

# CADERNOS DO IME – Série Estatística

Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ  
ISSN on-line 2317-4536 / ISSN impresso 1413-9022 - v.58, p.28-46, 2025  
DOI: 10.12957/cadest.2025.93754

## ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS PARA PREVISÃO DE RISCOS E RENTABILIDADES EM FUNDOS DE PENSÃO

Isaac Costa Meira - UERJ  
[isaaccostameira@gmail.com](mailto:isaaccostameira@gmail.com)

Marcelo Augusto Rego Duarte - UERJ  
[marcelo.augusto020@outlook.com](mailto:marcelo.augusto020@outlook.com)

Jorge Luiz de Jesus Goulart - UERJ  
[jorge.goulart@uerj.br](mailto:jorge.goulart@uerj.br)

Marcello Montillo Provenza - UERJ  
[mprovenza@gmail.com](mailto:mprovenza@gmail.com)

Sabrinna Rodrigues de Oliveira de Souza - UERJ  
[sabrinardo123@gmail.com](mailto:sabrinardo123@gmail.com)

### Resumo

*Este estudo analisa, dentro do contexto do Plano I da PREVI, a eficácia de um modelo Box-Jenkins que combina o ARIMA(1,0,1) para a média condicional e o GARCH(1,1) para a variância condicional, visando prever o risco (VaR 95%) e interpretar os retornos das ações que representam a carteira. Foram utilizados dados diários de preços de fechamento (2020–2024), coletados a partir de relatórios institucionais da PREVI, com a modelagem e os diagnósticos feitos em Python. A metodologia incluiu o cálculo de retornos logarítmicos, a estimação dos modelos ARIMA e GARCH (considerando inovações normais e t-Student), diagnósticos formais (ADF/KPSS, Ljung–Box, Shapiro–Wilk) e análises visuais (ACF/PACF, resíduos), além do cálculo do VaR 95% e seu respectivo backtesting. Os resultados indicaram que as séries de retornos são estacionárias na média, que o GARCH(1,1) capturou a persistência da volatilidade de forma consistente e que a distribuição t-Student teve melhor adequação segundo o AIC, sugerindo a presença de caudas pesadas. O VaR 95% se saiu bem, com frequências de violação variando entre 3,23% e 4,48%, que está abaixo do nível nominal de 5%, o que sugere que a calibração estável está adequada às condições de mercado observadas. Assim, conclui-se que o pipeline ARIMA+GARCH é uma ferramenta prática, auditável e reproduzível para o monitoramento de risco em Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC), oferecendo previsões de volatilidade consistentes e métricas de risco robustas, desde que acompanhado por diagnósticos adequados.*

**Palavras-chave:** Fundos de Pensão; Séries Temporais; ARIMA, GARCH, Volatilidade Condicional.

## 1. Introdução

A previdência complementar fechada faz parte do sistema de proteção social do Brasil. Ela atua como um instrumento de economia a longo prazo, desempenhando uma função importante no financiamento do setor econômico (PREVIC, 2020; ROCHA; CAETANO; VIEIRA, 2007). Essa função está em alinhamento com a literatura internacional que aborda investidores institucionais de longo prazo (BODIE; KANE; MARCUS, 2014). Está muito alinhada também com estudos sobre o funcionamento do sistema previdenciário brasileiro (GIAMBIAGI; ALEM, 2011).

As entidades fechadas de previdência complementar (EFPC) gerenciam planos de benefícios que visam complementar as aposentadorias oferecidas pelo Regime Geral de Previdência Social (INSS). Elas servem para proporcionar proteção contra riscos como morte e invalidez, de acordo com a Lei Complementar nº 109/2001 (BRASIL, 2001) e as orientações da PREVIC (2021). Este trabalho concentra-se no Plano 1 da PREVI, um plano de benefício definido (BD) voltado para os funcionários do Banco do Brasil que foram admitidos até 31 de dezembro de 1997 e, embora não aceite novas adesões, mantém um compromisso sustentável com seus participantes e dependentes.

Apesar da relevância do tema, a literatura enfatiza que as entidades fechadas de previdência complementar requerem processos quantitativos que permitam antecipar oscilações de risco e retorno. Tal necessidade decorre de sua natureza de passivo de longo prazo e de sua elevada sensibilidade a choques de mercado (BLAKE, 2006; BODIE et al., 2009). Organismos reguladores e de governança, como PREVIC (2020) e EIOPA (2018), enfatizam que modelos estatísticos de previsão, especialmente aqueles que captam volatilidade condicional e caudas pesadas, são essenciais para apoiar decisões de alocação, limites de risco e testes de solvência. Assim, o uso de abordagens como ARIMA e GARCH não é apenas uma escolha metodológica. Trata-se de um requisito para que as EFPC implementem processos auditáveis, transparentes e alinhados às melhores práticas de *Asset-Liability Management* (ALM).

O gerenciamento dos riscos financeiros na carteira de renda variável de uma EFPC exige processos que sejam, ao mesmo tempo, estatisticamente fundamentados e defensáveis em ambientes de governança corporativa. Séries de retornos de ações em frequência diária tendem a exibir características bem conhecidas: média de baixa previsibilidade, volatilidade agrupada (heterocedasticidade condicional) e caudas

pesadas. Tais traços desafiam tanto a comunicação de risco aos conselhos e órgãos de supervisão quanto a calibração de limites operacionais. Nesse contexto, soluções parcimoniosas e auditáveis ganham prioridade. Modelos de média condicional da família ARIMA (BOX & JENKINS, 1976), articulados a modelos de variância condicional como o GARCH (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986), oferecem um caminho explicável e replicável para produzir previsões e medidas de risco acionáveis, como o *Value-at-Risk* (VaR) (JORION, 2007). Além disso, permitem a realização de um processo de *backtesting* transparente. Este estudo adota uma abordagem preditiva baseada no arcabouço Box-Jenkins, combinando um modelo ARIMA (1,0,1) para a dinâmica de média condicional e um modelo GARCH (1,1) para a variância condicional. Essa combinação permite captar dependências lineares de curto prazo e a persistência da volatilidade típica de séries financeiras.

Os resultados obtidos indicaram que as séries de retornos são estacionárias na média e que a modelagem da variância com GARCH (1,1) foi eficaz em capturar a persistência da volatilidade. Em termos de risco, o *Value-at-Risk* (VaR) de 95% apresentou taxas de violação entre 3,23% e 4,48%, ficando abaixo do nível nominal de 5%, o que é um bom indicativo de calibração estável. Ademais, a análise via Critério de Informação de Akaike (AIC) favoreceu sistematicamente a distribuição t-Student, confirmando a relevância da leptocurtose (caudas pesadas) nas inovações. Conclui-se, portanto, que o pipeline ARIMA+GARCH constitui uma ferramenta parcimoniosa, auditável e reproduzível para o monitoramento contínuo do risco financeiro em EFPC.

Diante da exposição do Plano 1 da PREVI à renda variável, o problema de pesquisa que orienta este trabalho é investigar se é possível construir um processo parcimonioso, auditável e reproduzível que capture dependências curtas na média ((ARIMA) (BOX & JENKINS, 1976)), modele a persistência da volatilidade ((GARCH) (ENGLE, 1982; BOLLERSLEV, 1986)) e produza uma medida operacional de risco (VaR 95%) com *backtesting* claramente reportado. Assim, o objetivo deste estudo é avaliar a utilidade prática do arranjo ARIMA (1,0,1) + GARCH (1,1) no monitoramento de retornos, volatilidade e risco. Para isso, adota-se uma abordagem preditiva baseada no arcabouço Box-Jenkins, combinando ARIMA para a média condicional e GARCH para a variância condicional.

O artigo está estruturado em 7 seções. A Seção 2 apresenta a fundamentação teórica. A Seção 3 descreve a metodologia adotada. A Seção 4 discute os estudos correlatos. Já a Seção 5 expõe os resultados empíricos; e a Seção 6 sintetiza as principais implicações e discute os achados. Por fim, a Seção 7 apresenta as conclusões do estudo.

## 2. Fundamentação Teórica

Esta seção discute os fundamentos conceituais que justificam e orientam o uso dos modelos estatísticos empregados na análise dos dados.

### 2.1 Modelagem ARIMA

Séries de retornos diários de ativos financeiros, como as ações da VALE3, PETR4 e ITUB4, têm características bem conhecidas na literatura. Entre elas, podemos destacar a média que fica perto de zero, as autocorrelações de baixa ordem, a volatilidade agrupada e as distribuições com caudas pesadas (CONT, 2001; CAMPBELL; LO; MACKINLAY, 1997). Esses padrões nos levam a utilizar ferramentas específicas para modelar a média e a variância condicional.

A abordagem Box-Jenkins (BOX & JENKINS, 1976) oferece um guia prático para a modelagem da média condicional com modelos ARIMA, que ajudam a capturar dependências lineares de curto prazo. O modelo ARIMA (1,0,1) é uma combinação de um componente autorregressivo e um de média móvel, adequado para séries estacionárias, o que foi confirmado pelos testes de raiz unitária que fizemos depois. A equação do modelo ARIMA (1,0,1) é expressa por (1):

$$r_t = \mu + \phi_1(r_{t-1} - \mu) + \epsilon_t + \theta_1\epsilon_{t-1} \quad (1)$$

Em que  $r_t$  é o retorno no tempo  $t$ ,  $\mu$  é a média do processo,  $\phi_1$  é o coeficiente autorregressivo,  $\theta_1$  é o coeficiente de média móvel e  $\epsilon_t$  são os resíduos.

Para entender a volatilidade que muda ao longo do tempo, este trabalho usa a teoria da heterocedasticidade condicional que foi proposta por Engle em 1982 e depois ampliada por Bollerslev em 1986. O modelo GARCH (1,1) é bastante conhecido por ser eficaz em capturar a persistência dos choques de volatilidade, e é um dos mais usados em estudos financeiros (TAYLOR, 1986; POON & GRANGER, 2003). Ele geralmente se mostra bastante robusto ao lidar com dados financeiros diários e é definido pelas equações (2) e (3):

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim D(0, 1) \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (3)$$

Em que  $\sigma_t^2$  é a variância condicional,  $\omega$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são os parâmetros do modelo, e  $z_t$  é um ruído branco. A persistência da volatilidade é garantida pela condição  $\alpha + \beta < 1$ .

O *Value-at-Risk* (VaR) representa o quantil inferior da distribuição de retornos e constitui uma métrica central em sistemas de gestão de risco (JORION, 2007; HULL, 2018). Sua qualidade depende diretamente da correta especificação da volatilidade condicional, o que reforça a importância de modelos como o GARCH na avaliação de risco de carteiras.

### 3. Metodologia

Nesta seção, vamos aprofundar as etapas que foram seguidas para coletar, preparar e analisar os dados. Também falaremos sobre como implementamos os modelos ARIMA e GARCH, o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) e o processo de *backtesting*. Toda a análise empírica foi feita em Python (versão 3.13), utilizando as bibliotecas *pandas*, *numpy*, *statsmodels* e *arch*, que nos deram apoio na modelagem ARIMA, GARCH e no cálculo das métricas de risco. As etapas de limpeza, transformação e modelagem das séries também foram feitas em Python (versão 3.13), o que ajudou a garantir a reprodutibilidade e automatizou nossas análises.

#### 3.1 Coleta e Preparação dos Dados

Utilizamos séries de preços de fechamento diários das ações VALE3, PETR4 e ITUB4, que fazem parte da carteira de renda variável do Plano 1 da PREVI, cobrindo o período de janeiro de 2020 a junho de 2024. As séries históricas foram obtidas a partir dos demonstrativos institucionais da entidade, conforme indicado na PREVI (2024).

Com os preços em mãos, calculamos os retornos logarítmicos contínuos, usando a equação (4):

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (4)$$

Em que está o retorno em um determinado tempo e é o preço observado, conforme discutido por Campbell, Lo e MacKinlay (1997) e Tsay (2010). Para facilitar a interpretação gerencial e melhorar a estabilidade numérica, expressamos os retornos em pontos percentuais, multiplicando por 100.

### 3.2 Diagnóstico Preliminar

Realizamos testes estatísticos para entender as propriedades fundamentais das séries de retornos:

- ADF (DICKEY & FULLER, 1979) e KPSS (KWIATKOWSKI et al., 1992) para avaliar a estacionariedade.
- Ljung–Box para detectar a autocorrelação na série original e nos resíduos.
- Shapiro–Wilk (SHAPIRO & WILK, 1965) para avaliar a normalidade.

Analizamos também os correlogramas ACF e PACF, para ajudar a identificar as ordens dos modelos ARIMA.

### 3.3 Modelagem da Média Condicional (ARIMA)

Modelamos a média condicional usando um modelo ARIMA (1,0,1), que foi escolhido pela sua simplicidade e adequação às características das séries financeiras diárias. O modelo foi estimado separadamente para cada ativo e sua precisão foi avaliada por meio de:

- análise gráfica dos resíduos (ACF, PACF, densidade e séries de resíduos),
- teste de Ljung–Box aplicado aos resíduos filtrados,
- métricas de erro preditivo: MAE, RMSE, sMAPE e MASE (HYNDMAN & KOEHLER, 2006).

### 3.4 Modelagem da Variância Condicional (GARCH)

Com base nos resíduos do ARIMA, estimamos o modelo GARCH (1,1), que nos ajuda a capturar a persistência da volatilidade condicional. Consideramos duas especificações:

1. GARCH (1,1) com inovações normais;
2. GARCH (1,1) com inovações t-Student.

Essas especificações foram comparadas usando o Critério de Informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1974), que nos ajuda a determinar qual distribuição melhor descreve a dinâmica da volatilidade. Também avaliamos métricas de desempenho, como MAE e RMSE na previsão da variância.

### 3.5 Cálculo do *Value-at-Risk* (VaR)

Baseando-nos nas previsões de volatilidade do modelo GARCH, calculamos o VaR diário a 95% de confiança, segundo a formulação paramétrica tradicional (JORION, 2007; HULL, 2018), definido na equação (5):

$$VaR_{0,95,t} = z_{0,05} \cdot \sigma_t \quad (5)$$

onde  $z_{0,05}$  é o quantil inferior da distribuição normal padrão e  $\sigma_t$  é o desvio-padrão condicional previsto. Assim, o VaR representa uma estimativa da perda máxima que podemos esperar em um dia normal, com 95% de confiança.

### 3.6 Backtesting

A validação do VaR foi feita através de *backtesting*, onde avaliamos a frequência empírica de violações. Violações são definidas como aqueles casos em que o retorno observado ficou abaixo do VaR projetado. Analisamos a aderência do modelo comparando a taxa de violações com o nível nominal de 5%. A ausência de agrupamentos de violações ao longo do tempo foi considerada uma evidência adicional de que o modelo estava bem calibrado.

## 4. Estudos Correlatos

A literatura, tanto nacional quanto internacional, traz um conjunto consistente de evidências sobre como se comportam as séries temporais financeiras, a eficácia dos modelos ARIMA-GARCH e o desempenho de métricas de risco, como o *Value-at-Risk* (VaR). No cenário brasileiro, Ceretta e Costa (2001) demonstraram que modelos GARCH com distribuições de caudas pesadas se ajustam melhor à volatilidade do índice Bovespa, o que reforça a validade da utilização da distribuição t-Student, um resultado que vai de encontro às descobertas deste estudo. Da mesma forma, Morettin e Tolo (2004) chamam atenção para a habilidade dos modelos ARIMA em capturar dependências de curto prazo em séries estacionárias, justificando seu uso como uma etapa preliminar antes do ajuste de modelos de variância condicional.

Quando se trata de previsão de volatilidade, Taylor (1986) e Poon e Granger (2003) realizaram estudos que mostram que os modelos da classe ARCH/GARCH superam as abordagens mais simples e métodos que se baseiam apenas na volatilidade histórica. Isso é especialmente verdade em mercados com altos níveis de heterocedasticidade, uma característica marcante de economias emergentes como o Brasil. Campbell, Lo e MacKinlay (1997) também confirmam esse padrão, documentando a presença de volatilidade agrupada, leptocurtose e autocorrelações de curto prazo nos retornos financeiros, fundamentos que explicam a boa performance do GARCH (1,1) que foi observada aqui.

No que diz respeito à avaliação de risco, Jorion (2007) e Hull (2018) ressaltam que o VaR paramétrico é muito utilizado por instituições financeiras, devido à sua simplicidade, transparência e facilidade de auditoria. No entanto, a precisão dele depende bastante de uma boa especificação do modelo de volatilidade, enfatizando a relevância dos resultados encontrados para o Plano 1 da PREVI. Danielsson (2011) complementa essa discussão ao mostrar que o VaR pode subestimar eventos extremos, principalmente quando a distribuição assume normalidade estrita, recomendando o uso de distribuições com caudas mais pesadas, que está em linha com a t-Student que foi analisada neste estudo.

Por último, em um contexto mais amplo de previsão e modelagem, Hyndman e Koehler (2006) e Hyndman e Athanasopoulos (2021) enfatizam a robustez de métricas e métodos simples, como o ARIMA, em competições de previsão. Isso reforça a escolha por um modelo que seja tanto parcimonioso quanto auditável, algo especialmente importante para entidades de previdência complementar que precisam atender a rigorosos requisitos de governança e transparência.

No geral, os estudos relacionados apoiam os resultados obtidos aqui, sugerindo que a combinação ARIMA-GARCH é uma abordagem válida e alinhada com as melhores práticas internacionais para monitorar e prever riscos em séries financeiras, especialmente em mercados emergentes e contextos institucionais que exigem modelos que sejam explicáveis e reproduzíveis, como é o caso das EFPC brasileiras.

## 5. Resultados

Esta seção apresenta os resultados empíricos da análise, seguindo uma estrutura progressiva: descrição inicial das séries e verificação de suas propriedades, modelagem da média condicional via ARIMA, modelagem da variância condicional via GARCH e avaliação do risco por meio do VaR e seu respectivo *backtesting*.

### 5.1 Análise Descritiva e Diagnósticos Preliminares

A Tabela 1 resume estatísticas fundamentais dos retornos diários das ações VALE3, PETR4 e ITUB4 (em p.p.). As três séries apresentam média próxima de zero e elevada variabilidade, com destaque para a Petrobras, cuja volatilidade total é a mais alta (desvio-padrão de 3,01 p.p.). Todas exibem distribuição assimétrica à esquerda e forte leptocurtose, evidência de caudas pesadas e maior probabilidade de eventos extremos.

Tabela 1 – Estatísticas Descritivas dos Retornos Diários (p.p.)

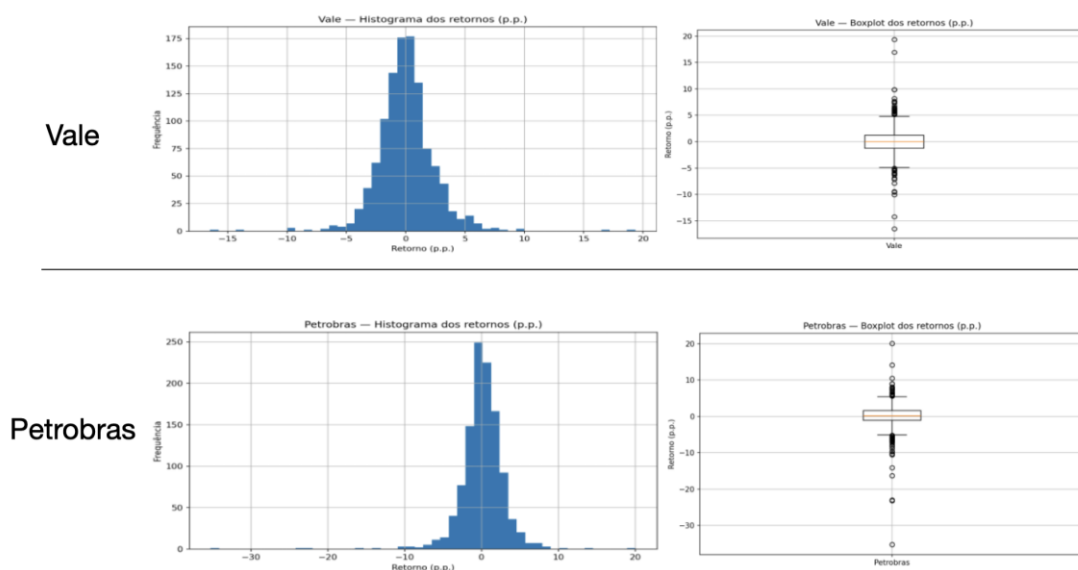
Ativo	n obs.	Média	Desvio-padrão	Mín	Máx	Assimetria	Curtose (excesso)	Ljung-Box (p-valor)
Vale	1116	0,049	2,419	-16,48	19,35	0,41	9,40	4,90e-03
Petrobras	1116	0,112	3,007	-35,23	20,06	-2,25	26,30	6,65e-08
Itaú	1116	-0,005	2,110	-19,80	10,48	-0,70	9,29	1,26e-05

Fonte: Os autores (2025)

O teste de Ljung–Box aplicado aos retornos brutos rejeita a hipótese de ausência de autocorrelação ( $p < 0,05$ ) em todos os casos, sugerindo dependências lineares de baixa ordem. Os testes de estacionariedade (ADF e KPSS) indicam que as séries são estacionárias na média, viabilizando o uso de modelos ARIMA sem diferenciação.

A Figura 1, reforça esses achados: a concentração de observações em torno do zero convive com vários valores extremos, evidenciados pelos outliers nos boxplots, mais uma indicação de caudas pesadas.

Figura 1 – Histogramas e Boxplots dos retornos diários



Fonte: Os autores (2025)

### 5.2 Análise da Média Condicional (ARIMA)

Para filtrar dependências de curto prazo, estimamos um ARIMA(1,0,1) para cada série. A Tabela 2 apresenta métricas de erro *in-sample*, que revelam baixa previsibilidade, como esperado para retornos diários. Ainda assim, todos os MASE < 1 indicam desempenho superior ao modelo ingênuo.

Tabela 2 – Erros de previsão (ARIMA, p.p.)

Ativo	MAE (pp)	RMSE (pp)	sMAPE (%)	MASE
-------	----------	-----------	-----------	------

Vale	1,6845	2,4075	174,0588	0,6970
Petrobras	1,9131	2,9992	173,3267	0,6749
Itaú	1,4820	2,0999	174,3267	0,6863

Fonte: Os autores (2025)

### 5.2.1 Diagnósticos do ARIMA

A Tabela 3 resume os principais testes aplicados aos resíduos do ARIMA (1,0,1). Para a Vale, o teste de Ljung–Box não rejeita ausência de autocorrelação residual ( $p > 0,05$ ), indicando ajuste adequado da média. Para Petrobras e Itaú, entretanto, há evidências de autocorrelação remanescente, sugerindo que um ARIMA mais flexível poderia capturar melhor sua dinâmica. A normalidade é rejeitada em todos os casos pelo teste de Shapiro–Wilk, Isso acaba que confirma a presença de caudas pesadas e reforça a necessidade de modelagem da variância condicional.

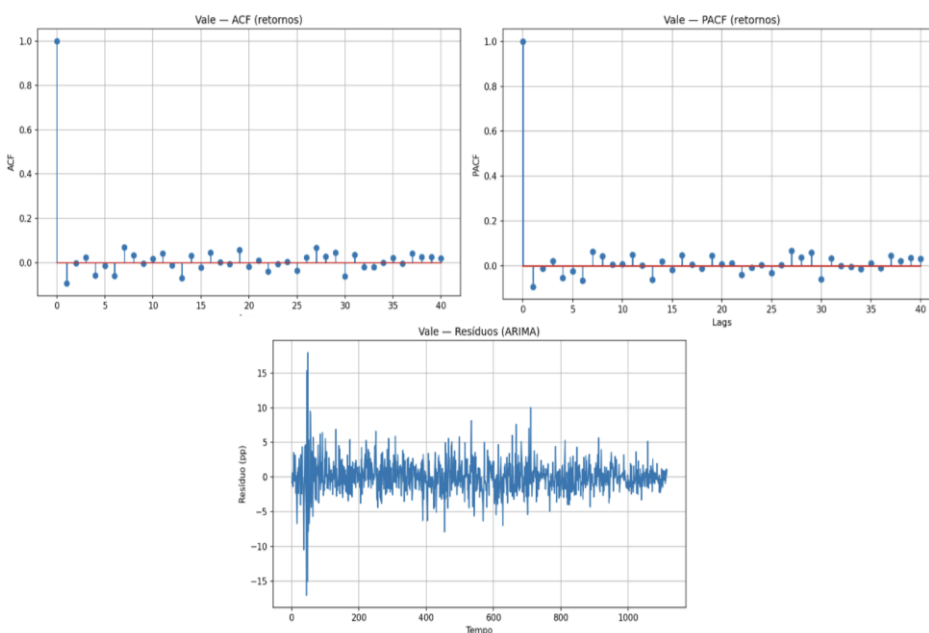
Tabela 3 – Diagnósticos do modelo ARIMA (1,0,1)

Ativo	n obs.	ADF (p)	Ljung–Box (p)	Shapiro–Wilk (p)
Vale	1116	2,29e-21	1,00e-01	3,66e-23
Petrobras	1116	7,71e-18	1,50e-06	3,92e-33
Itaú	1116	8,87e-14	2,76e-03	5,95e-22

Fonte: Os autores (2025)

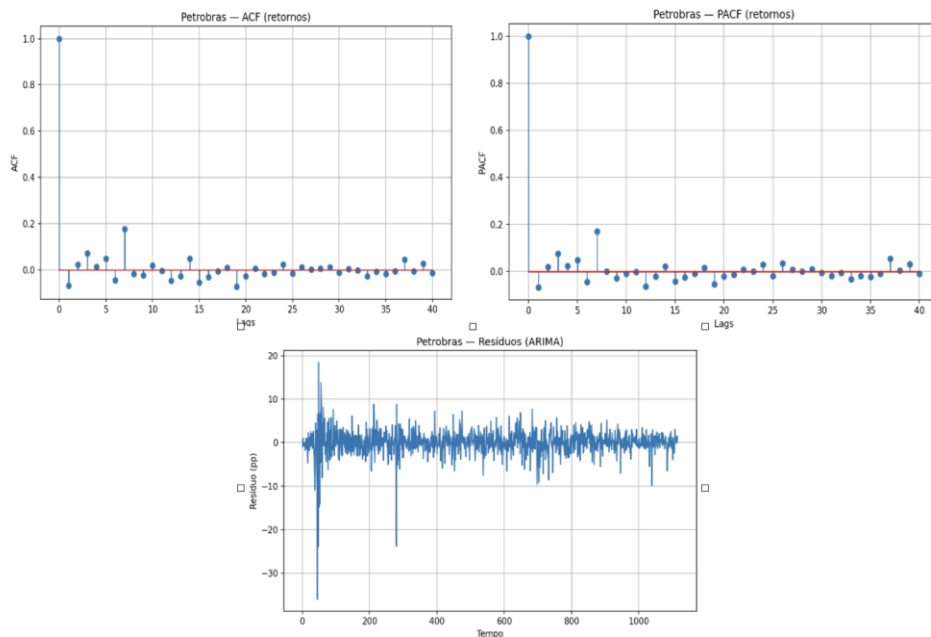
As Figuras 2.A até 2.C de diagnóstico (ACF, PACF e resíduos) revelam ausência de padrões sistemáticos. Porém, há clara variação na amplitude dos resíduos, característica clássica de heterocedasticidade, justificando a aplicação de modelos GARCH.

Figura 2.A – Diagnósticos ARIMA (ACF, PACF e Resíduos) da Vale



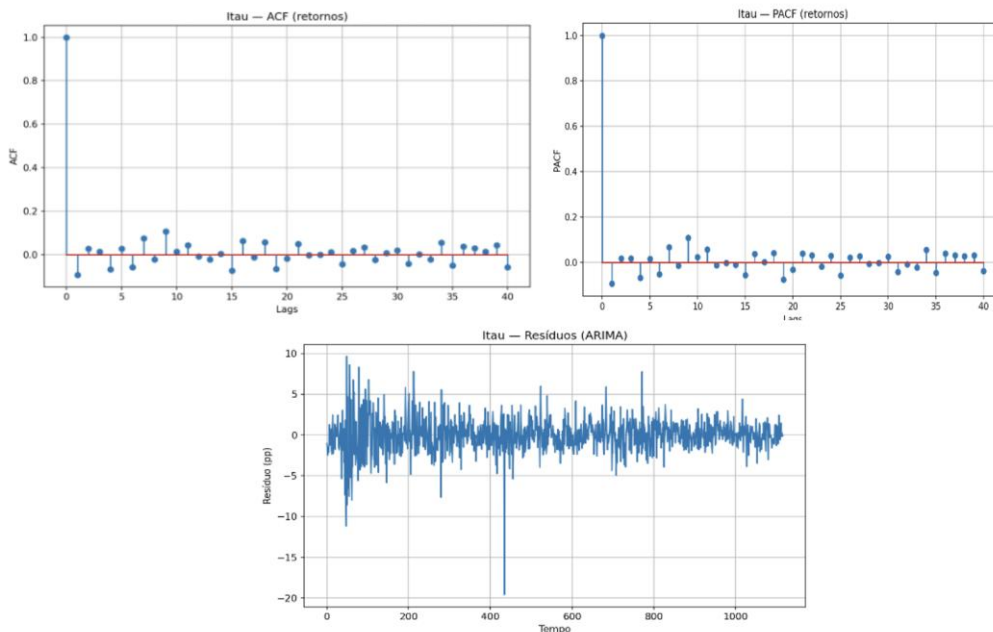
Fonte: Os autores (2025)

Figura 2.B – Diagnósticos ARIMA (ACF, PACF e Resíduos) - Petrobras



Fonte: Os autores (2025)

Figura 2.C – Diagnósticos ARIMA (ACF, PACF e Resíduos) - Itau



Fonte: Os autores (2025)

As tabelas completas de diagnóstico (Tabela 3.A e Tabela 3.B) detalham os parâmetros estimados e reforçam a conclusão sintetizada acima:

- Vale: ARIMA (1,0,1) adequado na média.
- Petrobras e Itaú: subajuste na média condicional.
- Todos: forte não-normalidade → necessidade de GARCH com distribuição t-Student.

Tabela 3.A – Diagnóstico Completo dos Resíduos ARIMA (1,0,1)

Ativo	N	ADF – Estat.	KPSS – Estat.	KPSS – p	Intercepto	AR(1)	MA(1)	Var (erro)
Vale	1116	-11,62	0,20	1e-01	0,04	-0,009	-0,083	5,796
Petrobras	1116	-10,15	0,14	1e-01	0,11	-0,157	0,089	8,994
Itaú	1116	-8,55	0,20	1e-01	-0,00	-0,208	0,115	4,409

Fonte: Os autores (2025)

Tabela 3.B – Conclusão sobre a Adequação do ARIMA

Ativo	Conclusão
Vale	Modelo possivelmente adequado; resíduos não autocorrelacionados, mas não normais.
Petrobras	Modelo inadequado; autocorrelação residual e não-normalidade.
Itaú	Modelo inadequado; autocorrelação residual e não-normalidade.

Fonte: Os autores (2025)

### 5.3 Modelagem da Variância Condicional (GARCH) e Avaliação de Risco (VaR)

O modelo GARCH (1,1) foi ajustado aos resíduos do ARIMA para capturar a persistência da volatilidade. A Tabela 4 apresenta métricas de erro das previsões de volatilidade. O Itaú apresentou o melhor desempenho (MAE de 1,10 p.p.), enquanto a Petrobras foi o caso mais difícil de modelar, compatível com sua maior instabilidade.

Tabela 4 – Erros de previsão (GARCH, p.p.)

Ativo	MAE (pp)	RMSE (pp)	MAPE (%)	MASE
Vale	1,2529	1,6282	75,4936	0,8861
Petrobras	1,5719	2,2125	79,2106	0,9109
Itaú	1,1004	1,4907	74,2481	0,8802

Fonte: Os autores (2025)

#### 5.3.1 Value-at-Risk (95%) e Backtesting

Com as previsões de volatilidade, calculou-se o VaR a 95%. A Tabela 5 apresenta o VaR mediano e a frequência de violações. Os resultados mostram que:

- A Petrobras apresenta o maior risco típico (VaR  $\approx -3,80$  p.p.).
- O Itaú é o ativo menos arriscado (VaR  $\approx -2,89$  p.p.).

- As taxas de violação ficaram entre 3,23% e 4,48%, abaixo do nível teórico de 5%, indicando boa calibração dos modelos.

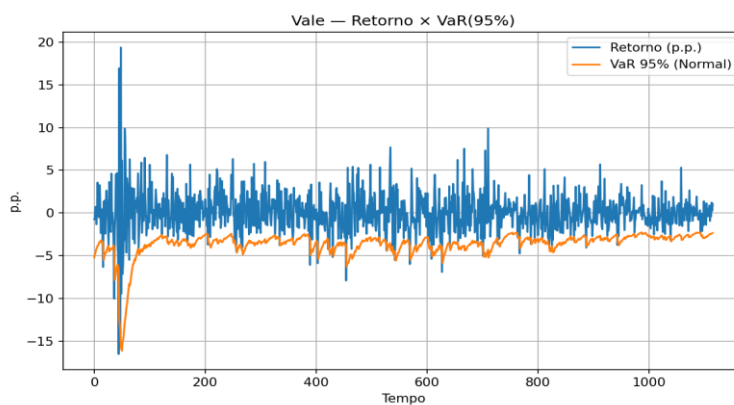
Tabela 5 – VaR(95%) e Backtesting

Ativo	VaR Mediano (p.p.)	Frequência de Violações (%)
Vale	-3,35	3,49
Petrobras	-3,80	4,48
Itaú	-2,89	3,23

Fonte: Os autores (2025)

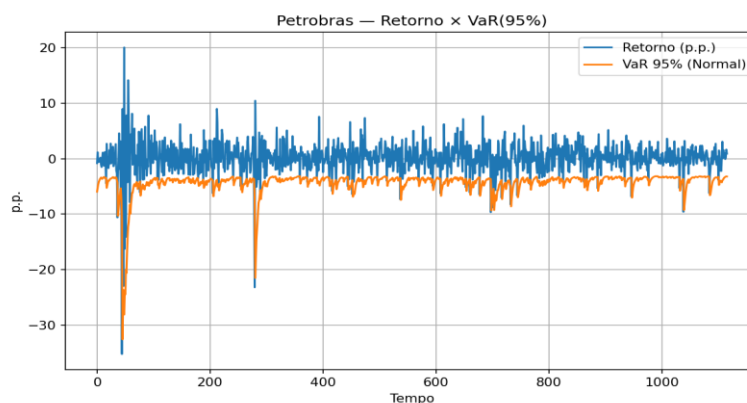
As Figuras 3A, 3B e 3C ilustram os retornos observados de Vale, Petrobras e Itaú e o limite de VaR. As violações não ocorrem em clusters, reforçando a consistência da modelagem.

Figura 3.A – Retornos vs. VaR(95%) - Vale



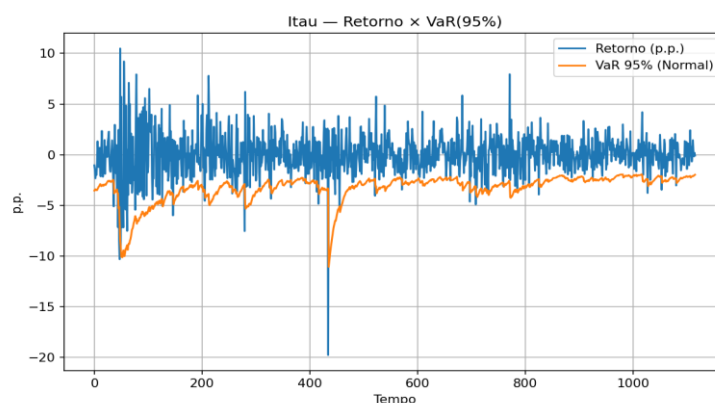
Fonte: Os autores (2025)

Figura 3.B – Retornos vs. VaR(95%) - Petrobras



Fonte: Os autores (2025)

Figura 3.C – Retornos vs. VaR(95%) - Itaú



Fonte: Os autores (2025)

A Tabela 6 compara o AIC das duas especificações consideradas para as inovações do GARCH. Em todos os ativos, a distribuição t-Student apresenta AIC substancialmente menor, confirmando melhor ajuste e maior capacidade de capturar eventos extremos.

Tabela 6 – AIC: GARCH (1,1) Normal vs. t-Student

Ativo	AIC Normal	AIC t-Student
Vale	4837, 55	4791, 50
Petrobras	5211, 60	5090, 75
Itaú	4590, 82	4483, 89

Fonte: Os autores (2025)

Esse resultado é coerente com a forte leptocurtose observada nas estatísticas descritivas e na não-normalidade dos resíduos ARIMA.

## 6. Discussão

A análise empírica evidencia que os retornos das ações VALE3, PETR4 e ITUB4 seguem padrões clássicos de séries financeiras observados em mercados emergentes: média próxima de zero, elevada variabilidade, caudas pesadas e heterocedasticidade. Essas características condicionam a escolha metodológica e sustentam o uso combinado de ARIMA e GARCH no contexto de avaliação de risco de uma EFPC como a PREVI. Os diagnósticos preliminares confirmaram a presença de leptocurtose e volatilidade agrupada, características amplamente documentadas pela literatura. Esse comportamento implica maior propensão a eventos extremos e períodos prolongados de instabilidade, reforçando a necessidade de modelos capazes de capturar tanto dependências lineares quanto variações dinâmicas de volatilidade. No contexto do Plano 1 da PREVI, tais

características são particularmente relevantes, pois choques contínuos de volatilidade podem afetar o cumprimento dos limites internos de risco e a avaliação da solvência de longo prazo.

A estimação do ARIMA (1,0,1) confirmou a baixa previsibilidade da média dos retornos, como esperado para dados diários. Apesar disso, seu papel no pipeline é fundamental: o modelo remove pequenas dependências lineares e fornece resíduos mais próximos de um ruído branco. Isso garante condições adequadas para a etapa seguinte de modelagem da variância, alinhando-se ao arcabouço Box–Jenkins. Assim, o ARIMA funciona mais como um filtro do que como um previsor, contribuindo para estimativas mais robustas de volatilidade.

O GARCH (1,1) mostrou forte persistência, com  $\alpha + \beta$  próximo de 1, indicando que choques de volatilidade tendem a se propagar, característica típica de mercados emergentes. A escolha da distribuição das inovações revelou-se crucial: a distribuição t-Student apresentou aderência significativamente superior em todos os ativos, capturando adequadamente as caudas pesadas observadas. Assumir normalidade resultaria em subestimação sistemática do risco extremo, um problema crítico para entidades sujeitas a forte regulação e governança de risco, como a PREVI. O VaR paramétrico exibiu diferenças relevantes entre as especificações normal e t-Student. O VaR-normal mostrou comportamento otimista, enquanto o VaR-t-Student apresentou taxas de violação mais alinhadas ao nível nominal de 5%, sugerindo melhor calibração.

Essa distinção é operacionalmente relevante, pois limitações inadequadas podem levar a decisões gerenciais que subestimam a exposição real da carteira. A análise também mostrou que a amostra utilizada, três ativos representativos, oferece uma boa evidência preliminar, mas não substitui uma avaliação abrangente da carteira completa. Os resultados do backtesting reforçam a adequação do modelo ARIMA–GARCH com inovações t-Student. A ausência de clusters de violações e a proximidade entre taxa observada e nominal evidenciam um processo estável, auditável e consistente com as melhores práticas de gestão de risco.

No geral, os resultados indicam que o modelo ARIMA–GARCH é não só eficiente, mas também fácil de reproduzir. A especificação t-Student faz um bom trabalho ao capturar os riscos extremos, e a volatilidade persistente destaca a importância de um monitoramento constante. Além disso, o VaR que obtemos é estável e pode ser usado na

prática. Em um cenário regulado como o das EFPCs, essa abordagem oferece um bom equilíbrio entre rigor estatístico, facilidade de implementação e transparência, que são características fundamentais para tomar boas decisões e para manter uma comunicação clara com órgãos internos e reguladores.

## 7. Conclusão

Os resultados mostram que a abordagem combinada ARIMA-GARCH é uma ferramenta eficaz e robusta para o monitoramento de risco. A persistência da variância foi bem modelada, e o VaR de 95% derivado do modelo demonstrou uma calibração estável. A superioridade da distribuição t-Student destaca a importância de considerar a leptocurtose em avaliações de risco.

Para a governança de risco de uma EFPC como a PREVI, este pipeline oferece implicações práticas relevantes. Ele permite a implementação de limites de risco dinâmicos e a criação de gatilhos de revisão baseados em métricas objetivas. A padronização de relatórios garante uma trilha de auditoria transparente, essencial para o compliance e a comunicação com comitês.

Apesar dos resultados, o estudo possui limitações. A subespecificação do modelo ARIMA para alguns ativos é uma delas. Além disso, o VaR não informa a severidade das perdas que excedem o quantil. Como trabalhos futuros, sugere-se a exploração de modelos com ordens distintas para os ativos com dependência residual, a adoção formal da distribuição t-Student no cálculo do VaR e a introdução de medidas complementares, como o Expected Shortfall (ES/CVaR).

Em conclusão, este trabalho demonstra que o modelo ARIMA+GARCH é muito promissor e fácil de ser revisado para o monitoramento contínuo do risco financeiro, alinhando rigor estatístico às necessidades de governança de uma entidade de previdência complementar.

## Referências

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 19, n. 6, p. 716-723, 1974.

BRASIL. Ministério da Previdência Social. **Regime de Previdência Complementar Fechado: Aspectos Institucionais**. Brasília, 2015.

BRASIL. Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001. Dispõe sobre o regime de previdência complementar e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 30 maio 2001.

- BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Investimentos**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014. *(equivalente brasileiro da obra “Investments”, McGraw-Hill)*
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986.
- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time series analysis: Forecasting and control**. São Francisco: Holden-Day, 1976.
- CAMPBELL, J. Y.; LO, A. W.; MACKINLAY, A. C. **The Econometrics of Financial Markets**. Princeton: Princeton University Press, 1997.
- CERETTA, P. S.; COSTA, N. C. A. da. Avaliação de modelos de previsão de volatilidade para o IBOVESPA. **Revista Brasileira de Economia**, v. 55, n. 1, p. 55-83, 2001.
- DANIELSSON, J. **Financial Risk Forecasting: The Theory and Practice of Forecasting Market Risk with Implementation in R and Matlab**. Chichester: John Wiley & Sons, 2011.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 366a, p. 427-431, 1979.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987-1007, 1982.
- EIOPA – **European Insurance and Occupational Pensions Authority**. *2018 IORP Stress Test Report*. Frankfurt: EIOPA, 2018.
- GIAMBIAGI, F.; ALEM, A. **Finanças Públicas: Teoria e Prática no Brasil**. 5. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- GOULART, J. L. de J. et al. Previsões de séries temporais para os crimes de letalidade violenta no Rio de Janeiro através dos modelos de estado e suavização exponencial, ARIMA e redes neurais autorregressivas. **Revista Caderno Pedagógico**, v. 21, n. 10, p. 01-15, 2024.
- HAMILTON, J. D. **Time Series Analysis**. Princeton: Princeton University Press, 1994.
- HYNDMAN, R. J.; KOEHLER, A. B. Another look at measures of forecast accuracy. **International Journal of Forecasting**, v. 22, n. 4, p. 679-688, 2006.
- HULL, J. **Risk Management and Financial Institutions**. 5. ed. Hoboken: Wiley, 2018.
- JORION, P. **Value at risk: The new benchmark for managing financial risk**. 3. ed. Nova York: McGraw-Hill, 2007.
- KWIATKOWSKI, D. et al. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? **Journal of Econometrics**, v. 54, n. 1-3, p. 159-178, 1992.
- PREVIC. **Guia de Melhores Práticas em Governança para Entidades Fechadas de Previdência Complementar**. Brasília: Ministério da Economia, 2020.
- ROCHA, R. Z.; CAETANO, M. A.; VIEIRA, R. da C. **Previdência Complementar: Aspectos Institucionais e Econômicos**. Brasília: IPEA, 2007. (Texto para Discussão nº 1.245).

SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, v. 52, n. 3/4, p. 591-611, 1965.

TAYLOR, S. J. **Modelling Financial Time Series**. Chichester: John Wiley & Sons, 1986.

TSAY, R. S. **Analysis of Financial Time Series**. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2010.

## TIME SERIES ANALYSIS FOR FORECASTING RISKS AND RETURNS IN PENSION FUNDS

### Abstract

*The present study evaluates, in the context of PREVI's Plan 1, the usefulness of a Box–Jenkins framework combining an ARIMA (1,0,1) model for the conditional mean and a GARCH (1,1) model for the conditional variance in forecasting risk (95% VaR) and interpreting returns of stocks representative of the portfolio. Daily closing-price series (2020–2024) were used, consolidated from PREVI's institutional reports, with modeling and diagnostics performed in Python. The methodology included computing logarithmic returns, estimating ARIMA and GARCH models (with normal and Student's  $t$  innovations), formal diagnostics (ADF/KPSS, Ljung–Box, Shapiro–Wilk) and visual analyses (ACF/PACF, residuals), as well as calculating the 95% VaR and conducting its corresponding backtesting. The results showed that the return series are stationary in the mean, that the GARCH(1,1) model consistently captured volatility persistence, and that the Student's  $t$  distribution exhibited better fit according to the AIC, indicating the presence of heavy tails. The 95% VaR performed well, with violation rates between 3.23% and 4.48%, below the 5% nominal level, suggesting stable calibration and adequacy to the market conditions observed. It is concluded that the ARIMA+GARCH pipeline is a parsimonious, auditable, and reproducible tool for risk monitoring in Closed Pension Funds (EFPCs), providing consistent volatility forecasts and robust risk metrics, as long as it is accompanied by systematic diagnostics.*

**Keywords:** Pension Funds; Time Series; ARIMA; GARCH; Conditional Volatility.