

O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: RAÍZES DE SUAS DIFICULDADES E MECANISMOS PARA SUA SUPERAÇÃO

Roberto Lopes de Abreu*

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados teóricos e experimentais desenvolvidos no âmbito dos Projetos Dehagecon; Dehagecon&Proiniciar e Dehagecon&Jovens Talentos, coordenados pelo autor, com a participação de estagiários dos Cursos de Licenciatura em Matemática e de Estatística do IME-UERJ. Tais resultados decorrem de investigação sobre as raízes das dificuldades encontradas pelos alunos da Educação Básica e pelos recém-ingressados na UERJ e do desenvolvimento de mecanismos orientados à superação de tais dificuldades, incluindo a elaboração de textos didáticos, de instrumentos específicos e de uma metodologia inovadora para o ensino da Matemática.

1. Introdução

Em função da persistência do fracasso escolar, denunciado pelas estatísticas oficiais mais recentes, a despeito das medidas que vêm sendo aplicadas pelas autoridades educacionais, em geral concentradas nos aspectos econômico e social e nas macroestruturas administrativas, legais e materiais no País, buscamos investigar as raízes do problema no âmbito do processo pedagógico, de modo especial, com respeito aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

A experiência do autor em mais de 30 anos de exercício do magistério na Educação Básica e no Instituto de Matemática e Estatística da UERJ, indicou a conveniência de uma investigação quanto aos elementos que são mais diretamente responsáveis pelas dificuldades de aprendizagem, o que constituiu a primeira fase do trabalho.

Na segunda fase da pesquisa, pode ser constatado que na raiz das dificuldades de aprendizagem se encontra o desenvolvimento insuficiente da capacidade de formação e generalização de conceitos e identificadas três habilidades que, no seu conjunto, contribuem para o desenvolvimento de tal capacidade.

Palavras-chave: Ensino da matemática; Aprendizagem; Conceitos

Departamento de Estruturas Matemáticas, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, rabreu@ime.uerj.br

Na terceira fase, foram elaborados instrumentos e técnicas orientados para o desenvolvimento das habilidades mencionadas e realizados testes que indicaram a pertinência de tais instrumentos e técnicas bem como a necessidade de seu aperfeiçoamento. Nessa fase, foi, também, elaborada uma metodologia fundamentada no método da abstração.

Na fase atual, estão sendo realizadas experiências buscando o aperfeiçoamento dos instrumentos e das técnicas bem como verificar o nível de contribuição da metodologia elaborada para a melhoria da aprendizagem.

2. Alguns aspectos teóricos sobre a aprendizagem

A aprendizagem, em qualquer campo do conhecimento, requer uma base estrutural construída através das experiências sociais adequadas dos indivíduos. Sem essa base estrutural torna-se muito difícil lograr o êxito na aprendizagem.

A aprendizagem formal, como aquela que ocorre no estudo sistemático principalmente no espaço escolar, não é automática, isto é, não acontece porque o professor falou ou escreveu ou porque o aluno leu num manual didático. Ao contrário, constitui um processo que demanda o cumprimento de etapas e se dá em níveis distintos de amplitude e de profundidade e em distintas formas.

A aprendizagem formal pode ocorrer nos seguintes níveis:

- ◆ Familiarização;
- ◆ Reprodução;
- ◆ Produção;
- ◆ Criação

A familiarização não é, a rigor, aprendizagem, constituindo apenas um primeiro contato com o objeto de estudo. A reprodução ainda não poderia ser chamada de “aprendizagem” no sentido estrito, pois nesse nível o indivíduo seria capaz, apenas, de resolver problemas que já tenha visto e utilizando, diretamente, conhecimentos já consolidados por ele. A produção é, na verdade, o primeiro nível de uma aprendizagem consistente, quando o indivíduo é capaz de resolver problemas novos articulando conhecimentos já consolidados anteriormente. No nível de criação ocorre a aprendizagem plena: o indivíduo adquire autonomia para a construção de conhecimentos novos e se torna capaz de resolver problemas inéditos utilizando conhecimentos que ainda não tenha consolidado.

Para lograr a aprendizagem plena, há que se cumprir as quatro “etapas da aprendizagem”:

- ◆ Material ou materializada;
- ◆ Verbal externa;
- ◆ Verbal interna;
- ◆ Mental

No processo de aprendizagem, inicialmente, os conceitos devem ser construídos através de ações com o objeto do conhecimento apresentado diretamente ou em uma forma materializada (figura, modelo, imagem, etc...). Nessa etapa, são identificadas as partes do objeto (análise) e é reconhecido o objeto como um todo, com suas partes adequadamente articuladas (síntese). Na segunda etapa, a construção dos conceitos deve se dar através de ações externas: o aluno realiza as atividades escrevendo, desenhando ou através de outra forma externa. Na terceira etapa, o indivíduo trabalha essencialmente no plano mental, materializando apenas as etapas finais das operações realizadas. A quarta etapa é a consolidação da aprendizagem, quando o indivíduo realiza ações no campo da abstração e se torna capaz de ultrapassar os limites do espaço concreto e penetrar no campo da imaginação. Nessa etapa, o indivíduo pode realizar as atividades integralmente no plano mental, fazendo simulações e aplicações que seriam impossíveis no plano material.

Além dos níveis e das etapas, a aprendizagem se realiza em distintas formas alternativas:

- ◆ Particularizada ou generalizada;
- ◆ Detalhada ou sintetizada;
- ◆ Automatizada ou não automatizada.

A forma particularizada consiste em se trabalhar com objetos singulares, preferencialmente presentes nas experiências sociais dos indivíduos. É própria para uma fase bem inicial da aprendizagem e não deve se prolongar. De modo algum, a aprendizagem pode se concluir com essa forma. A forma generalizada deve ser adotada tão logo o indivíduo tenha adquirido os conhecimentos preliminares iniciais sobre o objeto de estudo, devendo a aprendizagem ser alcançada nessa forma.

Enquanto o indivíduo estiver aprendendo, deve ser adotada a forma detalhada, isto é, todos os passos das ações realizadas devem ser explicitados, sendo justificado cada um deles. Quando o conhecimento já estiver consolidado, deve-se, então, abandonar o detalhamento: o indivíduo explicita, apenas, os resultados parciais mais importantes e o resultado final, devendo, no entanto, ser capaz de justificá-los adequadamente.

A forma automatizada somente pode ser atingida quando a aprendizagem já estiver consolidada. A automatização antes da construção do conhecimento representa um caráter repetitivo que impede a aprendizagem plena.

As ações de identificação dos atributos essenciais dos objetos e de sua comparação com outros objetos de mesma natureza constituem dois processos que assumem uma importância fundamental na aprendizagem: por um lado, a abstração de todos os demais objetos, isto é, o conhecimento do objeto singular e, por outro lado, a identificação de uma classe de objetos singulares na qual dito objeto está incluído, o que constitui o conhecimento do objeto generalizado abstrato.

O conjunto das operações lógicas notáveis que resultam no trânsito desde o conhecimento do objeto singular, que se apresenta predominantemente no plano material, até o conhecimento do objeto generalizado e abstrato, que só existe no plano mental, corresponde a cada um de todos os objetos da respectiva classe e não se identifica com qualquer destes em particular, constitui o “processo de formação e generalização do conceito”. Esse conjunto de operações lógicas corresponde ao processo de aprendizagem que se concretiza com a formação do conceito em sua forma de maior grau de generalização.

Antes de alcançar esse grau máximo, o conhecimento vai sendo construído em graus intermediários de generalização, refletindo a quantidade e a natureza dos objetos que vão sendo incluídos no conceito respectivo.

3. Método empírico X Método da abstração

A aprendizagem formal não ocorre de modo automático e natural, ainda que venha a se desenvolver sob uma base construída, de certa forma, de modo natural através das experiências sociais do indivíduo desde o seu nascimento. De fato, a aprendizagem constitui um processo que se desenvolve através de ações conscientes, estruturadas, planejadas e conectadas por nexos lógicos e será tanto mais perfeita, quanto mais fortes forem os nexos lógicos entre as ações referidas.

O Método empírico que é tradicionalmente usado na maioria das escolas que oferecem Educação Básica tem uma falsa “vantagem” de rapidamente levar o aluno a “aprender” o conteúdo ensinado. Ele se baseia no conhecimento de partes do objeto desconectadas entre si e do objeto como um todo: na Matemática, podem ser exemplificado pelos “problemas tipo” quando o aluno aprende a resolver individualmente cada tipo particular de um problema, desenvolvendo técnicas específicas para cada um de tais “tipos”.

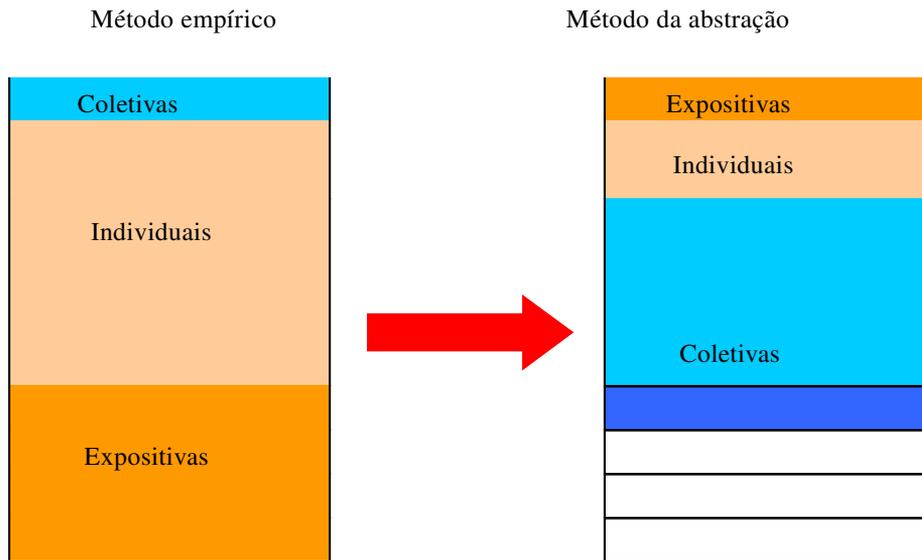
Com esse método, o aluno tem uma presença passiva, limitando-se a “copiar o que o professor escreve” ou a ouvir o que o professor fala. O aluno somente é capaz de resolver um problema que ele possa identificar com algum tipo que já tenha resolvido antes e, não raro, a dificuldade dessa identificação constitui uma barreira intransponível. Em outras palavras, o Método Empírico permite a aprendizagem restrita ao nível de reprodução, com a agravante que o aluno precisa “decorar” um número enorme de “fórmulas”, deixando de lado a estrutura lógica da Matemática e transformando-a num “pesadelo” para os estudantes.

O Método da abstração exige tanto do professor como do aluno uma dedicação de qualidade diferenciada, pois está sempre presente a necessidade de um desenvolvimento mais aprofundado das três habilidades básicas para a formação e generalização de conceitos: identificação dos indícios essenciais, elaboração do conteúdo no grau de generalização adequado e utilização da linguagem adequada.

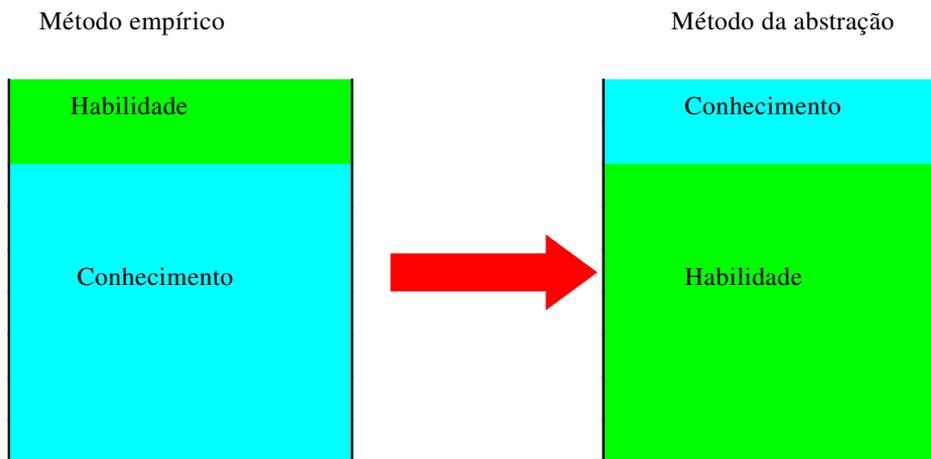
Esse Método prioriza as atividades coletivas em relação às individuais e à expositiva; prioriza, ainda, o desenvolvimento de habilidades sobre a transmissão de conhecimento e considera o aluno como sujeito privilegiado do processo. Propondo sistematicamente tarefas desafiadoras executadas sempre em grupo e incentivando a ajuda mútua e o intercâmbio de experiências entre os alunos, o processo de ensino-aprendizagem trabalha na área da Zona de desenvolvimento próximo do aluno, o que corresponde à capacidade de aluno de realizar coletivamente tarefas além do que ele poderia fazer sozinho.

Os gráficos abaixo ilustram as diferenças entre os Métodos empírico e da abstração com respeito às relações entre Atividades coletivas, individuais e expositivas e entre conhecimento e habilidade.:

1. Atividades Coletivas X Individuais X Expositivas



2. Conhecimento X Habilidade



O Método da abstração respeita a estruturação lógica do processo de aprendizagem: Níveis, etapas e formas, a qual é negligenciada no Método empírico.

A estrutura lógica do processo de aprendizagem tem como ponto central a organização funcional da atividade cognitiva segundo a qual, uma atividade dessa ordem é realizada através de um certo número de ações

que podem ser de mesma natureza ou de naturezas distintas. Cada ação, por sua vez, é cumprida através da execução de um conjunto de operações que, em geral, devem ser cumpridas segundo uma ordem bem definida.

Como exemplo da estrutura funcional da atividade cognitiva, apresentamos a seguir a resolução de um problema simples da Matemática elementar de acordo com os procedimentos próprios do Método da abstração:

Atividade: Resolver o seguinte problema:

João saiu de casa com uma certa quantia para comprar dois cadernos, um livro e três canetas. Cada caderno custou R\$3,00, o livro custou R\$25,00 e cada caneta custou R\$2,00. Sabendo-se que João retornou à casa com R\$5,00 e que o caixa da loja deixou de registrar uma caneta, determinar a quantia com a qual João saiu de casa.

Resolução

1ª ação: Elaborar o modelo matemático do problema (equacionar o problema)

1ª operação: Identificar os elementos que irão compor o modelo matemático do problema (equação):

- 1) Quantia com a qual João saiu de casa;
- 2) Custo unitário de cada produto comprado;
- 3) Quantidade de cada produto que foi cobrada;

2ª operação: Identificar os elementos desconhecidos que compõem a equação através de códigos específicos:

Quantia com a qual João saiu de casa: x (incógnita)

3ª operação: Determinar o gasto com cada produto comprado

caderno: $2 \times \text{R\$ } 3,00 = \text{R\$ } 6,00$

livro: $1 \times \text{R\$ } 25,00 = \text{R\$ } 25,00$

caneta: $(3 - 1) \times \text{R\$ } 2,00 = \text{R\$ } 4,00$

4ª operação: Determinar o gasto total

$\text{R\$ } 6,00 + \text{R\$ } 25,00 + \text{R\$ } 4,00 = \text{R\$ } 35,00$

5ª operação: Escrever o modelo matemático (equação) do problema:

$x - 35 = 5$

2ª ação: Resolver a equação

1ª operação: Identificar a propriedade que deve ser utilizada.

A igualdade se mantém quando é somado um mesmo número a ambos os membros.

2ª operação: Identificar a aplicação adequada da propriedade a ser utilizada:
somar 35 a ambos os membros da equação

3ª operação: Indicar a aplicação:
 $x - 35 + 35 = 5 + 35$

4ª operação: Identificar as propriedades a serem utilizadas:
Elementos simétricos e elemento neutro

5ª operação: Efetuar as aplicações:
 $x - 0 = 40$
 $x = 40$

3ª ação: Elaborar a resposta:

João saiu de casa com R\$40,00

4. Resultados Alcançados

Na raiz das dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da Matemática se encontra uma insuficiência do processo de ensino caracterizada pela banalização dos três eixos centrais do processo:

- A aprendizagem é um processo lógico, não automático, e ocorre sob uma base estrutural construída através das experiências sociais do indivíduo;
- Os conhecimentos são construídos através de processos espontâneos e científicos, sendo os primeiros próprios de conteúdos com baixo nível de complexidade ou introdutórios aos segundos;
- Na base da aprendizagem está a formação e generalização de conceitos que ocorre através de ações materiais e mentais conjugadas.

Do ponto de vista mais prático, os problemas de aprendizagem que aparecem em sala de aula decorrem das dificuldades que os alunos encontram para:

- Elaborar e compreender idéias;
- Expressar uma idéia no contexto e no sentido adequados;
- Separar os elementos essenciais e os laterais;
- Aplicar um conhecimento num contexto distinto daquele em que o mesmo foi construído;
- Identificar as ações mais adequadas para executar atividades;

- Aplicar numa situação geral um conhecimento adquirido em uma situação particular e vice-versa;
- Identificar elementos relacionados;
- Estabelecer relações entre elementos distintos;
- Articular os elementos essenciais.
- Construir um conhecimento novo a partir de conhecimentos anteriores.

O fator que parece ser o mais fundamental para a superação das dificuldades de aprendizagem, principalmente na Matemática, é o desenvolvimento em nível suficiente da capacidade de formar e generalizar conceitos. Tal capacidade está ligada intrinsecamente às habilidades básicas de identificação de indícios essenciais, elaboração do conteúdo do conceito no grau de generalização adequado e a utilização da linguagem adequada.

De fato, os problemas encontrados pelos alunos em sala de aula e que se evidenciam pelas dificuldades apresentadas acima guardam uma estreita relação com as três habilidades básicas citadas, como é mostrado no quadro abaixo:

Identificação dos indícios essenciais	Elaboração do conteúdo	Domínio da linguagem
1. Identificar as ações adequadas 2. Identificar elementos essenciais e laterais 3. Identificar sentidos e significados 4. Aplicar um mesmo conhecimento em situações distintas 5. Transferir conhecimentos entre situações gerais e particulares	1. Articular elementos essenciais 2. Elaborar e compreender idéias no sentido e no grau de abrangência adequados 3. Relacionar elementos distintos	1. Expressar a idéia 2. Todas as ações referidas às outras duas habilidades

Assim, a superação das dificuldades na aprendizagem da Matemática requer uma intervenção nos modelos pedagógicos, privilegiando-se o Método da abstração e deixando o empírico apenas para a fase inicial do processo ou para casos específicos de aprendizagem exclusiva de conteúdos de baixa complexidade e para casos em que seja mais importante a rapidez da aprendizagem para resolver problemas particulares.

É de extrema importância trabalhar com os alunos para além de sua capacidade absoluta, levando-o a ultrapassar sistematicamente os limites impostos pelo conhecimento através do desenvolvimento de habilidades convenientes e de atividades desafiadoras.

Ressalte-se, ainda, que nas atividades em grupo, os alunos atuam acima daquilo que podem fazer sozinhos.

1 - Relação entre o desenvolvimento das habilidades de formação e de generalização de conceitos e o nível de êxito na aprendizagem

Pode-se observar no quadro abaixo que a concentração no grupo de maior êxito na aprendizagem de alunos que lograram maior nível de desenvolvimento em cada habilidade básica é significativamente maior do que a concentração daqueles que lograram menor nível de desenvolvimento.

QUADRO 1
Distribuição dos alunos que alcançaram maior e menor nível de Desenvolvimento das habilidades básicas no grupo de maior êxito na aprendizagem

	2003.1	
	Maior desenvolvimento	Menor desenvolvimento
Indícios	60%	47%
Conteúdo	67%	52%
Linguagem	67%	54%

2 - Importância do desenvolvimento das habilidades de formação e de generalização de conceitos para o êxito na aprendizagem

Para estabelecer o nível de importância do desenvolvimento das habilidades de formação e de generalização de conceitos, foram definidos os indicadores da necessidade – Inec - e da suficiência – Isuf - de tal desenvolvimento para que os alunos fossem classificados no “Grupo de maior êxito” na aprendizagem.

O indicador de necessidade está relacionado ao percentual de alunos que apresentaram baixo desenvolvimento das habilidades e baixo nível de aprendizagem:

$$\text{Inec} = \frac{M}{M+N}$$

onde M e N correspondem aos percentuais de alunos de baixo desenvolvimento das habilidades classificados, respectivamente, nos grupos de menor e de maior êxito na aprendizagem. O indicador da suficiência do desenvolvimento das habilidades de formação e de generalização de conceitos se relaciona com ao percentual de alunos que apresentaram alto nível de desenvolvimento das habilidades e alto nível de aprendizagem.

$$\text{Isuf} = \frac{A}{A+B}$$

onde A e B correspondem ao percentual de alunos de alto desenvolvimento das habilidades e classificados, respectivamente, nos grupos de maior e de menor êxito na aprendizagem.

Os dados obtidos na pesquisa, já consolidados, e os resultados gerados pela aplicação do algoritmo CNSR estão expressos no quadro abaixo:

QUADRO 2

Algoritmo CNSR para determinar os indicadores de importância do desenvolvimento das habilidades básicas para a aprendizagem

	A	N	B	M	Inec	Isuf	n = Inec x Isuf
Indício	60%	47%	40%	53%	0,53	0,60	0,32
Conteúdo	67%	52%	33%	48%	0,48	0,67	0,32
Linguagem	67%	54%	33%	46%	0,46	0,67	0,31

onde A e B correspondem aos alunos que alcançaram o nível “ótimo” ou “suficiente” de desenvolvimento das habilidades básicas e apresentaram, respectivamente, um alto e um baixo nível de desempenho na aprendizagem e M e N correspondem aos alunos que apresentaram desenvolvimento insatisfatório das habilidades básicas e foram classificados, respectivamente, nos grupos de menor e de maior êxito na aprendizagem. Os valores Inec = 0,53 e Isu = 0,60, indicam probabilidades de 47% e de 60% para um aluno alcançar um alto nível de aprendizagem no caso em que tenha apresentado, respectivamente, baixo ou alto nível de desenvolvimento da habilidade de identificar os indícios essenciais dos conceitos. Podemos observar que o desenvolvimento das habilidades consideradas se apresentou mais suficiente do que necessário, isto é, os alunos que desenvolveram as habilidades em níveis mais altos apresentaram desempenho melhor na aprendizagem, mas uma parte significativa daqueles que apresentaram baixo nível de desenvolvimento das habilidades também lograram bom desempenho na aprendizagem.

Os dados apresentados no Quadro 3 e os gráficos abaixo permitem distinguir com mais detalhes o desempenho quanto à aprendizagem dos alunos que alcançaram maior (Ma) e menor (Me) nível de desenvolvimento das habilidades básicas de formação e de generalização de conceitos.

QUADRO 3

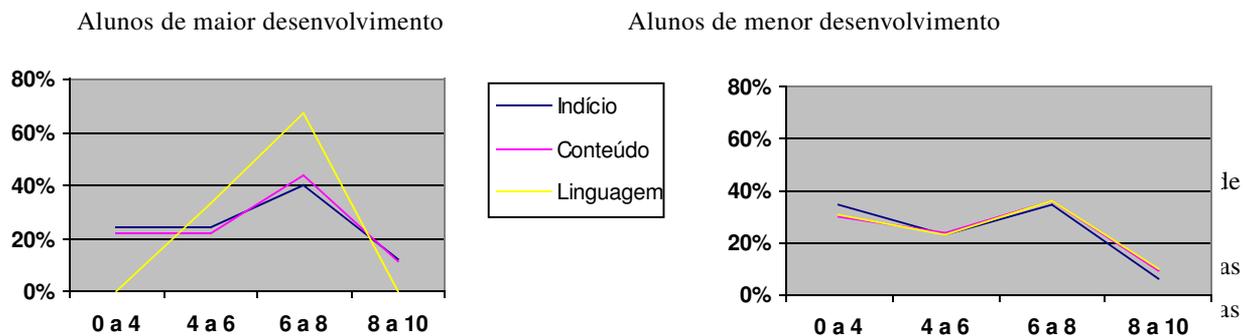
Distribuição dos alunos entre os intervalos de valores correspondentes às médias finais na disciplina

Médias	0 a 4		4 a 6		6 a 8		8 a 10	
	Ma	Me	Ma	Me	Ma	Me	Ma	Me
Indício	26%	35%	26%	23%	43%	35%	13%	6%
Conteúdo	22%	30%	22%	24%	44%	36%	11%	9%
Linguagem	0%	31%	33%	23%	67%	36%	0%	10%

Ma: alunos que apresentaram maior desenvolvimento das habilidades básicas

Me: alunos que apresentaram menor desenvolvimento das habilidades básicas

Gráfico 1



desenvolveram mais as habilidades sobre os demais, quanto à aprendizagem.

5. Conclusões

Neste trabalho são apresentados resultados da investigação que vem sendo realizada pelo autor para identificar as raízes das dificuldades de aprendizagem da Matemática apresentadas pelos alunos, principalmente na Educação Básica. Tais resultados indicam que na raiz de tais dificuldades se encontra o desenvolvimento insuficiente das habilidades básicas para a formação e generalização de conceitos: identificação de indícios essenciais, elaboração do conteúdo do conceito no grau de generalização adequado e utilização da linguagem adequada, as quais são indispensáveis para que ocorra a aprendizagem plena. Apontam também para a necessidade de aperfeiçoamento tanto da metodologia utilizada como aporte para o desenvolvimento das habilidades de formação e de generalização de conceitos quanto dos instrumentos de controle e de avaliação da aprendizagem. O fato de que a diferença de desempenho escolar detectado entre os alunos que desenvolveram as habilidades em maior nível e aqueles que o fizeram em nível mais baixo, indica que foi possível para um número significativo de alunos se sair bem na avaliação de aprendizagem sem um desenvolvimento adequado das habilidades mencionadas. Isso mostra que os instrumentos de avaliação de aprendizagem devem ser aperfeiçoados no sentido de maior exigência de raciocínio lógico. Portanto, no prosseguimento da experiência no próximo semestre letivo (2004.1) pretendemos revisar tanto a metodologia e seus instrumentos, como os métodos e os critérios de avaliação da aprendizagem e do desenvolvimento das habilidades, inclusive aperfeiçoando os respectivos instrumentos.

São apresentados, também, alguns mecanismos desenvolvidos pelo autor que contribuem para a superação de tais dificuldades promovendo melhoria significativa no desempenho dos alunos.

Referências

- ABREU, R. L.; ANTUÑA, J. M. Análisis comparativo de algunos efectos de la utilización de los Métodos empírico y de la abstracción para la formación del concepto generalizado en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Educación Superior*, La Habana, Cuba, 2002.
- ABREU, R. L. Uma abordagem da generalização no Ensino Tradicional. Projeto Dehagecon, UERJ, 2003.
- ABREU, R. L. O processo de generalização e a formação do conceito. Prometo Dehagecon, UERJ, 2003.
- CORRAL, R. La Psicología Cognitiva Contemporánea. In GONZALES, O. Pacheco, *Planeamiento Curricular en la Enseñanza Superior*. Ciudad de La Habana, Cuba, 1991.
- DAVÝDOV, V. V. Tipos de generalización en la enseñanza. Ciudad de La Habana, Cuba. Editorial Pueblo y Educación, 1998.
- MOYSÉS, L. Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática. Papirus, São Paulo-SP, 1997.
- RUBINSTEIN, S. L. El proceso del Pensamiento. Editora Universitaria, La Habana, Cuba, 1966.
- VIGOTSKII, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. Editora da Universidade de São Paulo, 1994.