

# O SOFTWARE LIVRE PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA EM INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR – UMA TECNOLOGIA SOCIAL

Alexandre Rojas  
*Departamento de Informática e Ciência da  
Computação– UERJ*  
rojas@ime.uerj.br

Antonio Carlos de Azevedo Ritto  
*Departamento de Informática e Ciência da  
Computação– UERJ*  
ritto@ime.uerj.br

Augusto Cesar Castro Barbosa  
*Departamento de Análise Matemática–UERJ*  
accb@ime.uerj.br

## Resumo

Nosso alvo é a melhoria do ensino a baixo custo visando à sua universalização. A tecnologia é um instrumento de facilitação de atividades e se aplicada com preocupação social ganha amplitude. O foco do estudo é uma proposta para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral com o apoio do software livre – Máxima. Diante das reconhecidas dificuldades enfrentadas nas Universidades no ensino da matemática em geral, e do cálculo integral e diferencial em particular, cogita-se a utilização dos instrumentos da tecnologia da informação e da comunicação para melhorar a aprendizagem dos conteúdos a baixo custo. Os instrumentos tecnológicos são intensamente usados em educação com inúmeros casos de sucesso, principalmente quanto à forma de ensinar e aprender, podendo promover uma evolução nos processos educacionais. Ao lado de propor o uso destes instrumentos o artigo discute alguns conceitos de tecnologia social para, por fim, analisar e propor a utilização de softwares livres. Acrescente-se que o uso de software livre, além de viabilizar economicamente o projeto de educação, possibilita criar trabalho e renda para profissionais de desenvolvimento de software, atividade de alto valor agregado. A tecnologia, além de oferecer aos professores mais recursos a serem adotados na sua estratégia de ensino, pode ser usada para tornar mais lúdica à atividade de aprender.

## Abstract

This paper presents a proposal for teaching Differential and Integral Calculus with support from the free software Maxima. To deal with the recognized difficulties faced by universities in the process of teaching Mathematics, Differential and Integral Calculus particularity, we have thought of the instruments of information and communication

technology to improve the students learning. The instruments have been intensely used with several successful cases, mainly proposing different teaching and learning forms, thus promoting an evolution in the educational processes. Besides proposing the use of these instruments, the paper treats some concepts of social technology to analyze and propose the use of free software, seeking teaching-learning improvement. The use of free software besides making the project economically feasible, creates job and income to professionals of software development. Thus aggregating a work of high valor. The technology, besides offering the teachers more resources to be adapted in their teaching strategy, may be used to make the learning activity more interesting.

## 1. O Ensino de Matemática

Os problemas relacionados ao aprendizado de Matemática têm motivado cada vez mais trabalhos de pesquisa na área de educação matemática [1,2]. Um fato importante que chama a atenção de forma especial é o altíssimo índice de reprovação, com destaque para as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, mesmo quando comparado com os índices de reprovação nas demais disciplinas dos cursos da Área de Ciências Exatas e da Natureza – que não são pequenos. Este problema tem sido enfrentado em diversas Universidades com o oferecimento de uma disciplina de Pré-Cálculo [3], onde é apresentada uma revisão dos principais tópicos de matemática elementar, principalmente a parte referente a funções reais de uma variável real – fundamental na primeira disciplina de Cálculo [4].

Os estudantes, em geral, apresentam sérias deficiências, que vão desde operações elementares com números racionais, até função real de variável real passando pela teoria elementar de polinômios, geometria plana e trigonometria. Vale mencionar

que vários alunos afirmam que alguns desses assuntos simplesmente não foram abordados no ensino médio.

Esse quadro ainda é agravado pela quantidade de matéria correspondente às diversas disciplinas que fazem parte do currículo, o que implica em pouco tempo para o estudante fazer uma revisão adequada dos conceitos básicos de matemática – necessários às demais disciplinas –, mas também pela sua pouca independência no desenvolvimento de seus estudos e na administração de sua vida acadêmica [5].

S. Alshawi et al. [6] mostram que atualmente a facilidade de uso dos Sistemas Computacionais é um dos fatores primordiais a serem abordados nos modelos cognitivos. Os avanços tecnológicos proporcionam formas inéditas no processo ensino–aprendizagem, relacionando a função aprender com aspectos lúdicos.

A era do conhecimento e a aplicação dos instrumentos de tecnologia da informação e da comunicação propiciam agilidade nos processos educacionais, administrativos e operacionais, automatismo e confiabilidade nas ações de controle e incremento de velocidade no fluxo das comunicações. Neste artigo se analisa a influência que o uso de softwares de computação algébrica pode exercer no ensino da matemática em geral e nas disciplinas de cálculo integral e diferencial, em particular. O software livre é abordado como uma tecnologia social, na medida em que, além facilitar o aprendizado, promove a viabilidade econômica do uso da tecnologia da informação e da comunicação.

Este trabalho está voltado para a aplicação de instrumentos de tecnologia da informação e da comunicação com preocupação social. Neste caso, o objeto é o uso dos instrumentos na intensificação do aprendizado da matemática. Três categorias estão envolvidas nesta reflexão, quais sejam: tecnologia na educação, tecnologia social e software livre.

## **2. Tecnologia na Educação**

Os instrumentos das redes e a forma de apresentação multimídia criam um mundo novo que exige aprofundamento na busca de suas melhores utilizações em processos educacionais. Um ambiente de aprendizagem é um conjunto de instrumentos estruturados, integrados e inter-relacionados, criados para proporcionar condições favoráveis ao aprendizado. Um ambiente de aprendizagem interativo possui instrumentos que

permitem a participação ativa do estudante e onde o controle da comunicação é exercido pelo estudante, que tanto recebe como envia conteúdos para o ambiente. Um ambiente de aprendizagem interativo e cooperativo é aquele onde, além dos instrumentos interativos, os estudantes e os professores podem aprender, se informar, relacionar–se de várias formas, fazer pesquisas, evoluir junto no desenvolvimento de diversos projetos e trabalhos.

As tecnologias não estão deixando obsoletos nossos professores e as escolas, porém, estão redefinindo os seus papéis. Certamente, uma proposta que esteve, e está em muitas de suas práticas, extremamente centrada no professor, na transmissão de conteúdos, poderá, num novo ambiente, se desenvolver centrada nos processos de aprendizagem, no desenvolvimento de competências e habilidades (cognitivas, afetivas, interpessoais etc.) do estudante, considerado como sujeito ativo no processo de aprendizagem. Num ambiente assim projetado, as ações programadas estarão voltadas para a auto–aprendizagem e para a aprendizagem colaborativa. O professor desempenhará novos e mais interessantes papéis e mudará de solista para maestro. No entanto, tem que evoluir e inaugurar novas formas de pensar, agir e sentir. Quando os educadores usam a tecnologia somente para fazer melhor o que faziam antes muitas vezes acabam fracassando, ou ficam muito aquém do resultado desejado. É de se esperar o desenvolvimento e uso de ambientes educacionais nos quais a ação educativa resida cada vez mais no estudante ativo que no professor–administrador. A utilização dos recursos de Informática na maximização da relação ensino–aprendizagem não é apenas avanço tecnológico, é busca de opção educacional baseada nos recursos tecnológicos [7]. Alguns cuidados são necessários para o sucesso desta nova abordagem:

- Prover espaço de assistência e conforto entre o estudante e as conseqüências eventualmente danosas das práticas instrucionais que pressupõe o aluno distante e só;
- aumentar a ênfase no domínio afetivo do estudante;
- fazer com que a instrução seja pessoalmente relevante para o estudante;
- ajudar o estudante a desenvolver características, atitudes e comportamentos comprometidos com a auto regulação do processo de aprendizagem;

- balancear a tendência de controlar o progresso do aprendizado com a necessidade de promover autonomia pessoal;
- criar e manter um contexto de aprendizado que estimule a autonomia e a interdependência;
- auxiliar e integrar as motivações e as razões do aprendizado na própria atividade de aprender (o estudante irá reestruturando sua visão de ensino e aprendizagem);
- estimular a auto-regulação do aprendizado pela promoção de atividades que levem o estudante a assumir crescentes responsabilidades no processo de desenvolvimento e reestruturação do conhecimento.

O ensino da matemática pode ser melhorado através de uma estratégia educacional que inclua estas características e que mobilize no aluno características inéditas de curiosidade, entendimento e até mesmo prazer na medida em que poderá se relacionar com representações gráficas de seus erros e acertos na manipulação das representações algébricas, sem perda das características de abstração que precisam estar subjacentes à aprendizagem da linguagem matemática.

### 3. Tecnologia Social

O movimento da Tecnologia Social é um esforço no sentido de colocar a tecnologia a serviço da emancipação social. Segundo a Rede de Tecnologia Social – RTS [8], “A Tecnologia Social compreende produtos, técnicas e/ou metodologias reaplicáveis, desenvolvidas na interação com a comunidade e que represente efetivas soluções de transformação social”.

Estes elementos podem – e devem – ser integrados e usados em sinergia entre si e com conhecimentos disciplinares, científicos, visando ao desenvolvimento de projetos que promovam inclusão social e criem trabalho e renda. Pretendem, também, dar visibilidade às experiências bem sucedidas para poder contribuir e influenciar na elaboração de políticas públicas, fomentando e articulando os diversos agentes de desenvolvimento através de ações complementares e sustentáveis.

Inspirados pelos princípios da tecnologia social e abordando os aspectos da realidade sob ótica transdisciplinar, é lícito afirmar que a problematização dos aspectos da realidade incluindo os agentes por ela envolvidos e a conseqüente especificação e construção de soluções

que afetam a comunidade se dão respeitando e valorizando a história, a cultura e o conhecimento dos contextos tratados.

É neste sentido que se pretende que as ações e iniciativas propostas neste artigo terminem por gerar outros projetos que contribuam para a promoção de uma efetiva transformação social, na medida em que o aprendizado da matemática possa contribuir para isso e que o envolvimento de profissionais de informática no desenvolvimento dos softwares possa criar renda e trabalho de alto valor agregado.

Tecnologia Social, como resultado, são produtos, técnicas e/ou metodologias reaplicáveis, desenvolvidas em contextos e que representem efetivas soluções para problemas reais. Tecnologia Social tem sentido contrário ao ludismo já que busca proporcionar tecnologia a quem não tem acesso aos espaços onde são gerados e disponibilizados os instrumentos de Tecnologia Convencional.

A Tecnologia Convencional incorpora características como:

- é segmentada: não permite controle direto do produtor;
- é alienante: não utiliza potencial do produtor;
- é hierarquizada: demanda a figura do proprietário, do chefe etc;
- maximiza a produtividade em relação à mão-de-obra ocupada;
- possui padrões orientados pelo mercado externo de alta renda e para grandes empresas.

Tecnologia Social incorpora características como:

- adaptada a pequenos produtores e consumidores de baixo poder econômico;
- não promove controle, segmentação, hierarquização e dominação nas relações patrão-empregado;
- orientada para o mercado interno de massa;
- incentivadora do potencial e da criatividade do produtor direto e dos usuários;
- capaz de viabilizar economicamente os empreendimentos solidários cooperados e pequenas empresas.

No enfoque da Tecnologia Social as dimensões humanas e sociais estão em primeiro plano. Um conjunto de técnicas e procedimentos, associados às formas de organização coletiva, que representa

soluções para a inclusão social e melhoria da qualidade de vida. A utilização da metodologia participativa é uma estratégia para a elaboração de projetos que possibilitem metodizar a interação dos atores sociais na definição das resoluções dos problemas.

#### 4 – Software Livre

A utilização dos instrumentos de Tecnologia da Informação e da Comunicação – TIC – nas diversas atividades humanas é, atualmente, mandatória e, adequadamente utilizados, agregam e criam valor. Restrições à disseminação do uso destes instrumentos ficam ligadas ao custo e a dependência de fontes internacionais que detém a propriedade destes instrumentos, com destaque para software.

O software proprietário é aquele fornecido na modalidade binária, que não permite alteração pelo usuário final, que, se fica garantido enquanto durar o contrato de uso, enfrenta restrições comerciais no próprio uso, na adequação de funções e na redistribuição por organizações com fins lucrativos.

O software livre é aquele distribuído com seu código – fonte. Não precisa ser necessariamente gratuito. A licença do software livre é uma licença não–proprietária de uso. O software livre possui um autor ou vários autores, mas não possui proprietários capitalistas. O usuário de software livre tem a prerrogativa de desenvolver, caso queira, sobre o código original, adequando o instrumento às suas necessidades e contribuindo, dessa forma, para o aperfeiçoamento do instrumento.

Muitos usuários, por não terem que pagar pelo produto, poderão desenvolver melhor suas atividades que, na medida em que prosperam, constroem as condições para contratar profissionais de desenvolvimento, estabelecendo assim uma curva ascendente de criação de trabalho e renda de alto valor agregado.

O software livre (SL) proporciona 4 liberdades básicas, conforme formalizado por Richard Stallman [9], e apresentados a seguir.

- Executar – liberdade para executar um programa, seja qual for o propósito.
- Modificar – liberdade para modificar um programa para adaptá-lo às suas necessidades (com acesso ao código–fonte).
- Redistribuir – liberdade para redistribuir cópias, gratuitamente ou mediante cobrança.

- Distribuir Modificações – liberdade para distribuir versões modificadas do programa e, com isto, proporcionar evolução permanente a comunidade irá usufruir dos aperfeiçoamentos.

A seguir são apresentadas algumas vantagens do uso de software livre.

- Segurança. Com o código aberto pode–se auditar com precisão, promover correções com mais agilidade devido ao grande número de colaboradores e a facilidade de se incorporar algoritmos de segurança. Pode–se conhecer o funcionamento interno do software.
- Liberdade. Possibilidade da livre escolha entre os diferentes softwares com autonomia e emancipação do usuário que age segundo sua vontade e necessidade, se afastando da dependência de monopólios, comerciais, sejam técnicos, ou intelectuais.
- Independência. É a qualidade de não estar submetido a normas estabelecidas por empresas ou grupos. Ao adquirirmos uma licença de Software Proprietário ficamos submetidos às regras impostas por uma licença proprietária de uso. Enquanto o aspecto da liberdade deve ser focado sob o prisma da possibilidade de escolha, a independência deve ser interpretada sob a dimensão da soberania, da não submissão, da não sujeição e da emancipação.
- Flexibilidade. Uma relevante característica do software livre é a possibilidade de modificação. Isso faz com que as soluções tecnológicas possam ser adaptadas às necessidades específicas de cada atividade. Ao adquirir um Software Proprietário fica–se submetido às regras estabelecidas na licença sem capacidade de adaptar o software às particularidades das atividades específicas, mesmo que se tenha capacidade técnica para efetuar as modificações.
- Desempenho. O desenvolvimento global com o código aberto permite críticas, aperfeiçoamentos ágeis e facilidades de atualizações com grande eficiência e qualidade. Ao se disponibilizar um software com o código aberto, particularmente sob a licença GPL, o número de programadores que tem acesso ao código é muito grande e atinge todo o mundo. As críticas logo aparecem, as contribuições para o seu aperfeiçoamento vão sendo implementadas.
- Estabilidade. O software livre se utiliza intensamente de componentização. Usa

processos independentes, na medida em que são desenvolvidos em redes globais de colaboração tecnológica (via Internet). Por ser assim, os softwares livres recebem contribuições de usuários e desenvolvedores de softwares de todo o mundo. Este processo colaborativo de desenvolvimento possibilita alcançar um elevado nível de estabilidade e segurança.

- **Legalidade.** O respeito à propriedade é um fator primordial na civilização. As instituições se enfraquecem quando aderem à qualquer forma de ilegalidade. O uso de software "pirata" alcança dimensão moral já que desrespeita leis vigentes quanto à propriedade. Com o uso do software livre, efetuando-se as adaptações necessárias, privilegia-se o respeito à propriedade e eleva-se a auto-estima, instalam-se soluções apropriadas para os problemas específicos da Organização, além de favorecer a criação de mercado de trabalho para os desenvolvedores nacionais de software.
- **Auto-Estima.** A autonomia tecnológica valoriza uma sociedade. O software livre é socialmente justo e tecnologicamente sustentável, proporciona capacidade de evoluir valorizando a inteligência nacional. Quem usa software livre, além de incentivar o desenvolvimento de tecnologia local, ajuda a reduzir a pirataria tecnológica e, ao mesmo tempo, compartilha o conhecimento intelectual em benefício da sociedade. O domínio de uma tecnologia dá ao pesquisador uma energia que se renova a cada conquista, a cada avanço. A sensação de estar sendo útil e participando da história como protagonista motiva e impulsiona para boas soluções e novos desafios. Quando um programador participa de um projeto de software livre é imitado por seus colegas. Eles desejam, por incentivo da cultura da dádiva (gift culture), fazer igual, ou melhor. Sentem-se movidos pelo espírito de colaboração com a "comunidade" de programadores. Eles desejam destaque e elevação de status.
- **Economia.** O uso de software livre é economicamente viável, na sua grande maioria é grátis, porém, o mais importante é o fato de ter o código aberto. A simples gratuidade pode até ser uma armadilha. O código sendo aberto não há custos com licenças de uso ainda que possam ser contratados serviços de apoio e de suporte à manutenção e alterações. Diversas gigantes da área de TI já descobriram que podem obter vantagens financeiras com software livre – IBM, Oracle, Sun, dentre

outras. Software livre permite o seu uso, a produção de cópias ilimitadas, alterações e distribuições. Representa para a Administração Pública grande vantagem. O software livre pode ser alterado de acordo com as necessidades da administração; ele pode ser redistribuído para outros órgãos ou para a sociedade e pode ser plenamente auditado.

Descrevemos a seguir algumas desvantagens que são associadas ao uso do software livre.

- **Recompensa e Mérito.** Os fornecedores de software de código fechado alegam que se os colaboradores do software livre não forem recompensados pelos seus trabalhos, as novidades tecnológicas revolucionárias tenderão a se exaurir, obrigando a utilização de softwares proprietários.
- **Pesquisa e Desenvolvimento (P&D).** Serão necessários grandes incrementos de recursos na pesquisa e desenvolvimento de software livre e a contínua especialização dos recursos humanos empregados na pesquisa e desenvolvimento. No entanto, os gastos com P&D devem ser considerados como investimentos. Todo o conhecimento adquirido irá se acumulando, reduzindo, no futuro, as despesas com autonomia e flexibilidade. O software livre facilita e incrementa a transferência de tecnologia.
- **Incerteza.** A incerteza reside na indagação sobre manter-se indefinidamente um movimento de código aberto auto-organizado, que assuma de graça a responsabilidade pelo progresso. Para este questionamento dificilmente se terá uma resposta conclusiva. Porém, pode-se observar o contínuo e crescente desenvolvimento do software livre nos últimos dez anos. Torvalds [10] observa que: "na verdade o ritmo de adoção é bastante elevado, mas o que as pessoas não percebem é a enorme inércia na troca de sistemas operacionais.
- **Responsabilidade Civil.** Quem é o dono? Quem é o responsável? Outra questão muito discutida é saber se a organização usuária assumirá a responsabilidade pelos testes e desenvolvimento ou deve contratar uma empresa especializada. É recorrente a afirmação de que não existe quem garanta a qualidade do software livre e que não se pode responsabilizar ninguém no caso de falhas nos programas. Todavia, na prática, o mesmo se aplica a software proprietário, uma vez que a caracterização da culpa do desenvolvedor é muito difícil de ser

demonstrada. No Brasil, não há informações sobre processos indenizatórios bem sucedidos relativos a prejuízos causados por softwares defeituosos.

- Prazo para a Migração. Há necessidade de planejamento de médio e longo prazo para se efetivar a total migração para o software livre. Isto como consequência do tempo necessário para a preparação e especialização de pessoal, para a aquisição dos instrumentos e para a quebra de paradigmas institucionais. Devido a grande massificação do software proprietário no mercado, deve ser considerado um período de transição, o que afetará a produtividade por um período considerável. A opção pelo software livre é uma decisão estratégica da alta direção da organização usuária e deve ser buscada com perseverança.

### **5. Software Livre – um exemplo de Tecnologia Social**

O Movimento de software livre é uma das maiores expressões de uma coletividade que busca mais que a mercantilização. Trata-se de uma das principais aplicações da Tecnologia Social baseada no princípio do compartilhamento do conhecimento e na solidariedade praticada pela inteligência coletiva conectada pela Internet. O desenvolvimento de software é atualmente um monopólio de poucas e grandes organizações, trans e supra nacionais, que, mais que impedir o fluxo de conhecimentos a respeito das bases de seu funcionamento, seja pelas dificuldades de entendimento, seja pelos altos custos de desenvolvimento, seja pela comodidade de usar apenas na essência das necessidades impedem a reflexão, o aprendizado e a capacidade de desenvolvimento futuro. Boaventura de Souza Santos nos alerta que “é através da imaginação que os cidadãos são disciplinados e controlados pelos Estados, mercados e outros interesses dominantes, mas é também através da imaginação que os cidadãos desenvolvem sistemas coletivos de dissidência e novos grafismos da vida coletiva” [11].

Software livre é uma metodologia de desenvolvimento que sustenta um movimento social. Enquanto tecnologia é uma Tecnologia Social. Neste sentido, o software livre além de suas características sociais, já que permite seu uso e distribuição sem a necessidade de licença ou autorização, congrega três interessantes características:

- a condição de instigar o conhecimento do indivíduo com base na necessidade de “pensar” e não apenas “usar”;
- a redução de custos facilitando o uso em comunidades que nunca poderiam acessar uma ferramenta de qualidade;
- o sentido de comunidade propiciado pelo software livre. Aquilo que é desenvolvido isoladamente ou em grupo deve ser distribuído para toda a comunidade para que ela possa aproveitar o conhecimento adquirido. Isto leva o cidadão a sentir-se parte de um conjunto e não somente coadjuvante de uma grande peça redigida por duas ou três empresas.

Para a sociedade, o software livre abre a possibilidade de participar da construção do saber e de se inserir no espaço privilegiado de dar e propor os próximos passos. A utilização estrita de softwares desenvolvidos exogenamente não cria uma geração de engenheiros de softwares habilitados a protagonizar as mudanças sociais que o futuro demandará.

### **6. O uso de recursos computacionais para o ensino da Matemática**

O Programa de Apoio à Pesquisa em Educação a Distância – PAPED é desenvolvido pela Secretaria de Educação a Distância – SEED, em parceria com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, para apoiar projetos que visem ao desenvolvimento da educação presencial e/ou a distância. O Ministério da Educação, por meio do PAPED, incentiva a pesquisa e a construção de novos conhecimentos que proporcionem a melhoria da qualidade, equidade e eficiência dos sistemas públicos de ensino, pela incorporação didática das novas tecnologias de informação e comunicação.

Um destes programas premiados é o e-cálculo desenvolvido pela USP-SP e disponibilizado através do site <http://www.cepa.if.usp.br/e-calculo/>.

Por outro lado, uma pesquisa nos catálogos das principais Editoras permite constatar o uso de softwares para o ensino da matemática dentre os quais se destaca o Maple [12,13]. Igualmente, uma pesquisa realizada na Internet em 14 de abril de 2009 mostra cerca de 1.000.000 de endereços onde são apresentados tutoriais sobre o uso do Maple.. O Maple é um programa de computador produzido por Waterloo Maple Inc. e é um tipo de sistema conhecido como "sistema de manipulação algébrica" ou "sistema matemático computacional".

Tais sistemas são muito úteis na resolução fácil e precisa de uma diversidade de problemas em matemática.

Não se questiona, em absoluto, a qualidade do Maple e outros softwares de mesma natureza e sua aplicabilidade. Discute-se, neste texto, o uso indiscriminado de um software comercial com direitos autorais definidos. Mais difícil será imaginar que nossos estudantes irão adquirir uma versão original do software ou optarão por uma cópia “genérica” duplicada no Laboratório da IES.

O questionamento é adequado até pela existência de softwares livres com funcionalidades análogas ao Maple. O software Máxima, desenvolvido pelo conceituado MIT e apresentado mais adiante, poderá servir para os mesmos propósitos educacionais que a versão comercial. Este software possui versões para os sistemas operacionais Windows, Linux (em suas diversas distribuições) e Solaris, o que amplia sua escalabilidade.

## 7. Softwares Livres voltados a área Matemática

Uma pesquisa sobre Softwares Livres voltados a área matemática, nos mostra alguns softwares de nível avançado relacionados com Matemática, abrangendo a manipulação algébrica/simbólica, cálculo numérico, apresentação gráfica de dados e funções, resolução de equações, cálculo integral e diferencial, estatística, entre muitos outros. Muitos destes softwares estão disponíveis em várias plataformas como o Windows, Linux, Solaris.

A computação Algébrica (ou simbólica) é um ramo da Ciência da Computação e da Matemática cujos fundamentos teóricos centralizam-se no estudo de não numéricos, isto é, as operações simbólicas que podem ser tratadas por um computador, com ênfase especial em cálculos simbólicos tais como fatoração de polinômios, resolução de equações algébricas e equações diferenciais, operações e cálculo com matrizes, etc.

Os cálculos realizados no tratamento simbólico são exatos, isto é, têm precisão infinita, em contraste ao correspondente tratamento numérico. Uma operação do tipo  $1/3+1/3$ , que numericamente resultaria em 0.666666, no cálculo simbólico teremos como resultado o valor exato,  $2/3$ .

A seguir relacionamos alguns softwares de computação algébrica, onde foram agregados pequenas descrições [14].

- GAP  
<http://www.gap-system.org/gap.html>. É um sistema focado em Álgebra Discreta e

Computacional, nomeadamente em Teoria de Grupos e Teoria Algébrica dos Autômatos, gerido pelos GAP Centres da University of St. Andrews, RWTH Aachen, Technische Universität Braunschweig e Colorado State University. Além destes centros de investigação, o GAP é desenvolvido continuamente por usuários, que contribuem com cerca de 60% do total dos pacotes. Os pacotes submetidos são alvo de "peer review", o que introduz confiança e qualidade ao sistema. É altamente recomendado e utilizado em investigação matemática e em Ciência de Computadores, sendo crucial em alguns artigos publicados.

- GP/PARI  
<http://pari.math.u-bordeaux.fr/>. É um sistema de computação algébrica desenhado para cálculos rápidos em teoria de números, mas também contém uma grande quantidade de outras funções úteis respeitantes a entidades matemáticas como matrizes, polinômios, séries de potências, funções transcendentais etc.
- MAXIMA e wxMAXIMA  
<http://maxima.sourceforge.net/> e <http://wxmaxima.sourceforge.net/>. É um sistema para manipulação de expressões simbólicas e numéricas, incluindo diferenciação, integração, séries de Taylor, transformadas de Laplace, equações diferenciais ordinárias, sistemas de equações lineares, polinômios, conjuntos, listas, vetores, matrizes e tensores. O Maxima é capaz de representar funções a duas e três dimensões. O wxMaxima disponibiliza um acesso às funções do Maxima através de menus e diálogos.
- OCTAVE  
<http://www.gnu.org/software/octave/>. É uma linguagem de alto nível pensada para computação numérica. Fornece uma interface de linha de comandos, conveniente para a resolução de problemas numéricos lineares e não lineares, usando uma linguagem na generalidade compatível com Matlab(R).
- R Project  
<http://www.r-project.org/>. É uma linguagem e um ambiente para cálculos estatísticos e manipulação gráfica. O “R” fornece uma grande variedade de técnicas estatísticas (modelagem linear e não linear, testes estatísticos clássicos, análise de séries temporais, classificação, "clustering") e gráficas, sendo bastante extensível. Um dos

pontos fortes do "R" é a facilidade com que se produzem gráficos de grande qualidade, incluindo símbolos e fórmulas matemáticas.

- SAGE  
<http://modular.math.washington.edu/sage/sage>.  
É utilizado para o estudo de uma grande gama de áreas da matemática, incluindo álgebra, análise, teoria de números elementar e avançada, criptografia, computação numérica, álgebra comutativa, teoria de grupos, combinatória, teoria de grafos e álgebra linear.
- SINGULAR  
<http://www.singular.uni-kl.de/>. É um sistema de computação algébrica para computações polinomiais com ênfase nas necessidades de álgebra comutativa, geometria algébrica e teoria de singularidades.
- YACAS  
<http://yacas.sourceforge.net/homepage.html>. É um sistema de computação algébrica geral, um programa para manipulação simbólica de expressões matemáticas.
- YORICK  
<http://yorick.sourceforge.net/index.php>. É uma linguagem de programação interpretada para simulações e cálculo científico, pós-processamento ou desenvolvimento de simulações complexas, desenho gráfico interativo, leitura, escrita e tratamento de arquivos de dados numéricos - (licença BSD).

## 8. Uma breve visão do Máxima

Neste trabalho, iremos detalhar o uso do software Maxima que foi aplicado aos alunos da disciplina Laboratório de Cálculo I devido à sua facilidade de uso.

É relevante destacar o Software Maxima como um software livre e, na abordagem que estamos aqui privilegiando, como uma Tecnologia Social. O aprendizado da matemática superior e a aquisição de habilidades para sua utilização dependem de boa formação básica em matemática. Os softwares anteriormente referidos proporcionam uma visão gráfica das expressões e de seus resultados e possibilitam um maior amadurecimento, contribuindo para minimizar as deficiências de formação conspirando para superá-las; é, neste sentido, aderente aos princípios da tecnologia social.

O software Maxima é um Sistema de Computação Algébrica, implementado em Lisp, derivado do sistema Macsyma, desenvolvido no MIT –

Massachusetts Institute of Technology – nos anos de 1968 a 1982, como parte do Projecto MAC. O MIT transferiu uma cópia do código fonte do Macsyma para o Departamento de Energia em 1982; essa versão é agora conhecida como Macsyma DOE. Uma cópia do Macsyma DOE foi mantida pelo Professor William F. Schelter da Universidade do Texas, desde 1982 até a sua morte em 2001. Em 1998, Schelter obteve autorização do Departamento de Energia para liberar o código fonte do Macsyma DOE sob a Licença Pública GNU e, portanto, um software livre, e em 2000 iniciou o projeto Maxima no SourceForge para manter e desenvolver o Macsyma DOE, agora chamado Máxima.

Para permitir o uso amigável do sistema Maxima, foi desenvolvida a interface wxMaxima, que veio ao encontro dos preceitos de usabilidade dos Sistemas Computacionais, notadamente por estar localizado para o idioma Português, usado no Brasil.

Em um país com baixas taxas de conhecimento de outros idiomas, de alguma forma obstrui o acesso às tecnologias de informação e de comunicação, especialmente para pessoas com baixa renda, que têm pouco acesso à instrução.

Os comandos do wxMaxima podem ser utilizados de principalmente de duas formas: por linha de comando ou por seleção em “menus”.

A principal tela do wxMáxima está apresentada na Figura 1, a seguir:

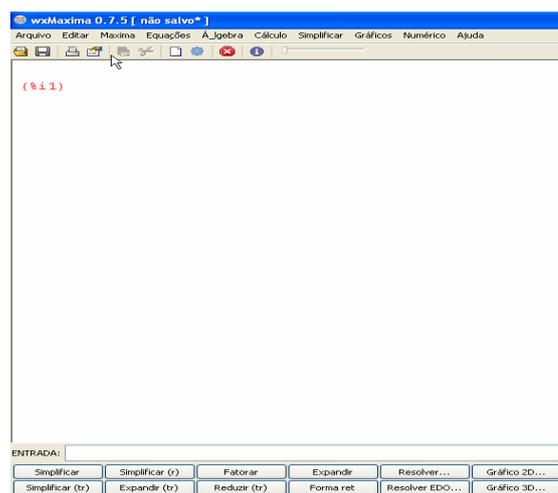


Figura 1 – Tela principal do wxMaxima

Os comandos e dados são introduzidos na “janela” ENTRADA.

O símbolo (%i1) significa input 1, ou (%o1) Output 1. Pode-se referenciar a uma entrada ou uma saída pelo seu símbolo.

Pode-se realizar operações algébricas em diversos graus de dificuldades, por exemplo

2+3

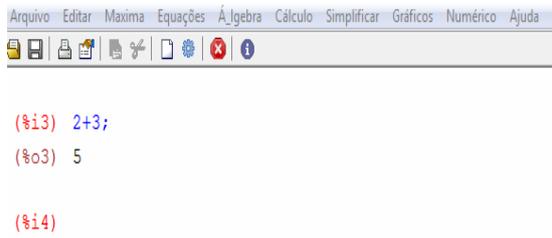


Figura 2 – operações matemáticas

Um dos conceitos iniciais onde a simulação do cálculo do valor de funções pode ser incrementado usando um software é da noção de limite.

Vamos supor a função  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2-1)/(x-1)$ ; no ponto  $x=1$  existe uma descontinuidade.

Define-se, inicialmente, a equação da função para em seguida substituir os diversos valores.

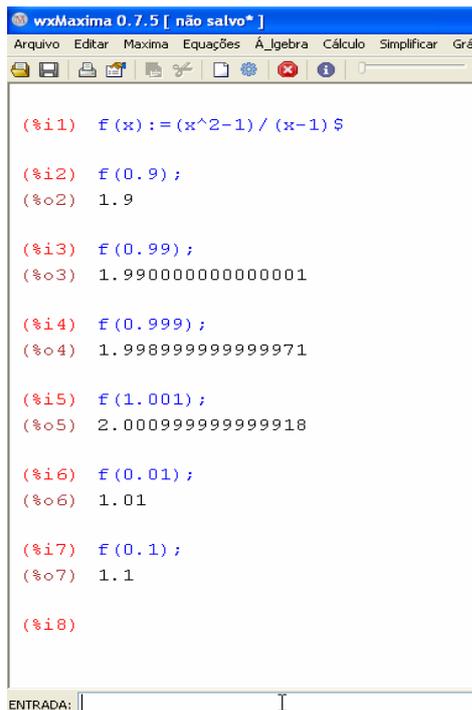


Figura 3 – Cálculo de valor de uma função

Neste caso, o valor da função se aproxima de 2.

Este conceito poderá ser comprovado pelo cálculo do limite:

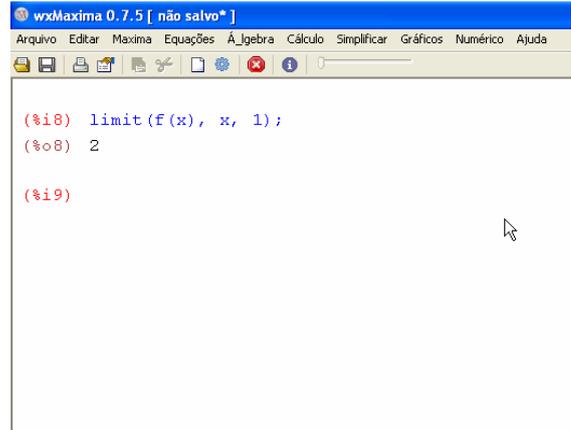


Figura 4– Cálculo do Limite

Adicionalmente, pode-se mostrar o gráfico da função usando o comando `plot2d(f(x),[x,-2,2])`; e teremos:

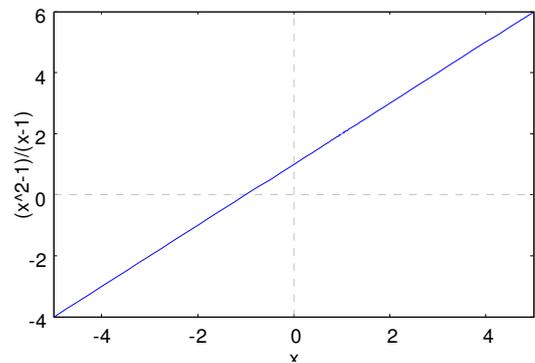


Figura 5– Gráfico de f(x)

Outro tipo de conceito é resolver sistemas de equações como, por exemplo:

$$\begin{cases} 7x + 2y - 5z = -18 \\ x + 5y - 3z = -40 \\ 2x - y - 9z = -26. \end{cases}$$

A Figura 6 apresenta a entrada de dados para solução de um sistema de equações.

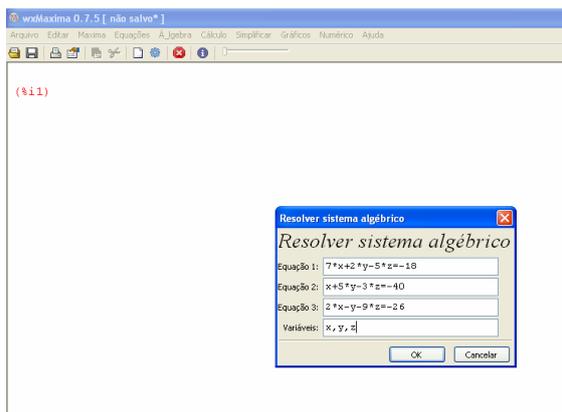


Figura 6– Resolver Sistema Algébrico

O resultado obtido será como mostrado na Figura 7:

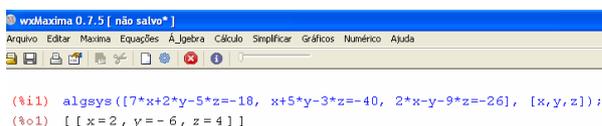


Figura 7– Raízes do Sistema

O comando que permite a derivação no MÁXIMA é análogo ao usado pelos demais programas. Sua sintaxe é a seguinte: `diff(<expressão>, <variável>)`; Se quiser uma derivada de ordem superior deverá digitar:

`diff(<expressão>, <variável>, <ordem>)`; Por exemplo:



```
(%i5) diff(x*cos(x), x);
(%o5) cos(x) - x sin(x)
```

Figura 8 – Cálculo de derivada e função

O comando que encontra a integral indefinida é `integrate(<expressão>, <variável>)`;

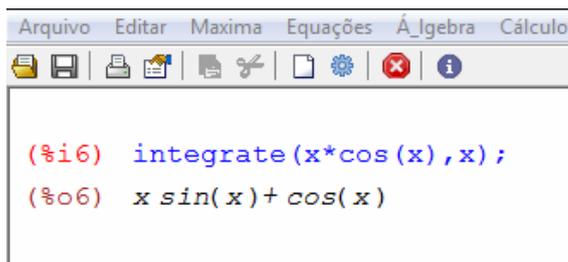


Figura 9 – Cálculo de integral de função

Pode-se integrar, funções digitando o comando ou usando o recurso do wxMÁXIMA onde é necessário o preenchimento de lacunas:



Figura 10 – Cálculo de integral de função

O uso de gráficos é igualmente simples, por exemplo:

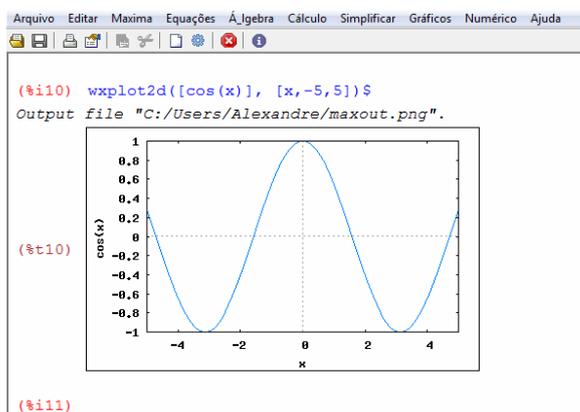


Figura 11 – Gráfico 2D

### 9. Uma experiência com o uso de softwares para a primeira disciplina de cálculo

A partir de 2006, o Departamento de Análise Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da UERJ implantou a disciplina Laboratório de Cálculo I, que tem por objetivo auxiliar o aprendizado de cálculo diferencial e integral. Esta mudança foi decorrente da convicção de que recursos disponibilizados pelo ambiente computacional, como a visualização e a experimentação podem contribuir nos processos de ensino e aprendizagem. A UERJ não foi pioneira ao inserir em sua matriz curricular a disciplina de laboratório de cálculo. Outras universidades adotaram anteriormente esta disciplina, entre elas, PUC de Minas Gerais, Universidade Federal de Santa Catarina, UNICAMP e Universidade de Coimbra.

Pesquisa realizada no segundo semestre de 2008, e consolidada no Projeto Final das alunas Luciana Lima de Azevedo e Rose Pereira Maria [16], junto aos alunos da disciplina Laboratório de Cálculo I, aponta para os resultados que seguem.

- Universo pesquisado: 60 alunos
- Alunos que se dispuseram a colaborar: 12
- Softwares utilizados: Maple 7.0, MuPad 3.0 e wxMaxima

Alunos que tiveram dificuldade de entender Cálculo I	%
Não, nunca	16,7
Sim, algumas vezes	58,3
Sim, a maior parte do tempo	25,0

Alunos que acham que o laboratório ajudou no conteúdo de Cálculo I	%
Sim	58,3
Não	8,3
Pouca coisa	33,3

Alunos que tiveram dificuldade em utilizar o software	%
Sim	33,3
Não	66,7

Durante a pesquisa, foram encontradas as seguintes justificativas para as dificuldades em relação à disciplina Laboratório de Cálculo I:

- Software em inglês
- Dificuldades nos comandos
- Dificuldade em aprender o Maple
- Necessidade de uma apostila de utilização dos softwares

Um aspecto que merece ser destacado foi a sugestão dos alunos para a maior utilização do software wxMaxima, em português.

### 10. Conclusão

Uma nova visão acadêmica reclama uma nova pessoa que conviva em rede, relacione-se com fraternidade, menos privado, menos competitivo e mais cooperativo, inclusivo e convivendo num hiperespaço onde entrega e recebe numa auto-organização permanente de suas estruturas e de seus processos, capaz de mapear sua posição neste espaço mutante e continuar atuando. Cogitar esta nova pessoa é conviver com a utopia da fraternidade. Os instrumentos da tecnologia da informação e da comunicação ascendem a esta pessoa. A Academia, segmentada em disciplinas, fragmenta o conhecimento e enfrenta dificuldades para perceber a realidade. As diversas comunidades enfrentam realidades inéditas para as quais as pessoas precisam dar respostas imediatas para sobreviver.

Hoje, uma confluência de eventos está criando uma perfeita revolução para avançar significativamente na educação. Com um crescimento de ferramentas livres e os recursos educativos disponíveis, e com uma comunidade cada vez mais empenhada e ligada, abundam as oportunidades de educação transformadora. Vemos uma proliferação de novas iniciativas, muitas com potencial para alterar radicalmente a ecologia e a economia da educação [15]. O Software se faz presente em tudo na vida moderna. Seu emprego é cada vez mais crescente e intenso. Vai do lazer ao comando e controle. O software livre apresenta-se como uma grande janela de oportunidade para se alcançar independência na construção dos programas de

computador. O software de código aberto e padronizado mostra-se como uma tendência que se consolida cada vez mais. As instituições modernas não precisam mais ficar reféns dos produtores de software proprietários.

O amadurecimento das licenças públicas (GPL e CC) trouxe a sustentação jurídica necessária para o investimento em software livre. As quatro liberdades (executar, estudar, alterar e distribuir) das Licenças Públicas Gerais (GPL), associadas às metas de expandir a quantidade de obras disponíveis ao público do Creative Commons (CC) criam uma nova perspectiva capaz de impulsionar a sociedade na busca de sua liberdade de escolha, independência e segurança.

As dificuldades com a matemática são inerentes. O desenvolvimento do pensamento abstrato e a representação da realidade através da linguagem matemática obrigam a reformas no pensamento e da reflexão. Instrumentos da tecnologia da informação e da comunicação podem ajudar se utilizados com uma estratégia educacional própria, pertinente. Software livre fará isso com ênfase na inclusão econômica de alto valor agregado para desenvolvedores de software, além de viabilizar economicamente a utilização em organizações educacionais.

A pesquisa recentemente realizada, descrita anteriormente, sugere uma melhora nas avaliações de Cálculo I, após a inserção da nova disciplina de Laboratório de Cálculo. Os alunos pesquisados, embora em número não representativo do universo de alunos que cursam a primeira disciplina de Cálculo, permitem considerar favorável à utilização de software em português a exemplo do wxMaxima.

## 10. Bibliografia

- [1] Lopes, A., Algumas reflexões sobre as questões do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS, Matemática Universitária – SBM, Rio de Janeiro, 1999, n. 26/27, p. 123.
- [2] Kaput, J., Rethinking Calculus: Learning and Thinking, American Mathematical Monthly, Washington D. C., 1997, v. 104, n. 8, p. 73.
- [3] Castro Barbosa, A.C., Concordido, C.F.R., Carvalhaes, C.G., Uma Proposta de Pré-Cálculo com Aprendizado Colaborativo, II Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, 2004, v. 1, p. 163.
- [4] Malta, I., Sobre um método não-tradicional para aprender cálculo, I Colóquio de História e

Tecnologia no Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, 2002, v. 1, p. 213.

[5] Borba, M.C., Pentead, M.G., Informática e Educação Matemática, Autêntica Editora, Belo Horizonte, 2005.

[6] Alshawi, S., Elliman, A.D., Paul, R.J., People, Information System and Change, Cognition, Technology & Work, Volume 2 Number 1, Springer-Verlag, London, 2000.

[7] Ritto, A.C.A., Machado, N., A caminho da escola virtual, Edições Consultor, Rio de Janeiro, 1995.

[8] RTS – Rede de Tecnologia Social <http://www.rts.org.br/rts/tecnologia-social> visitado em 7/11/2008.

[9] Stallmann, R., <http://www.gnu.org/philosophy/free-sw.html> visitado em 07/11/2008.

[10] Torvalds, L.; A Microsoft é irrelevante: depoimento em agosto de 2007 ao entrevistador Peter Moon – Computerworld Publicada em 09 de agosto de 2007 e disponível em <http://computerworld.uol.com.br/mercado/2007/08/09/idgnoticia.2007-08-08.5994055076/> Visitado em 06 de janeiro de 2008).

[11] Souza Santos, B. (Org.); A Globalização e as Ciências Sociais, Ed. Cortez, São Paulo, 2002.

[12] Carvalho, N.T.B., Pereira, R., O Software “Maple” no Estudo de Funções de Várias Variáveis, Educação Matemática em Revista, SBEM, Recife, 2004, v. 17, p. 52.

[13] Santos, A.R., Aprendendo Cálculo com Maple, Editora LTC, Rio de Janeiro, 2002.

[14] Software Livre no Ensino existente em <http://www.escolaslivres.org/?q=node/49> visitado em 07/11/2008.

[15] Liyoshi, T. (Org.), "Opening Up Education: The Collective Advancement of Education through Open Technology, Open Content, and Open Knowledge", MIT Press, Cambridge, 2008.

[16] Azevedo, L.L., Maria, L.P., Uma Análise Qualitativa na Disciplina Laboratório de Cálculo I, Projeto de Final de Curso, IME/UERJ, Rio de Janeiro, 2009.