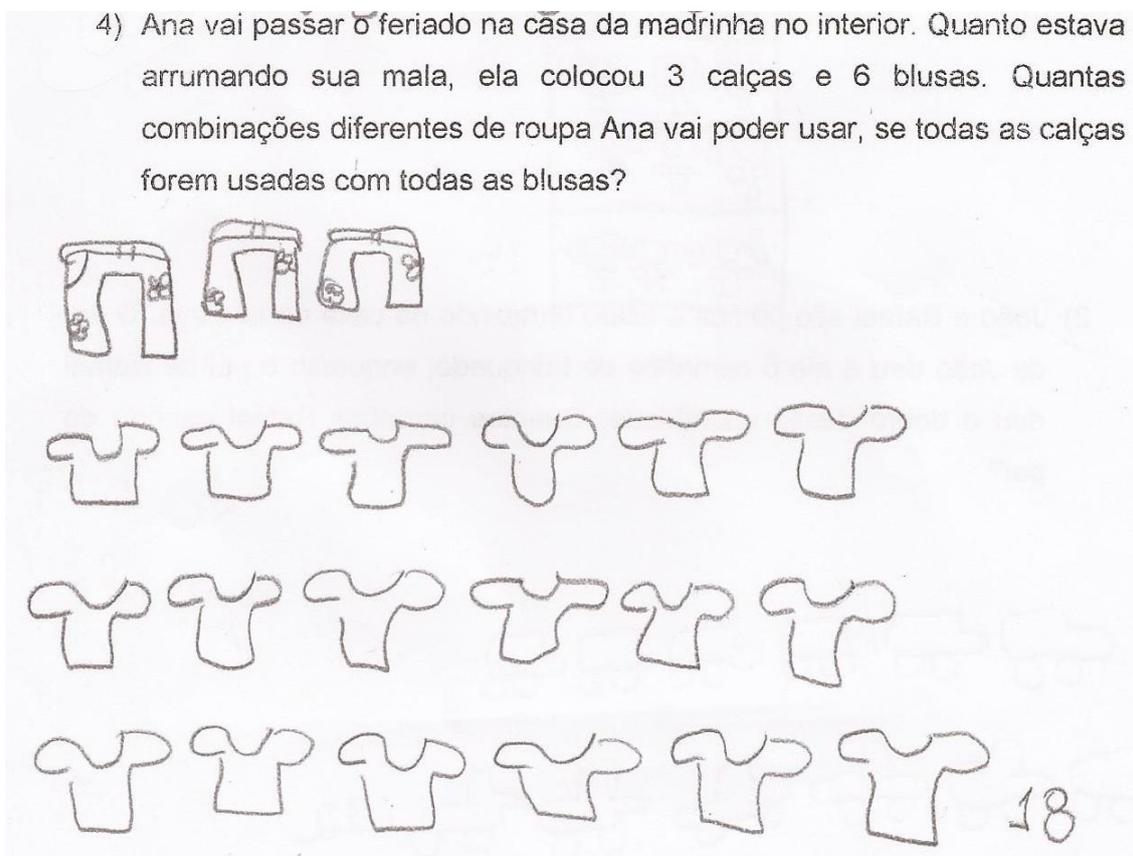


Figura 3: Estratégia da Aluna E.V, que se utilizou de lápis e papel para resolver o problema de combinatória.

Podemos inferir, através do desenho, que a aluna representou apenas as blusas, mas parece que fez consciente de que para cada blusa desenhada havia uma calça “implícita”, o que demonstra um interessante nível de raciocínio multiplicativo e combinatório. A aluna que resolveu o problema por uma multiplicação também apresenta um nível de desenvolvimento do pensamento multiplicativo e combinatório bem elaborado, pois parece conseguir perceber sem dificuldades o que o problema solicita. A diferença entre as duas estratégias é que, apesar de um dos objetivos do ensino da Matemática ser a formalização dos procedimentos, pelo desenho conseguimos perceber mais claramente o que o aluno pensou para resolver e quando ele se utiliza de um algoritmo formal, fica a dúvida se ele de fato entendeu o problema ou se está utilizando os números que estão na questão e fazendo uma conta sem grandes reflexões sobre o que é solicitado.

7 Conclusões

Diante do que foi observado nos resultados desta pesquisa, de forma semelhante ao estudo de Pessoa e Matos Filho (2006), pode-se perceber que os tipos de problemas de multiplicação mais complexos, e os tipos de materiais para suporte normalmente menos trabalhados nas salas de aula e, provavelmente nos livros didáticos, são os que se apresentam como mais difíceis para as crianças pesquisadas.

Diferentemente do estudo de Pessoa, Santos e Silva (2013) e da mesma forma que os resultados encontrados nos estudos de Brito e Bellemain (2008), concluímos com a presente pesquisa que o uso de materiais manipulativos pode contribuir para a resolução de situações-problema, pois verificamos que os alunos tiveram um melhor desempenho na medida em que fizeram uso do material manipulativo.

Os resultados obtidos mostraram também que grande parte das dificuldades parece recair na falta de compreensão das relações multiplicativas envolvidas nos problemas propostos. Estes dados confirmam a importância dada por Nunes e Bryant (1997) para a distinção entre as relações envolvidas nas estruturas aditivas e multiplicativas.

A abordagem do tema é de extrema relevância aos estudos no campo da Pedagogia por analisar quais as contribuições dos materiais manipulativos para a compreensão dos problemas de multiplicação pelas crianças. São raras as pesquisas que examinam o efeito desses suportes de representação sobre a resolução de problemas de natureza, especificamente, multiplicativa. E ainda assim, esses poucos estudos fazem comparação entre a resolução de problemas através de material manipulativo e lápis e papel, desconsiderando a estratégia do cálculo mental (BATISTA; SPINILLO, 2008).

A contribuição da nossa pesquisa para a Educação Matemática é que, apesar de estudos como os de Selva (1998) e de Pessoa, Santos e Silva (2013) apresentarem, em seus resultados, que os materiais manipulativos não interferiram no desempenho dos alunos pesquisados, o presente estudo mostra que estes materiais são um importante recurso na resolução de situações-problema. Além disso, estudos que investiguem o uso de diferentes materiais na resolução de diversos tipos de problemas podem auxiliar os docentes em suas atividades com os alunos, dinamizando sua prática e possibilitando também um melhor desempenho das crianças.

Desta forma, acredita-se que ainda é necessário diversificar os tipos de problema de multiplicação e os recursos para a resolução, em sala de aula. Além disso, deve-se discutir com os professores sobre o ensino da multiplicação como um novo conjunto de operações, que requer bases de raciocínio diferenciadas para uma melhor compreensão do aluno.

A partir ainda dos resultados encontrados, acrescentamos como sugestões para pesquisas futuras com esta temática: a necessidade de aprofundar estudos com diferentes tipos de recursos e estratégias, mais especificamente, com material manipulativo e cálculo mental, para a resolução de problemas; a importância de se estudar mais a respeito da resolução de problemas de multiplicação em diferentes níveis de ensino e das práticas dos professores ao trabalhar o conteúdo em sala de aula.

Referências

BATISTA, Adriana Maria da Silva Barbosa; SPINILLO, Alina Galvão. Nem todo material concreto é igual: a importância dos referentes na resolução de problemas. **Estudos de Psicologia**. 2008, 13(1), 13-21.

BORDEAUX, Ana Lúcia; RUBINSTEIN, Cléa; FRANÇA, Elizabeth; OGLIARI, Elizabeth e MIGUEL, Vânia. **Matemática: na vida & na escola**. Volume 2. São Paulo: Editora do Brasil, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 1ª a 4ª série. Brasília: Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

BRASIL, *Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional*. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber**. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRITO, Alessandra Felix; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. O uso de material manipulativo como recurso didático: construção da grandeza comprimento. **Anais... II Simpósio Internacional de Educação Matemática - SIPEMAT**. Recife, 2008.

GENTILE, Paola e GURGEL, Thaís. Cálculo mental. **Revista Nova Escola**. Rio de Janeiro: Editora Abril, 2007.

NUNES, Terezinha. O papel da representação na resolução de problemas. **Dynamics**, 1(7), 1994, p. 19-27.

NUNES, Terezinha. Systems of signs and mathematical reasoning. In: NUNES, Terezinha.; BRYANT, Peter. (Orgs.). **Learning and teaching mathematics**. Hove: Psychology Press, 1997.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Introdução à Educação Matemática: os números e as operações numéricas**. São Paulo: Proem, 2011.

PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos; MATOS FILHO, Maurício A. Saraiva. Estruturas multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas? **Anais... I Simpósio Internacional de Educação Matemática - SIPEMAT**. Recife, 2006.

PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetiké**. Campinas, 2009, v. 17, n. 31.

PESSOA, Cristiane Azevêdo Santos; SANTOS, Laís Thalita Bezerra; SILVA, Monalisa Cardoso. Colar ou escrever? Alunos do 5º ano do ensino fundamental discutindo combinatória a partir da resolução de problemas com material manipulativo ou com lápis e papel. **Anais... XX Encontro de Pesquisa em Educação do Norte e Nordeste - EPENN**, 2013.

SELVA, Ana Coelho Vieira. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In SCHLIEMANN, Analucia; CARRAHER, David. **A compreensão de conceitos aritméticos – ensino e pesquisa**. Campinas: Papyrus, 1998.

SELVA, Ana Coelho Vieira; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; CAMPOS, Tânia; SILVA, Dayse Bivar; FERREIRA, Maria Neuza P.; LUNA, Maria Helena Tavares. O raciocínio multiplicativo de crianças de 3ª e 5ª séries: o que compreendem? Que dificuldades apresentam? II Simpósio Internacional de Educação Matemática – SIPEMAT. Recife, 2008.

TOLEDO, Marília Barros de Almeida; TOLEDO, Mauro de Almeida. **Teoria e prática de matemática: como dois e dois**. São Paulo: FTD, 2009.

VERGNAUD, Gérard. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, Thomas; MOSER, Joseph; ROMBERG, Thomas. (Ed.). **Addition and subtraction: a cognitive perspective**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1982.

VERGNAUD, Gérard. **El niño, las matemáticas y la realidad – Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria**. Mexico: Trillas, 1991.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Acquisition of mathematics: Concepts and process**. New York: Academic Press, 1983.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, n.1, 1986, p. 75-90.

